

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника"

---

**Фізико-технічний факультет**

**Кафедра фізики і методики викладання**

**Кафедра матеріалознавства і новітніх технологій**

В.М. Бойчук, В.О. Коцюбинський

**Фізика (вибрані питання)**

Курс лекцій



м. Івано-Франківськ

2021



ББК 32.86я73

*Рекомендовано до друку Вченю радою Фізико-технічного факультету  
ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника" (протокол №6 від 25.02. 2021 року)*

---

**Рецензенти:**

**Яблонь Любов Степанівна**, професор кафедри фізики і методики викладання фізико-технічного факультету ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», доктор фізико-математичних наук, професор

**Любомир Іванович Никируй**, професор кафедри фізики і хімії твердого тіла фізико-технічного факультету ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», кандидат фізико-математичних наук

**Бойчук В.М. Фізика (вибрані питання):** [Електронний ресурс] /

*Володимира Михайлівна Бойчук, Володимир Олегович Коцюбинський. Фізика (вибрані питання). Курс лекцій / Фізико-технічний факультет;*

*ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника". – Івано-Франківськ, 2021. – 309 с.–*

Режим доступу : <http://lib.pu.if.ua/e-library.php>

Навчально-методичний посібник є розробкою лекційного курсу з Фізики (вибрані питання) для студентів освітньо-професійної програми «Інженерія програмного забезпечення». Основна увага курсу зосереджена на поясненні основних фізичних явищ та законів електрики та магнетизму, що дозволяє студенту-програмісту набути відповідних загальних, інструментальних та спеціальних компетентностей у галузі фізики. Основною метою курсу є дати здобувачам вищої освіти підвищити фундаментальну підготовку та вдосконалити компетентності щодо системного бачення законів природи, місця науки у сучасному світі, організації науково-дослідної роботи, а саме у здатності розуміти та уміло використовувати фізичні методи досліджень; здатності самостійно виконувати фізичні експерименти, а також описувати, аналізувати та критично оцінювати експериментальні дані. Посібник призначений для допомоги студентам денної та заочної форми навчання та викладачам під час роботи над курсом «Фізика (вибрані питання)».

ББК 32.86я73

© Бойчук В.М., Коцюбинський В.О., 2021

© Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2021



# ЗМІСТ

---

Лекція 1. Електростатика

Лекція 2. Діелектрики в електростатичному полі

Лекція 3. Провідники у електричному полі

Лекція 4. Постійний струм

Лекція 5. Струм в різних середовищах

Лекція 6. Магнітне поле

Лекція 7. Магнітні властивості речовини

Лекція 8. Магнетики

Лекція 9. Механізми виникнення діа- та парамагнітних властивостей

Лекція 10. Електромагнітні коливання



# Лекція 1

---

## Електростатика

1. Електростатика. Заряд. Електризація
2. Закон збереження заряду
3. Закон Кулона
4. Електростатичне поле у вакуумі
5. Лінії напруженості електростатичного поля
6. Додавання електростатичних полів
7. Теорема Остроградського-Гауса. Розрахунок напруженостей полів
8. Робота сил електростатичного поля
9. Потенціал електростатичного поля.
10. Різниця потенціалів. Розрахунок різниці потенціалів
11. Еквіпотенціальні поверхні
12. Зв'язок напруженості та різниці потенціалів електростатичного поля



## Електростатика. Заряд

---

Електростатика - розділ, що вивчає нерухомі заряди та пов'язані з ними електричні поля.

Ще в стародавній Греції філософ Фалес з Мілети помітив, що потертий об вовняну тканину **янтар (бурштин)** здатен притягувати до себе дрібні і легкі предмети (пилинки, ворсинки, дрібні шматочки паперу тощо). Пізніше таку властивість виявили і у інших речовинах. Було встановлено, що, наприклад, потертий об хутро еbonіт взаємодіє з іншими легкими предметами, тобто діє на них з певними силами.

Ці сили назвали **електричними** (електрон з грецького - янтар). Явище, коли тіла набувають властивостей діяти на предмети з електричними силами, назвали електризацією.

Міру таких електричних властивостей тіл називають **електричним зарядом**.



### ВІДИ ЕЛЕКТРИЗАЦІЇ

Розглянемо основні види електризації, тобто якими способами можна сприяти виникненню на поверхні тіла електричного заряду.

1. Електризація тертям - це виникнення електричного заряду на поверхні тіла внаслідок взаємного тертя поверхонь двох тіл. Наприклад, при натиранні скляної палички шовком на паличці з'являється позитивний електричний заряд.



2. Електризація ударом - це виникнення електричного заряду на поверхні тіла внаслідок удару по цій поверхні. Величина цього заряду залежить в основному від роду речовин, які зазнають удару. Наприклад, внаслідок удару молотком по свинцевій пластині, на пластині і молотку виникає електричний заряд.



### ВІДИ ЕЛЕКТРИЗАЦІЇ

3. Електризація полем – це виникнення заряду на поверхні тіла при внесення його в електричне поле, джерелом якого є інше заряджене тіло. Наприклад, якщо піднести натерту хутром ебонітову паличку до легкої незарядженої гільзи, то гільза почне притягуватись до палички. Це означає, що на поверхні гільзи виник заряд, який протилежний за знаком заряду ебонітової палички. Цей заряд на гільзі виник внаслідок внесення її у електричне поле ебонітової палички.



4. Електризація дотиком - це передача електричного заряду від одного зарядженого тіла до іншого при безпосередньому контакті. Наприклад, якщо доторкнусь зарядженим тілом до стержня електроскопа, то лиски електроскопа почнуть відхилятись від вертикального положення. Це означає, що частина електричного заряду при дотикові перейшла від зарядженого тіла на стержень електроскопа.



## Електризація

---

**5. Фотоелектризація** – це виникнення на поверхні тіла електричного заряду (найчастіше позитивного) внаслідок його опромінення світлом. Наприклад, якщо опромінювати негативно заряджену металеву кулю, яка прикріплена на стержні електроскопа, ультрафіолетовим світлом, то її заряд почне дуже швидко зменшуватись, про що свідчиме зменшення показів електроскопа. І навпаки, якщо нейтральну металеву кулю опромінювати ультрафіолетом, то вона почне заряджатись позитивно. Отже, опромінення провідника світлом певної частоти зменшує негативний заряд (якщо тіло заряджене негативно) і збільшує позитивний (якщо тіло заряджене позитивно).

Звичайно можуть існувати і змішані способи електризації тіл.

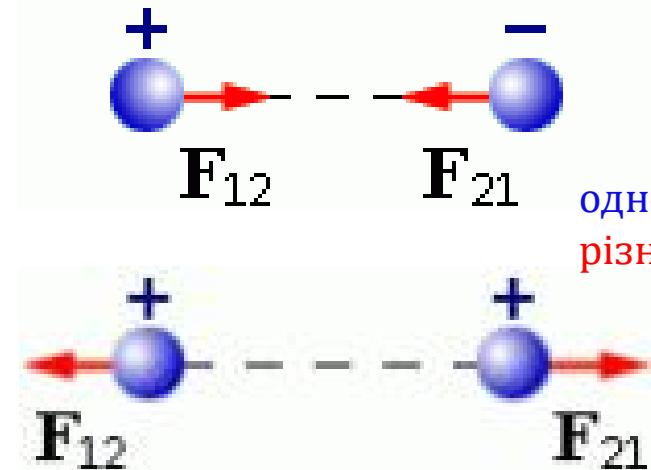
**Електризація** – це явище виникнення на поверхні провідника електричного заряду.



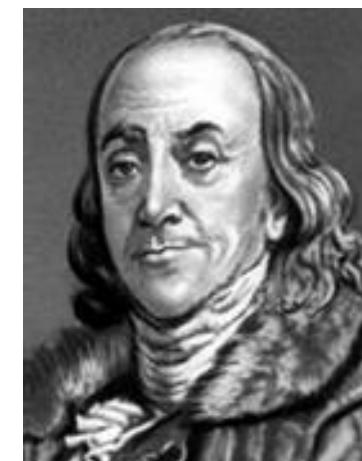
*Переміщення зарядів або відсутні або дуже повільні*

Сила взаємодії між зарядами визначається їх взаємним розташуванням, отже, енергія електростатичної взаємодії – **потенціальна енергія**.

в природі, існують тільки два види електричних зарядів:  
заряди, які виникають на склі, потерпому об шовк - **позитивні**  
заряди, які з'являються на бурштині потерпому об шерсть - **негативні**



однайменні заряди відштовхуються,  
різнойменні - притягаються.



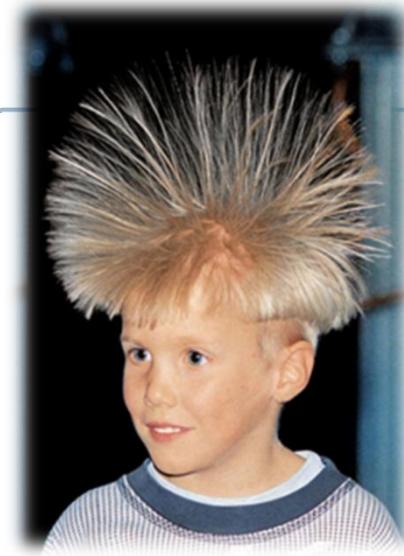
Бенджамін Франклін



## Закон збереження заряду

Якщо піднести заряджене тіло (з будь-яким зарядом) до незарядженого, то між ними виникне сила притягання - на найближчому до зарядженого тіла краю незарядженого тіла з'являються заряди протилежного знака (індуковані) – явище електростатичної індукції.

*Процес зарядження це перерозподіл зарядів, причому їх сума не змінюється*



## Закон збереження заряду

сумарний електричний заряд замкнutoї системи не змінюється

*Електричні заряди не існують самі по собі, а є внутрішніми властивостями елементарних частинок - електронів, протонів*

Існує елементарний (мінімальний) електричний заряд:  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.  
 Носій елементарного негативного заряду ( $-e$ ) – електрон; маса  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  кг.  
 Носій елементарного позитивного заряду ( $+e$ ) – протон; маса  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг.

Заряд будь-якого тіла рівний цілому кратному  
від елементарного електричного заряду

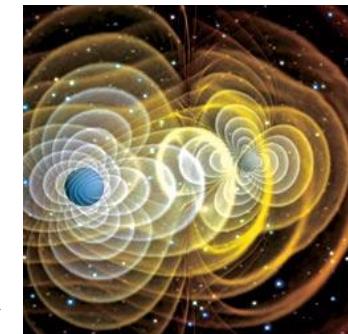
## Взаємодія зарядів

---

Взаємодія зарядів у вакуумі описувалася двома теоріями:

**теорія далекодії** (взаємодія провідників зі струмом здійснюється миттєво, а навколоїшній простір не бере участь в цій взаємодії. ) – Ньютона, Ампера

**теорія близькодії** (заряджені частинки, що напрямлено рухаються в кожному із двох провідників зі струмом, створюють у навколоїшньому просторі магнітне поле) – Фарадей, Максвелл



Для електростатичного поля справедливі **обидві теорії**.

Навколо заряду завжди є **електричне поле**, основна властивість якого полягає в тому, що на будь-який інший заряд, поміщений в це поле, діє сила.

**Електричні і магнітні поля** - окремий випадок більш загального - **електромагнітного поля** (ЕМП).

Вони можуть породжувати один одного, перетворюватися один в одного.

Якщо заряди не рухаються, то магнітне поле не виникає.

**ЕМП** - форма існування матерії, що володіє певними фізичними властивостями, які ми можемо вимірюти.

**Не існує статичних електричних полів**, які пов'язані з зарядами, як і не існує «голих», не оточених полем зарядів.



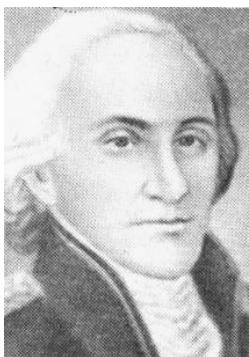
## Закон Кулона

---

Взаємодія електричних зарядів у вакуумі

Точковим зарядом ( $q$ ) називається заряджене тіло, розміри якого зневажливо малі в порівнянні з відстанню до інших заряджених тіл, з яким воно взаємодіє.

Сила взаємодії точкових зарядів у вакуумі пропорційна величині зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними



$$F = k_o \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$k_o = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

Електрична постійна  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{М}}$

$$1 \text{ Кл} = 6,25 \cdot 10^{18} e.$$

Оскільки елементарний заряд дуже малий, ми нехтуємо його дискретністю  
(заряду 1 мКл відповідає близько  $10^{13}$  електронів).



*Результатуоча сила*

$$\vec{F} = \sum_k \vec{F}_k$$

*Принцип незалежності дії сил (принцип суперпозиції)*

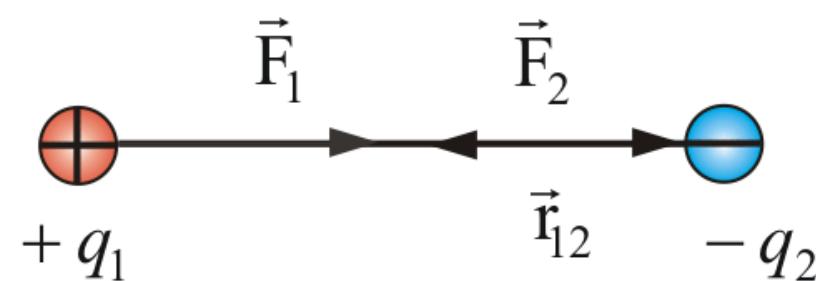
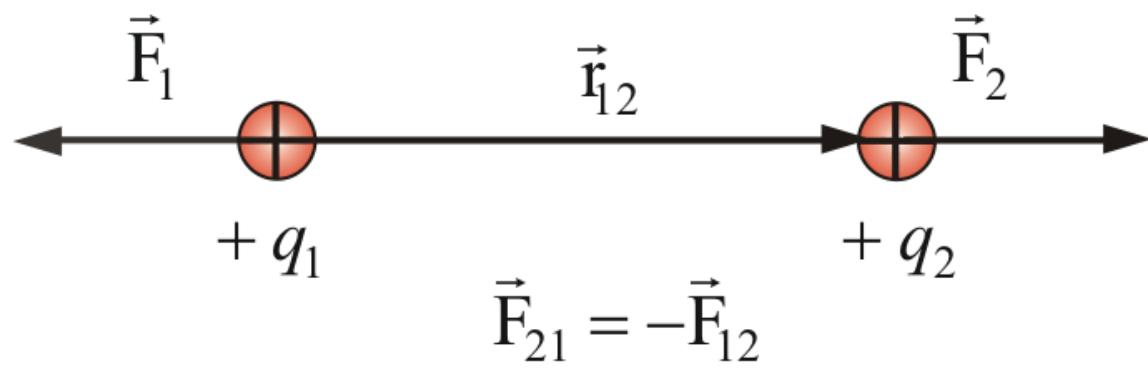
$$\vec{F} = \sum_k \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_k}{r_k^2} \frac{\vec{r}_k}{r_k} = \sum_k \vec{F}_k$$



## Закон Кулона

Взаємодія зарядів підкоряється третьому закону Ньютона:  
*сили взаємодії між зарядами рівні за величиною і спрямовані протилежно один одному уздовж прямої, що зв'язує ці заряди*

закон Кулона  
справедливий для  
відстаней  
від  $10^7$  до  $10^{-15}$  м



## Електростатичне поле у вакуумі

---

Навколо кожного заряду завжди є особлива форма матерії - електричне поле

*Основна властивість електричного поля – на заряд, поміщений в це поле, діє сила.*

Електричні та магнітні поля – форми електромагнітного поля (ЕМП).

---

**Електростатичне поле - створюється нерухомими електричними зарядами.**

Електростатичне поле описується **двою величинами:**

**потенціалом** (енергетична скалярна характеристика поля)

**напруженістю** (силова векторна характеристика поля).

---

**Напруженість електростатичного поля –**

фізична векторна величина, яка рівна силі, що

діє на одиничний позитивний заряд  $q_0$ ,

поміщений в дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

$r_{12}$  – вектор, що сполучає дану точку поля із зарядом  $q$

**Пробний заряд – одиничний позитивний**

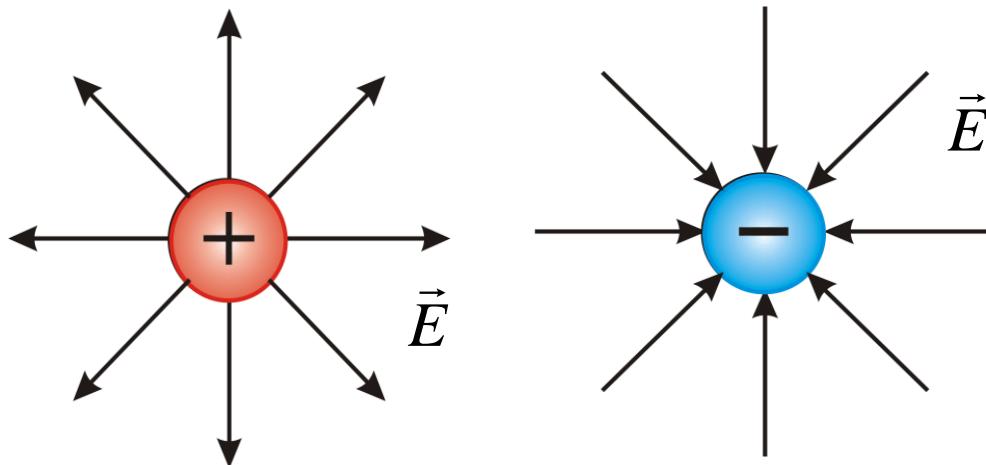
*Однина напруженості електростатичного поля - (Н/Кл):*

---



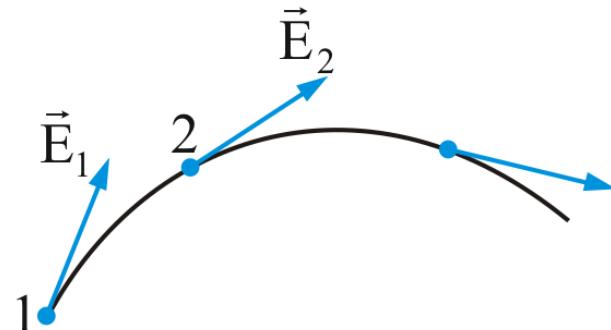
## Лінії напруженості електростатичного поля

Напрям вектора напруженості співпадає з напрямом сили, що діє на позитивний заряд



- Якщо поле створюється позитивним зарядом, то вектор напруженості направлений від заряду (відштовхування пробного заряду).
- Якщо поле створюється негативним зарядом, то вектор напралений до заряду (притягання пробного заряду).

Силові лінії (лінії напруженості) - це лінії, дотична до яких в будь-якій точці поля збігається з напрямком вектора напруженості

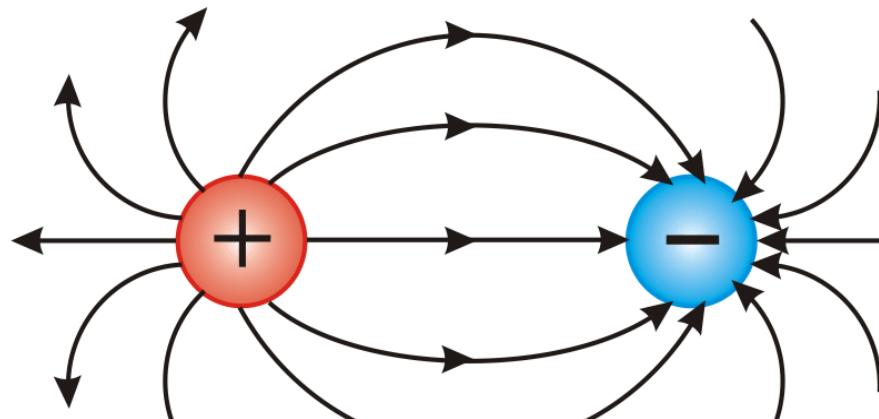


Лінії напруженості мають напрям, який співпадає з напрямом вектора напруженості. Лінії напруженості ніколи не перетинаються.

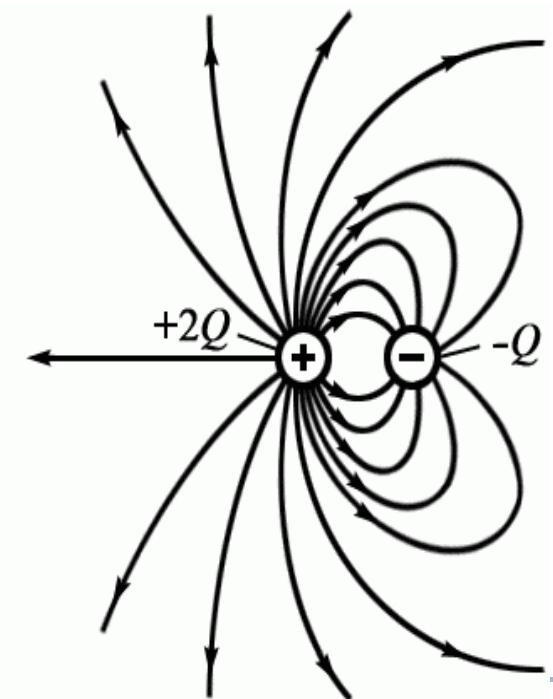
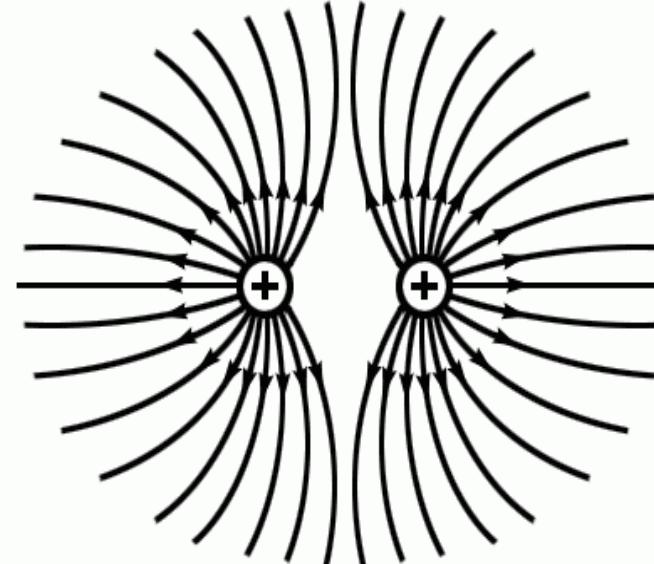
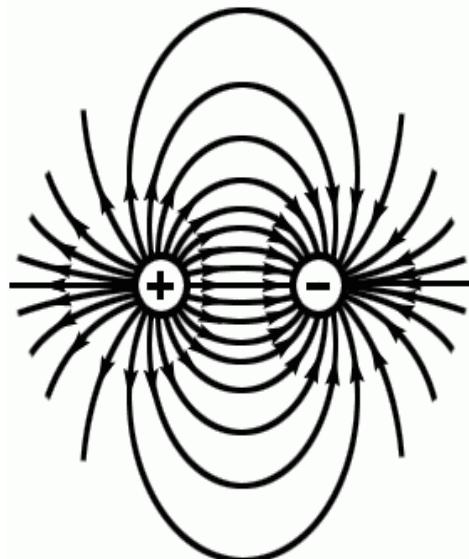
Для однорідного поля (коли вектор напруженості в будь-якій точці постійний по модулю і напрямку) лінії напруженості паралельні вектору напруженості.

Якщо поле створюється точковим зарядом, то лінії напруженості – радіальні прямі, - виходять із заряду, якщо він позитивний, і входять в нього, якщо він негативний

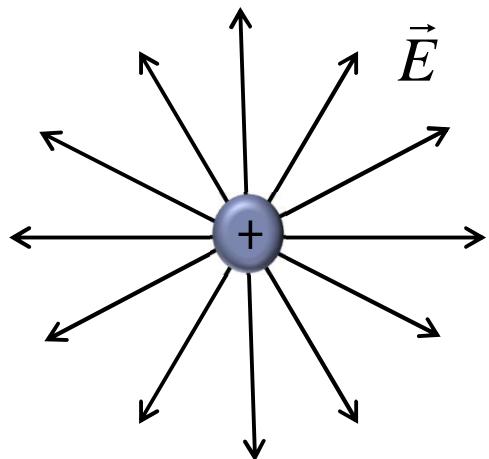
## Лінії напруженості електростатичного поля



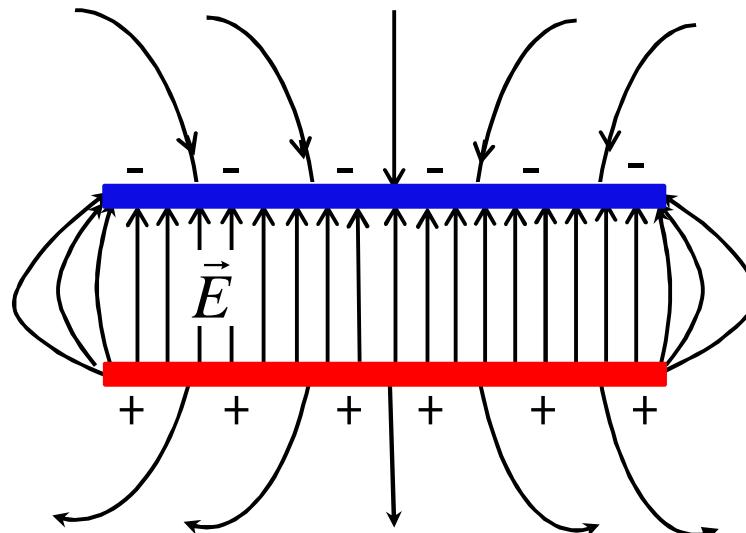
Для системи зарядів силові лінії спрямовані від позитивного заряду до негативного



## Лінії напруженості електростатичного поля



Поле неоднорідне:  
густота ліній різна



Між пластинах поле однорідне –  
напрям та густина ліній одинакові



## Додавання електростатичних полів

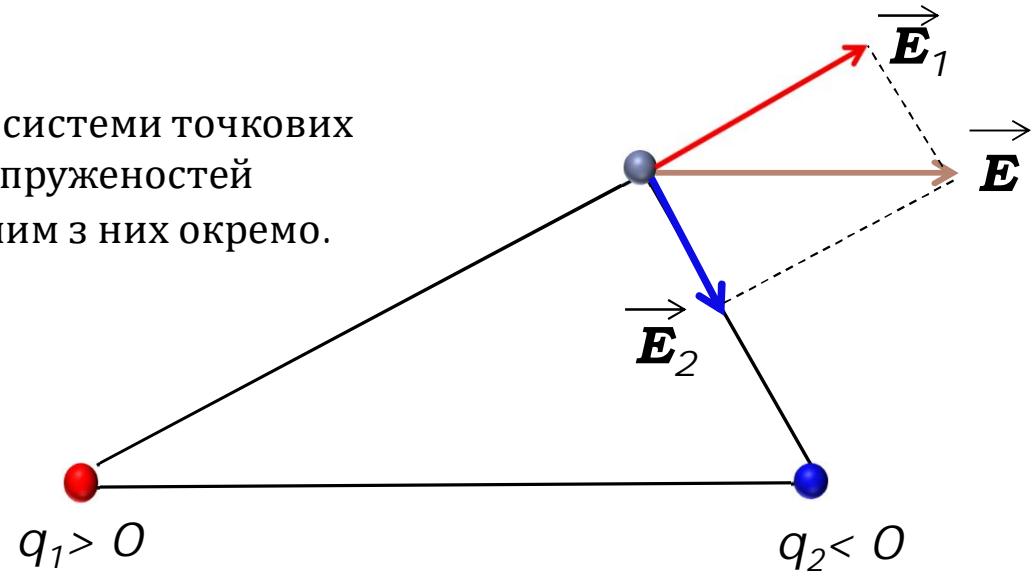
Принцип незалежності дії сил – результаюча сила, діюча збоку поля на пробний заряд рівна векторній сумі сил, прикладених до нього збоку кожного із зарядів, що створюють електростатичне поле

$$\vec{F} = \sum_k \vec{F}_k$$

### Принцип суперпозиції

Напруженість результаючого поля, системи точкових зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створених в даній точці кожним з них окремо.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_k \vec{E}_k.$$



## Принцип суперпозиції полів

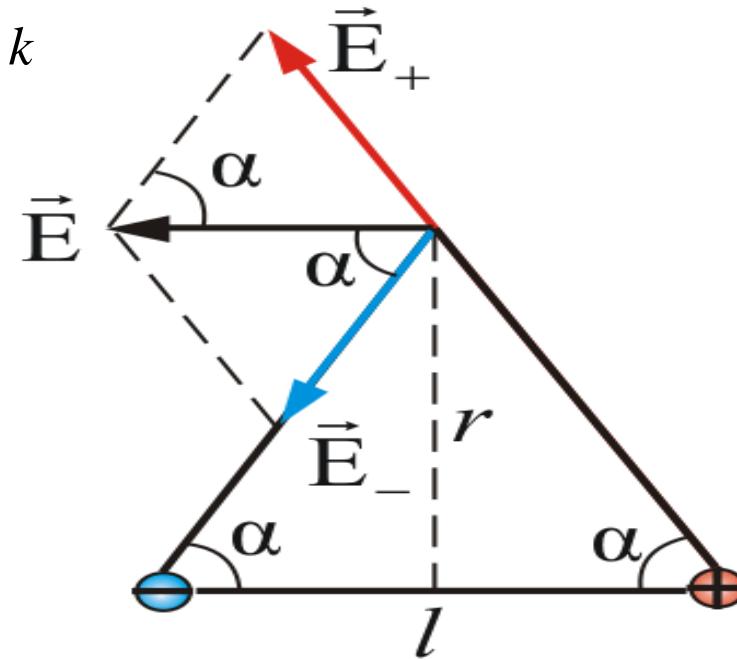
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum_k \vec{E}_k$$

$$\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k$$

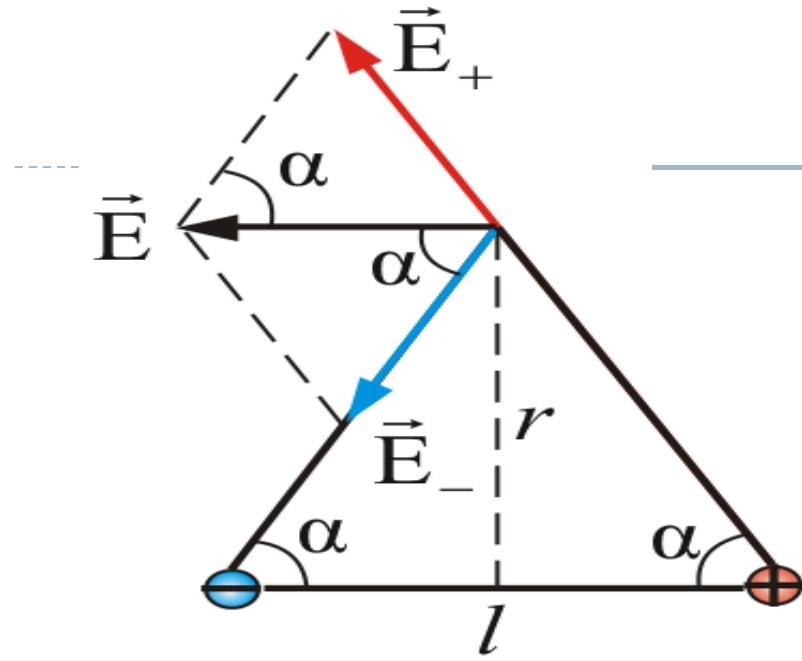
$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-|$$

$$E = 2E_+ \cos\alpha$$



Принцип суперпозиції полів



$$E_- = E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r^2 + \frac{l^2}{4})}$$

Отже

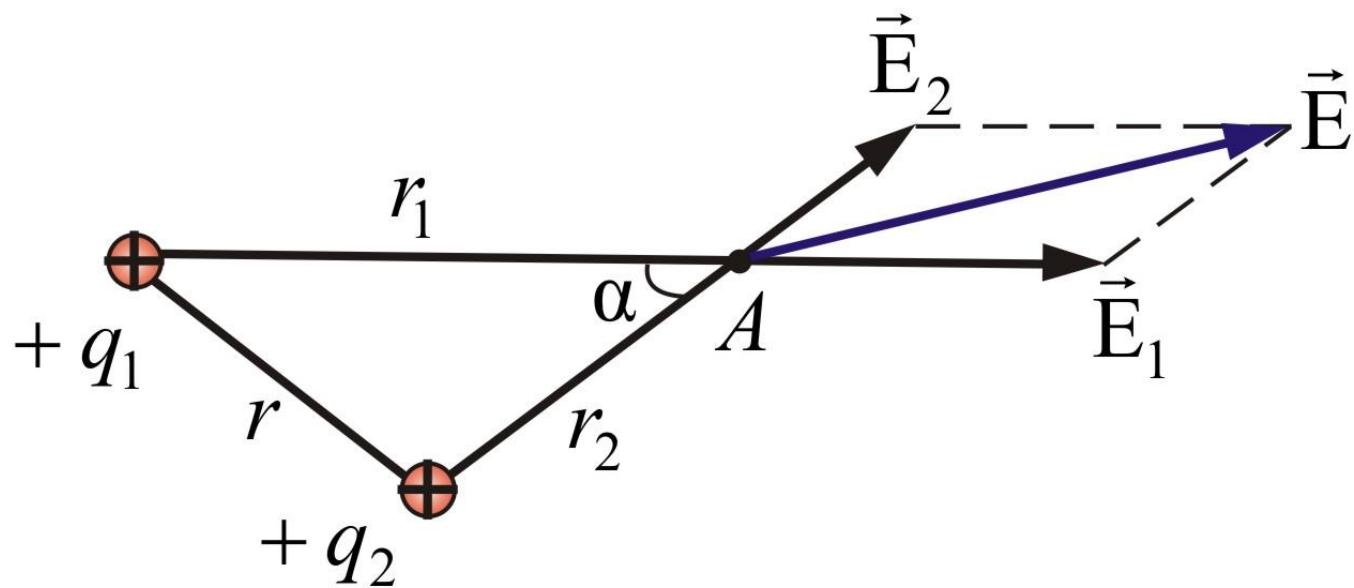
$$\cos \alpha = \frac{l}{2\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$



## Принцип суперпозиції полів

Знайдемо напруженість електростатичного поля  $\vec{E}$ , створену двома зарядами  $q_1$  и  $q_2$  в точці  $A$ , яка розміщена на відстані  $r_1$  від першого та  $r_2$  від другого



$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$$



## Принцип суперпозиції полів

---

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} + \frac{2q_1q_2}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha},$$
$$\cos \alpha = \frac{r^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

Якщо поле створюється не точковими зарядами, то використовують звичайний в таких випадках прийом. Тіло розбивають на нескінченно малі елементи і визначають **напруженість поля**, створюваного кожним елементом, потім інтегрують по всьому тілу:

$$\vec{E} = \int d\vec{E},$$

$d\vec{E}$  - напруженість поля, обумовлена зарядженим елементом. **Інтеграл** може бути лінійним, по площі або по об'єму в залежності від форми тіла.





## Теорема Остроградського-Гауса

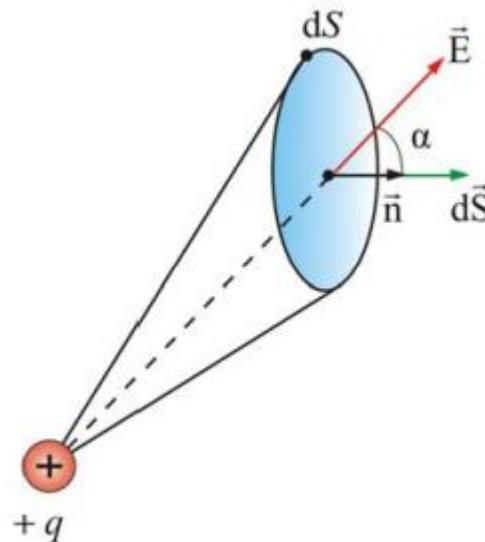
Повне число силових ліній, що проходять через поверхню  $S$  називається **потоком** вектора напруженості  $\Phi$  через цю поверхню

У векторній формі можна записати

$$\Phi_E = (\vec{E}, \vec{S})$$

-скалярний добуток двох векторів, де вектор  $\vec{S} = \vec{n} S$ .

Таким чином, **потік вектора** є скаляр, який в залежності від величини кута  $\alpha$  (кут між напрямом напруженості та вектором нормалі до площини у даній точці) може бути як **позитивним**, так і **негативним**.



## Теорема Остроградського-Гауса

Отже, за означенням, потік вектора напруженості електричного поля дорівнює числу ліній напруженості, що перетинають поверхню  $S$ .

Тобто, потік вектора напруженості через довільну елементарну площинку  $dS$  дорівнює:

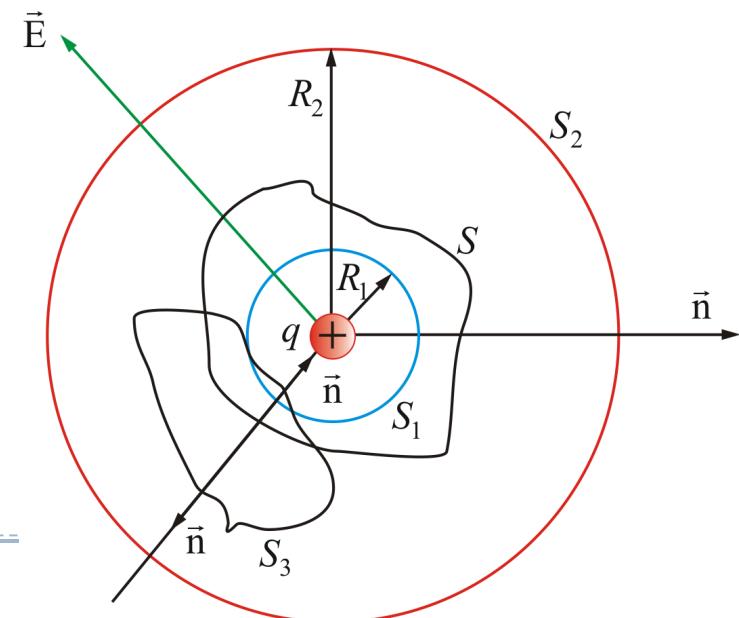
$$d\Phi_E = EdS \cos\alpha = E_n dS.$$

у довільному електричному полі

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S}.$$

Оточимо **точковий** заряд сферою радіусом  $R_1$ , у кожній точці поверхні  $S_1$  проекція  $E$  на напрям зовнішньої нормалі однакова і дорівнює

$$E_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R_1^2}.$$



## Теорема Остроградського-Гауса

---

Потік через  $S_1$

$$\Phi_E = \oint_{S_1} E_n dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} 4\pi R_1^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Аналогічно, потік через  $S_2$

$$\Phi_E = \oint_{S_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_2^2} 4\pi R_2^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

З неперевності ліній випливає, що потік через будь-яку довільну поверхню  $S$  буде

$$\boxed{\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}}$$

*Теорема Гауса для одного заряду.*



## Теорема Остроградського-Гауса

---

Для будь-якого числа довільно розташованих зарядів, що знаходяться всередині поверхні:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

- теорема Гаусса для декількох зарядів:

*Потік вектора напруженості електричного поля через замкнуту поверхню у вакуумі дорівнює алгебраїчній сумі всіх зарядів, розташованих усередині поверхні, поділеній на  $\epsilon_0$ .*

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{якщо заряд розташований всередині замкнутої поверхні}$$

$$\Phi_E = 0 \quad \text{якщо заряд розташований поза замкнutoю поверхнею}$$



## Диференціальна форма теореми Остроградського-Гауса

---

Електричні заряди можуть бути «рознесені» з деякою **об'ємною густинною** в різних місцях простору:

$$\rho = dq / dV$$

Тут  $dV$  - фізично нескінченно **малий** обєм, який з одного боку досить малий, щоб в його межах густина заряду вважається **однаковою**, а з іншого - досить великий, щоб не могла проявитися **дискретність заряду**.

**Сумарний заряд обєму:**  $\sum q_i = \int_V \rho dV.$

Тоді з **теореми Гауса**, отримаємо . 
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$



## Диференціальна форма теореми Остроградського-Гауса

---

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\langle \rho \rangle \Delta V}{\epsilon_0}$$

$$\frac{1}{\Delta V} \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\langle \rho \rangle}{\epsilon_0}$$

Тепер спрямуємо  $\Delta V \rightarrow 0$ . Очевидно, що при цьому  $\langle \rho \rangle$  буде наблизатися до  $\rho$  в даній точці, тобто  $\frac{\langle \rho \rangle}{\epsilon_0} \rightarrow \frac{\rho}{\epsilon_0}$ .

*Величина, що є границею відношення  
називають дивергенцією поля E*  $\oint \vec{E} d\vec{S}$  *до*  $\Delta V$ , *при*  $\Delta V \rightarrow 0$

$$\operatorname{div} \vec{E}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \oint \vec{E} d\vec{S}$$



## Диференціальна форма теореми Остроградського-Гауса

---

У декартовій системі координат

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}.$$

Теорема Остроградского-Гауса у диференціальній формі:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}.$$

Запис теореми спрощується, якщо ввести диференціальний оператор Набла-



$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k},$$

где  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  – орти осей.

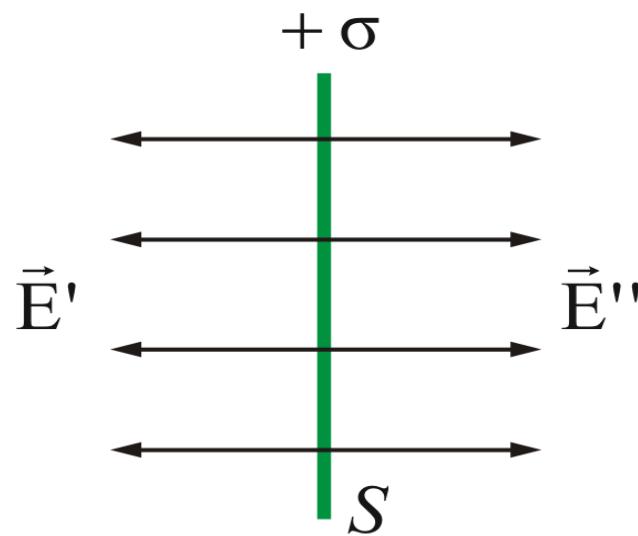
Тоді, теорема Остроградского-Гауса матиме вигляд  $\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$



## Теорема Остроградського-Гауса

Обчислення електричних полів за допомогою теореми Остроградського-Гауса

### 1. Поле нескінченної рівномірно зарядженої площини



$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = 2\Delta S E = \sigma \Delta S \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$



## Теорема Остроградського-Гауса

### 2. Поле двох нескінчених рівномірно заряджених площин

Diagram illustrating the electric field between two parallel infinite charged planes with surface densities  $+σ$  and  $-σ$ . The left plane creates a field  $E_+$  pointing to the left, and the right plane creates a field  $E_-$  pointing to the right. The total field  $E$  between the planes is the sum of the individual fields:  $E = E_+ + E_-$ . The formula for the field between the planes is given as  $E = \sigma / \epsilon_0 \epsilon$ .

Всередині заряджених площин напруженість

Поза зарядженими площинами напруженість

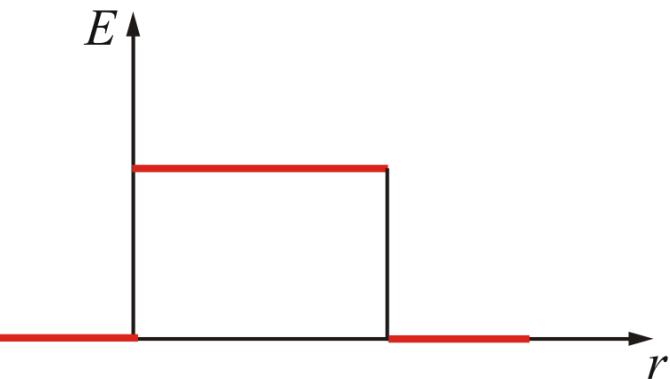
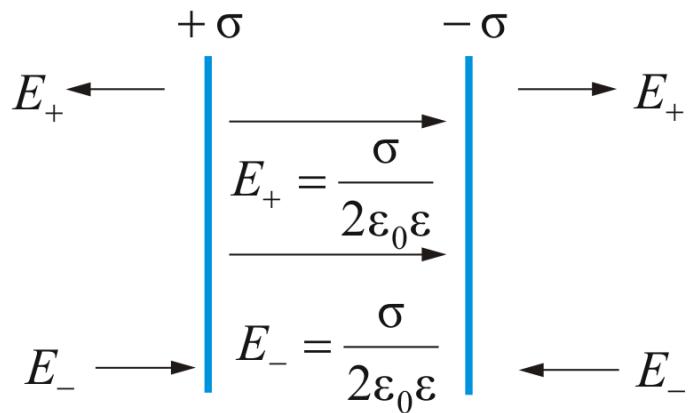
$$E_+ = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}$$
$$E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}$$
$$E = E_+ + E_-$$
$$E = \sigma / \epsilon_0 \epsilon$$
$$E = 0.$$

Отриманий результат справедливий і для площин **кінцевих розмірів**, якщо відстань між площинами набагато менша лінійних розмірів площин (**плоский конденсатор**).



## Теорема Остроградського-Гауса

Розподіл напруженості електростатичного поля між пластинами конденсатора



Між пластинами конденсатора діє сила взаємного притягання (на одиницю площини пластин):

$$F_{\text{ед}} = \frac{F}{S} = \frac{S\sigma E}{S}$$

Тобто,

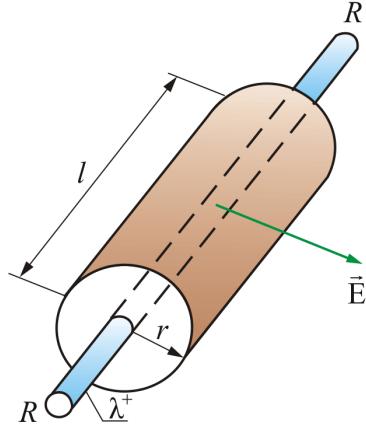
$$F_{\text{ед}} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0\epsilon}$$

*Механічні сили, що діють між зарядженими тілами, називають пондеромоторними.*



## Теорема Остроградського-Гауса

3. Поле півномірно зарядженого нескінченно довгого циліндра (нитки)



*Потік вектора через поверхню, дорівнює*

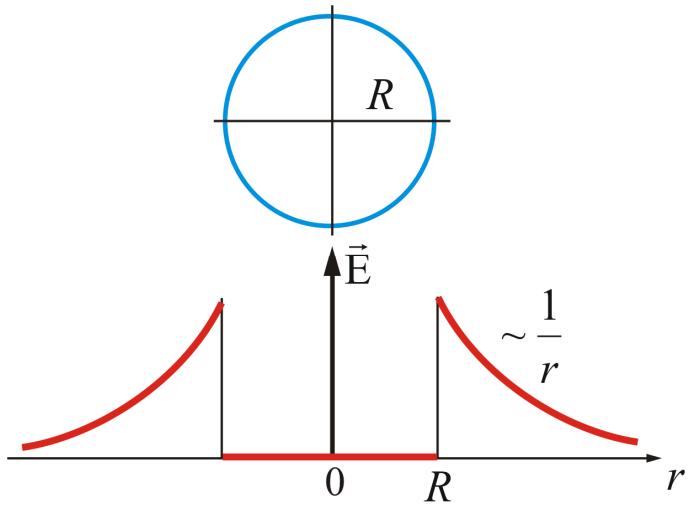
$$\Phi_E = E(r)S = E(r)2\pi rl.$$

За теоремою Остроградского-Гауса

$$E(r)2\pi rl = \frac{\lambda}{\epsilon_0}$$

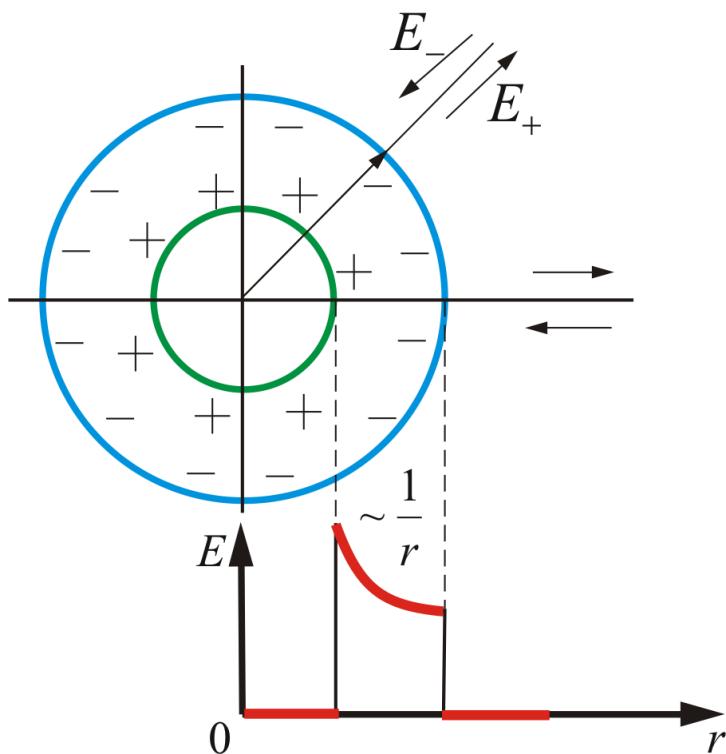
$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ при } r \geq R$$

$$E = 0. \quad \text{при } r < R$$



## Теорема Остроградського-Гауса

3. Поле двох коаксіальних циліндрів з однаковою лінійною густинною  $\lambda$ , але різним знаком



За теоремою Остроградского-Гауса

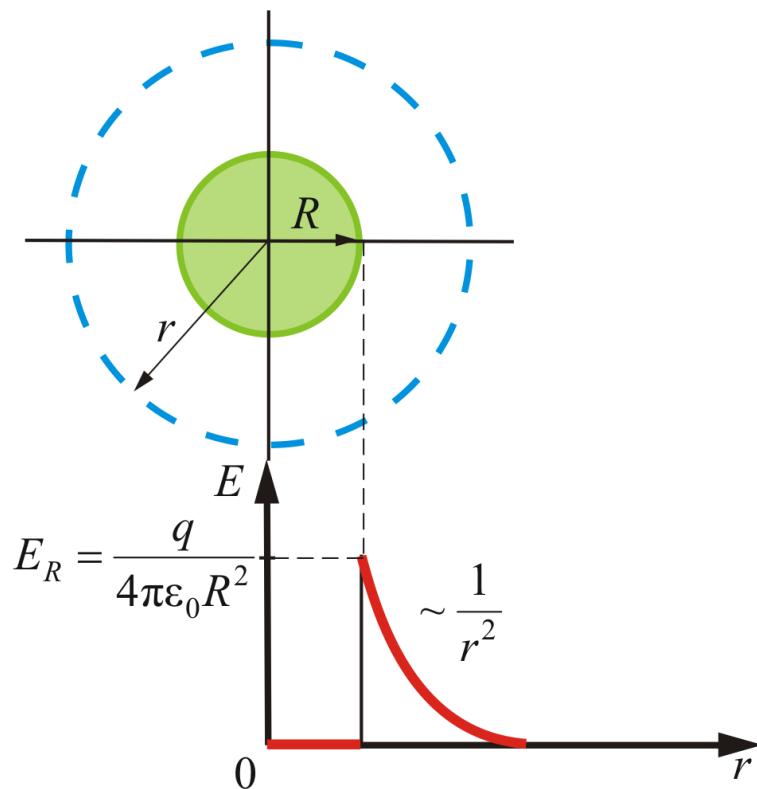
$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad \text{при } R_1 < r < R_2$$

$$E = 0. \quad \text{при } R_2 < r \text{ та } r < R_1$$



## Теорема Остроградського-Гауса

### 4. Поле рівномірно зарядженої сфери



*Потік вектора через поверхню*, дорівнює

$$\Phi_E = E(r)S = E(r)4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

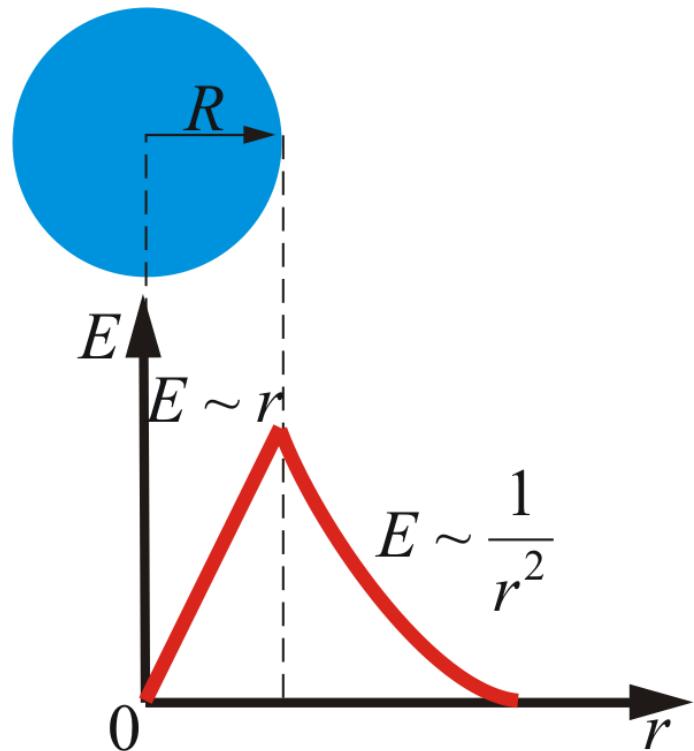
За теоремою Остроградского-Гауса

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad \text{при } R < r$$

$$E = 0. \quad \text{при } r < R$$

## Теорема Остроградського-Гауса

### 4. Поле об'ємнозарядженої кулі



За теоремою Остроградского-Гаусса

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad \text{при } R < r$$

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \quad \text{при } r < R$$

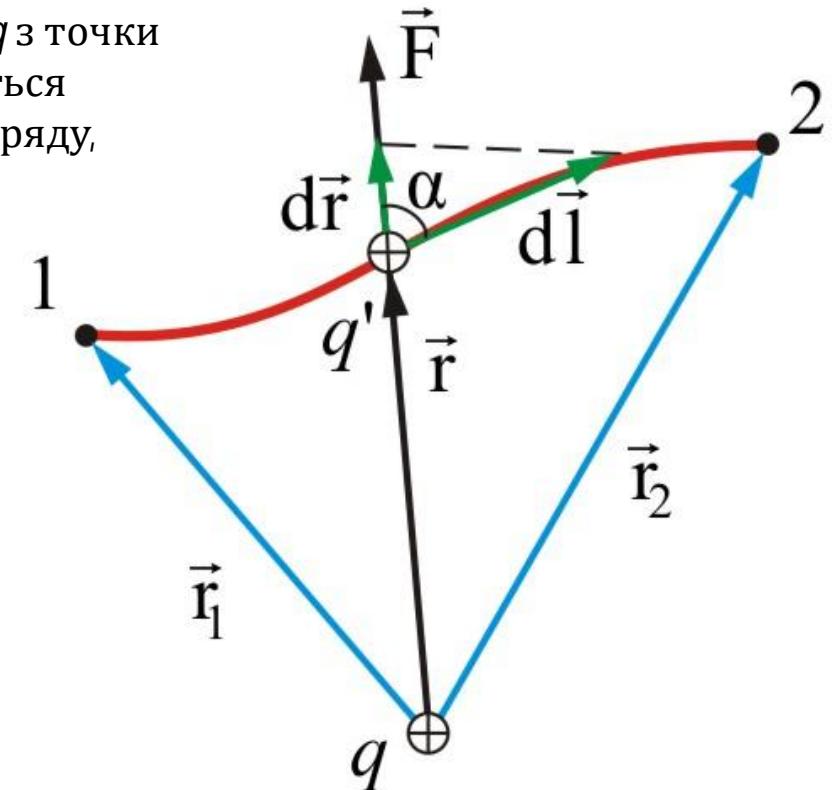
## Робота сил електростатичного поля

Якщо в електростатичному полі точкового заряду  $q$  з точки 1 в точку 2 вздовж довільної траєкторії переміщується інший точковий заряд  $q_0$ , то сила, прикладена до заряду, виконує роботу

$$dA = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dl \cos \alpha,$$

$$dr = dl \cos \alpha,$$

$$dA = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr.$$



Повна робота при переміщенні з точки 1 в точку 2 дорівнює інтегралу:

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$



## Робота сил електростатичного поля

---

Вся робота дорівнює

$$A = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}.$$

Такий інтеграл по замкнутому контуру називається циркуляцією вектора.

З незалежності лінійного інтегралу від шляху між двома точками випливає, що інтеграл по замкненому контуру

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

- теорема про циркуляцію вектора  $\vec{E}$



## Робота сил електростатичного поля

Робота електростатичних сил не залежить від форми шляху, а тільки лише від координат початкової та кінцевої точок траекторії .

Електростатичні сили консервативні, а саме поле - потенціальне.

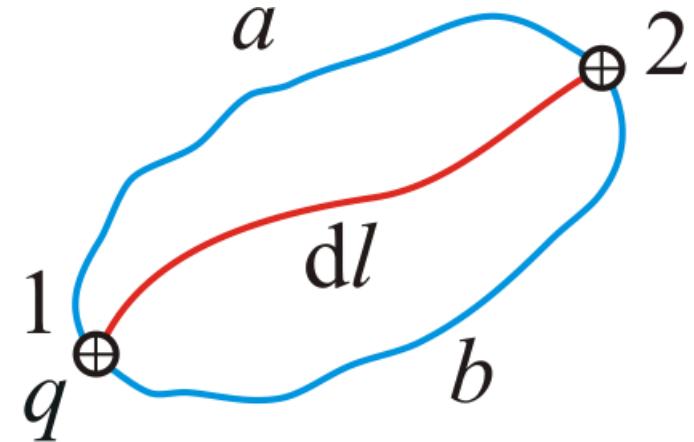
Роботу сил поля можна виразити через спад потенціальної енергії

$$A_{12} = W_1 - W_2.$$

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r_2}.$$

$$\rightarrow W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq'}{r}$$

вираз для потенціальної енергії заряду  $q'$  в полі заряду  $q$



## Потенціал електростатичного поля

---

Різні заряди  $q'$ ,  $q''$ , ... будуть володіти в одній і тій же точці поля різними енергіями  $W'$ ,  $W''$  і так далі.

Але відношення  $W / q'$  буде для всіх зарядів є одним і тим самим

---

$$\varphi = \frac{W}{q'}.$$

Можна вести **скалярну** величину, яка є енергетичною характеристикою даної точки поля - **потенціал**:

Потенціал чисельно дорівнює потенціальній енергії, якою володіє в даній точці поля одиничний позитивний заряд.

---

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

Потенціал чисельно дорівнює **роботі**, яку здійснюють сили поля над одиничним позитивним зарядом при видаленні його з даної точки в нескінченість

---

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q}$$

*Потенціал поля, що створюється системою зарядів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створюваних кожним із зарядів окремо.*

---

- Одиниця потенціалу - вольт (В): 1 В – потенціал такої точки поля, в якій заряд в 1 Кл володіє потенціальною енергією 1 Дж ( $1 \text{ В} = 1 \text{ Дж} / 1 \text{ Кл}$ ).

## Різниця потенціалів

---

Виразимо **роботу сил** електростатичного поля **через різницю потенціалів** між початковою і кінцевою точками траекторії :

$$A_{12} = W_1 - W_2 = \varphi_1 q - \varphi_2 q = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU,$$

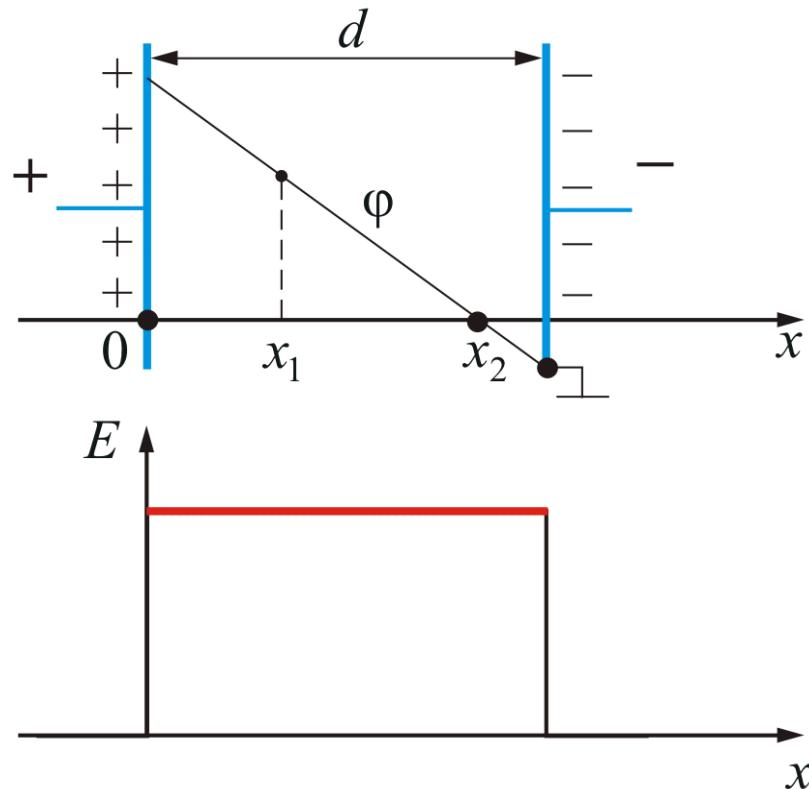
$$A = qU$$

*Одниця потенціалу - вольт (В): 1 В – потенціал такої точки поля, в якій заряд в 1 Кл володіє потенціальною енергією 1 Дж (1 В = 1 Дж / 1 Кл).*



## Потенціал електростатичного поля

1. Різниця потенціалів між двома нескінченими зарядженими площинами



$$d\varphi = -Edl$$

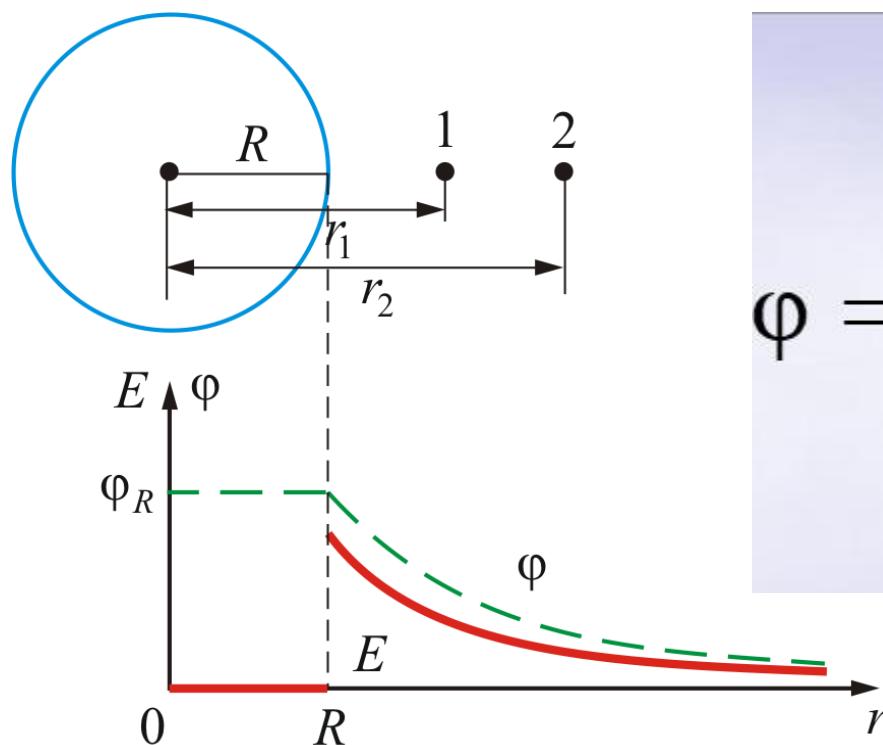
$$\int_1^2 d\varphi = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} dx;$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (x_2 - x_1)$$



## Потенціал електростатичного поля

2. Різниця потенціалів утворена нескінченно довгою циліндричною поверхнею



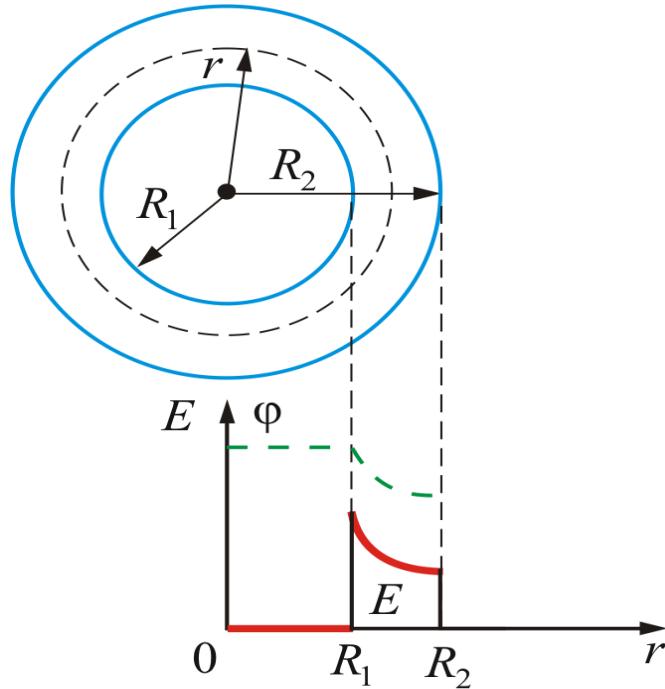
$$\phi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{R} & \text{в середині циліндра} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R} & \text{поза циліндром} \end{cases}$$

в середині  
циліндра

поза  
циліндром

## Потенціал електростатичного поля

3. Різниця потенціалів утворена циліндричним конденсатором



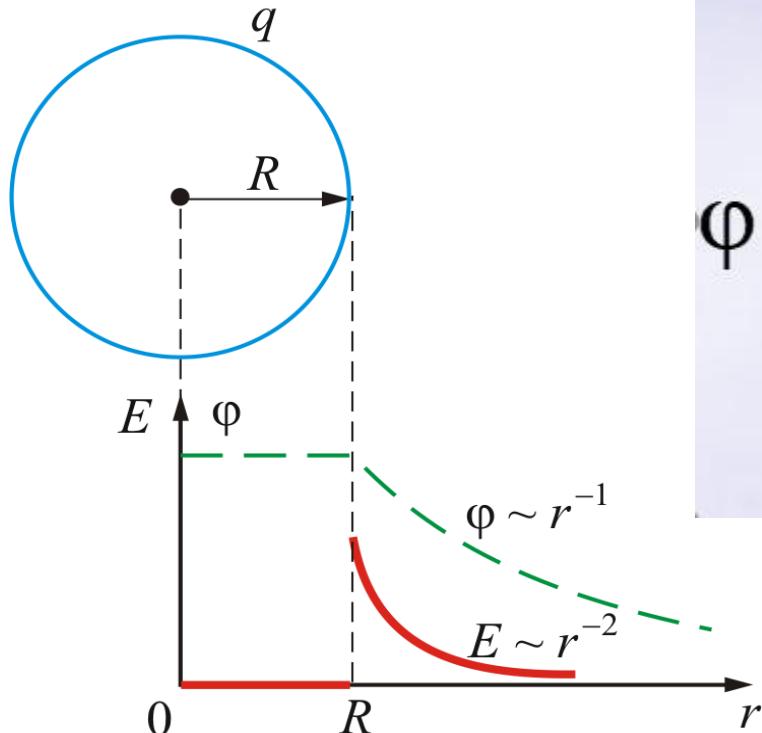
$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\Phi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} & \text{в середині} \\ & \text{меншого} \\ & \text{циліндра} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R_1} & \text{між} \\ & \text{циліндрами} \\ 0 & \text{поза} \\ & \text{циліндрами} \end{cases}$$



## Потенціал електростатичного поля

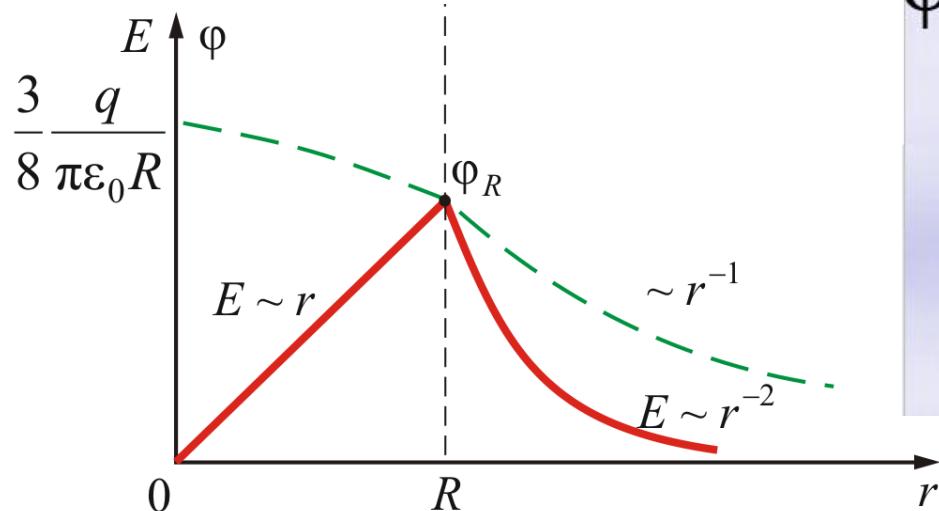
4. Різниця потенціалів утворена пустотілою сферою



$$\Phi = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} & \text{всередині сфери} \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} & \text{поза сферою} \end{cases}$$

## Потенціал електростатичного поля

5. Різниця потенціалів утворена кулею

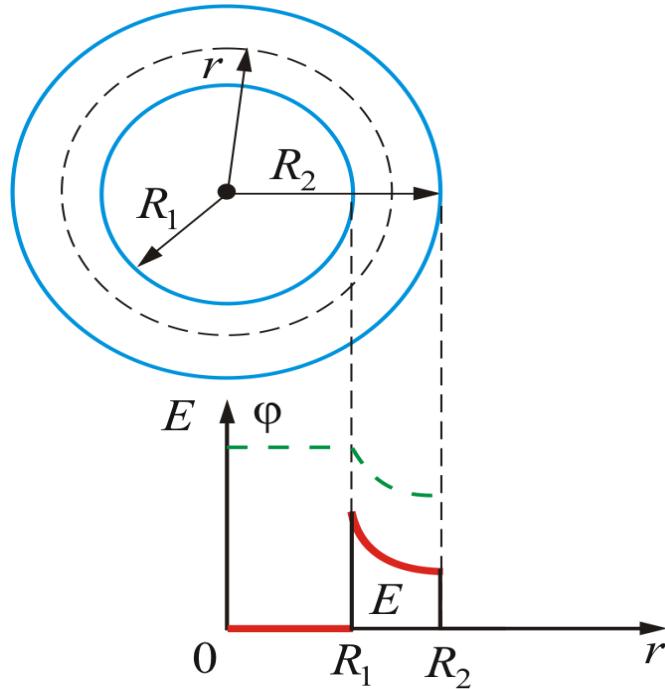


$$\varphi = \begin{cases} \frac{3q}{8\pi\epsilon_0 R} & \text{у центрі кулі} \\ \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right) & \text{всередині кулі} \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} & \text{на поверхні та поза кулею} \end{cases}$$



## Потенціал електростатичного поля

3. Різниця потенціалів утворена циліндричним конденсатором



$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

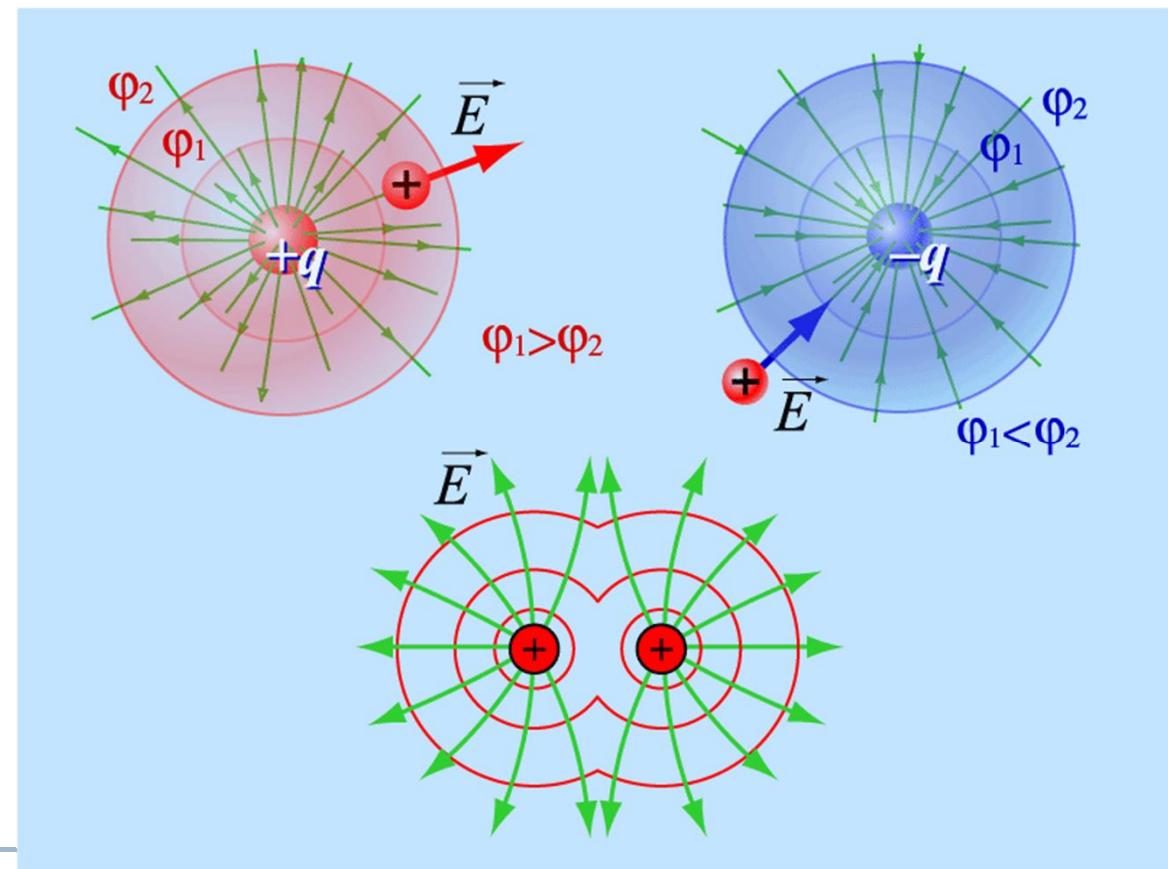
$$\Phi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} & \text{в середині} \\ & \text{меншого} \\ & \text{циліндра} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R_1} & \text{між} \\ & \text{циліндрами} \\ 0 & \text{поза} \\ & \text{циліндрами} \end{cases}$$



## Еквіпотенціальні поверхні

Уявна поверхня, всі точки якої мають одинаковий потенціал, називається еквіпотенціальною поверхнею.

Принцип суперпозиції потенціалів електростатичних полів: якщо в деякій точці простору електростатичне поле створюється декількома зарядами водночас, то потенціал даної точки поля системи зарядів рівний алгебраїчній сумі потенціалів полів, що створюються в цій точці кожним зарядом окремо.



## Зв'язок різниці потенціалів і напруженості

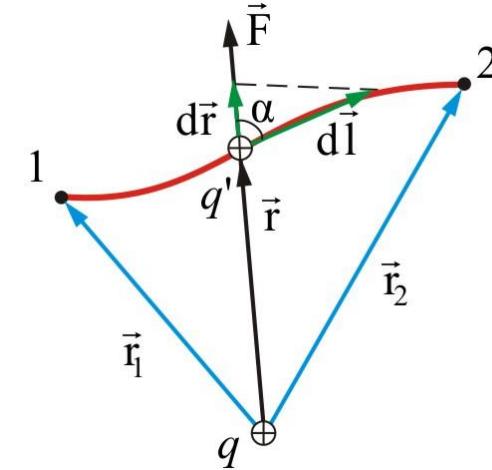
Робота електростатичних сил по перенесенню заряду по довільному шляху рівна

$$dA = F_l dl = E_l q dl,$$

З іншої сторони – вона дорівнює зменшенню потенціальної енергії заряду при переміщенні на  $dl$

$$E_l q dl = -q d\phi$$

$$E_l = -\frac{d\phi}{dl}.$$



## Зв'язок різниці потенціалів і напруженості

Для орієнтації  $d\mathbf{l}$  у просторі, потрібно знати проекції по осіх координат:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k},$$

Функція похідної за напрямом називається **градієнтом**:

$$\text{grad} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k},$$

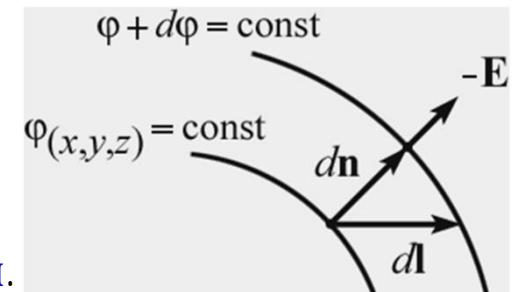
**Градієнт** - це вектор, що показує напрям найшвидшого збільшення функцій.

Тому,  $\vec{E} = -\text{grad} \varphi$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$

Знак мінус свідчить про те, що **вектор напруженості напрямлений у бік зменшення** потенціалу електричного поля.

Вектор напруженості електричного поля  $E$  направлений **проти напряму** найшвидшого росту потенціалу:  $\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dn} \vec{n}$



## Зв'язок різниці потенціалів і напруженості

З умови, що  $\vec{E} = -\nabla\phi$  отримуємо, що векторний добуток для  $[\nabla, \vec{E}]$  стаціонарних електричних полів завжди рівний нулю

Величина  $[\nabla, \vec{E}]$  називається **ротором**, або **вихрем**.

Тобто,  $\text{rot}\vec{E} = 0$  електростатичне поле є безвихрове.

Відповідно до **теореми Стокса** зв'язок між контурним і поверхневим інтегралом:

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = \oint_S \text{rot}\vec{E} d\vec{S} = 0$$

де контур  $L$  обмежує поверхню  $S$ , орієнтація якої визначається напрямом вектора додатньої нормалі  $\vec{n}$  :  $d\vec{S} = \vec{n} dS$

Тому **робота при переміщенні заряду по будь-якому замкнутому контуру в електростатичному полі дорівнює нулю.**

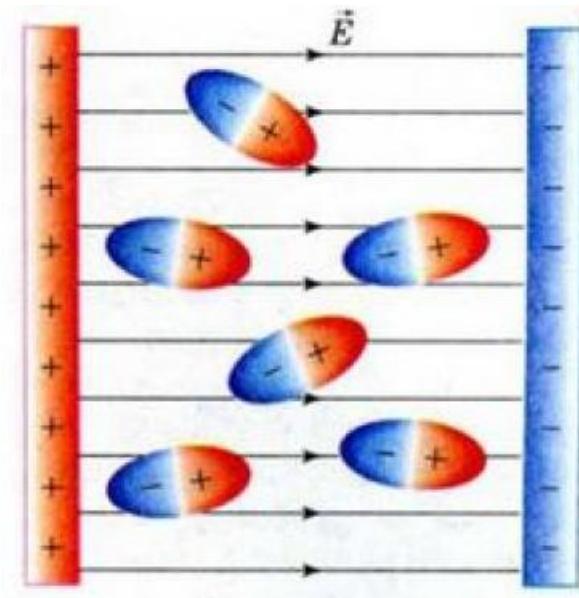


## Лекція 2

---

### Діелектрики в електростатичному полі

1. Електростатичне поле в діелектричному середовищі
2. Поляризація
3. Електричний диполь
4. Поляризованість
5. Види діелектриків
6. Електростатична індукція
7. Електрична ємність
8. Конденсатори
9. Енергія електростатичного поля

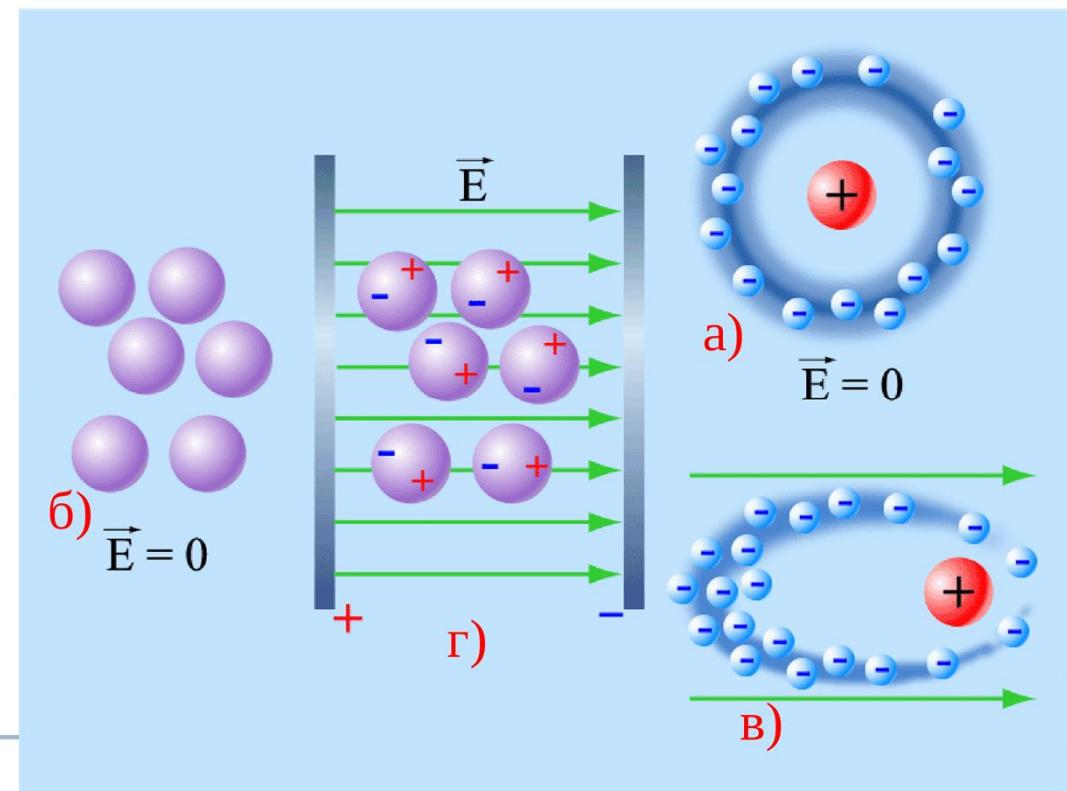


## Електростатичне поле в діелектричному середовищі

Діелектрики - речовини, які майже не проводять електричний струм.

Діелектрики складаються з атомів, кожен з яких електрично нейтральний.

В ідеальному діелектрику вільних носіїв зарядів (здатних переміщатися на відстані переважаючі відстані між атомами), немає.



## Електростатичне поле в діелектричному середовищі

---

Всі **відомі** в природі **речовини**, відповідно до можливості проводити електричний струм, діляться на

---

*три основні класи:*

► **діелектрики**

$$\rho_{\text{д}} = 10^8 - 10^{18} \text{ Ом м}$$

► **напівпровідники**

$$\rho_{\text{д}} > \rho_{\text{п/п}} > \rho_{\text{пр}}.$$

► **проводники**

$$\rho_{\text{пр}} = 10^{-6} - 10^{-8} \text{ Ом/м}$$



## Електростатичне поле в діелектричному середовищі

**В ідеальному діелектрику вільних зарядів**, тобто здатних переміщуватись на значну відстань (яка перевищує відстань між атомами), **немає**.

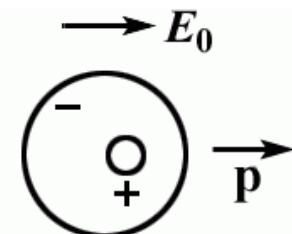
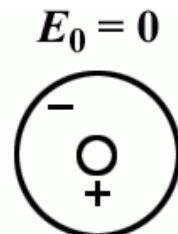
Це не означає, що діелектрик, який поміщений в електростатичне поле, не реагує на нього, що в ньому нічого не відбувається.

Діелектрик поміщений в електростатичне поле реагує на нього – на заряджені частинки з яких складаються атоми з боку поля діятиме сила Кулона

Зміщення електричних зарядів речовини під дією електричного поля називається **поляризацією**.

Здатність до поляризації є основною **властивістю** діелектриків.

Ця властивість **включає** такі складові: електронну, йонну й орієнтаційну (дипольну).



## Види діелектриків

---

За характером просторового розміщення заряджених частинок у молекулах діелектрики поділяють на

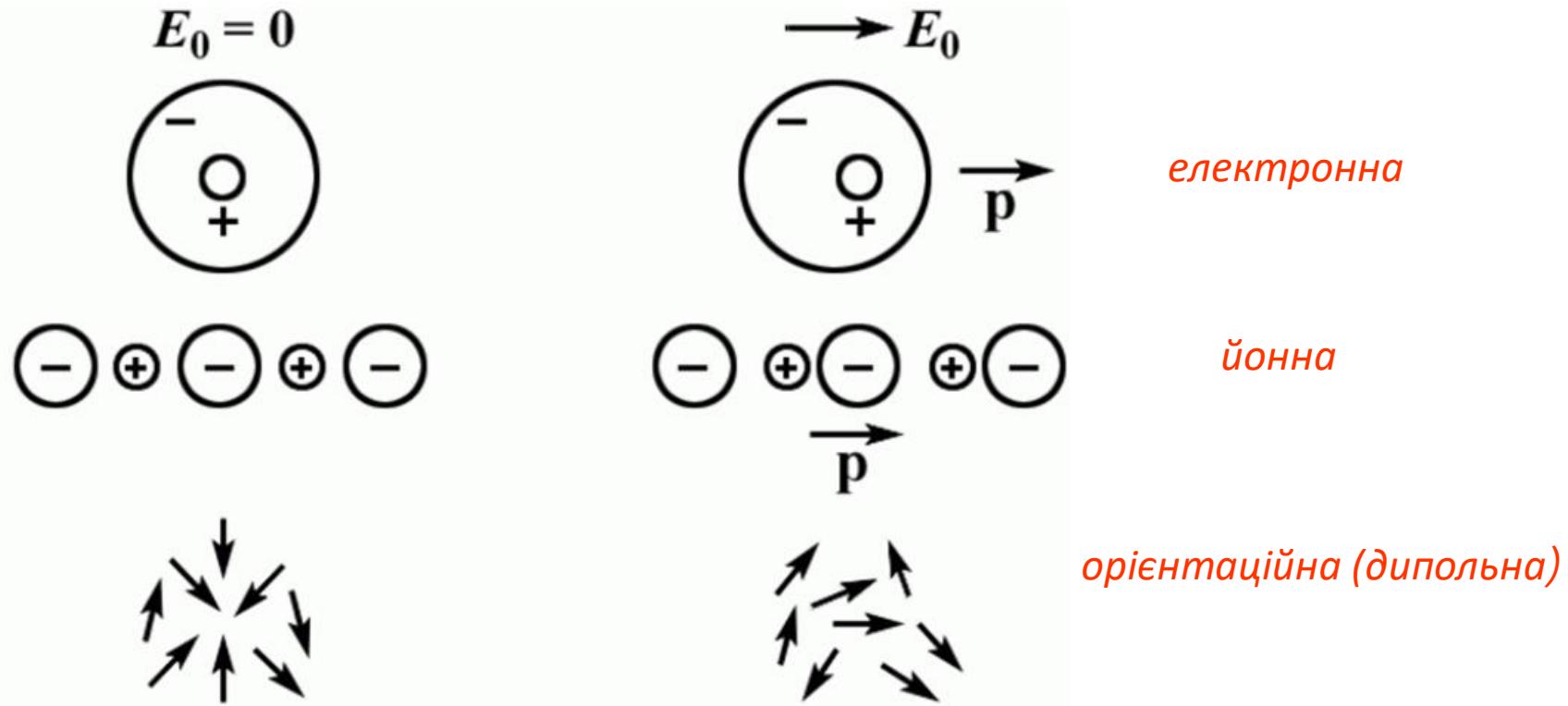
**Неполярні** (наприклад, гази N<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>) – це діелектрики, які мають симетричну будову, тобто у них центри позитивних і негативних зарядів за відсутності електричного поля співпадають.

**Полярні** (наприклад, гази CO, H<sub>2</sub>O, NH<sub>3</sub>, SO<sub>2</sub>) – це діелектрики, центри позитивних і негативних зарядів у яких за відсутності електричного поля не співпадають (молекули – електричні диполі).

**Іонні** (наприклад, NaCl, KC1) – це тверді діелектрики, іонні кристали яких є просторовими гратками з правильним чергуванням іонів різних знаків.



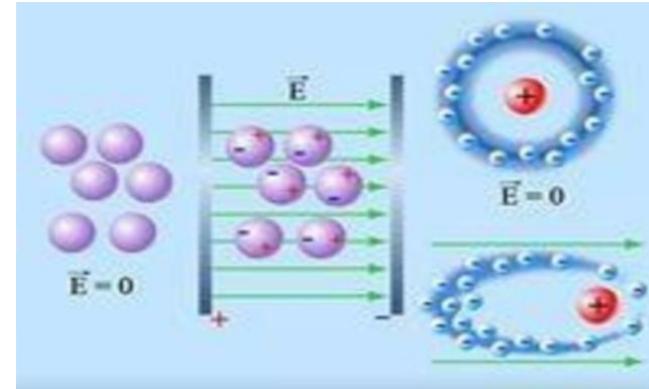
## Поляризація



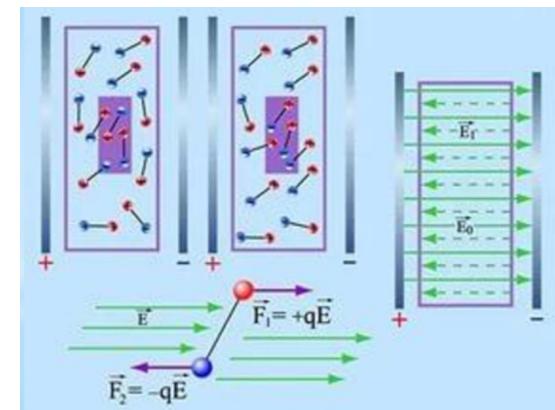
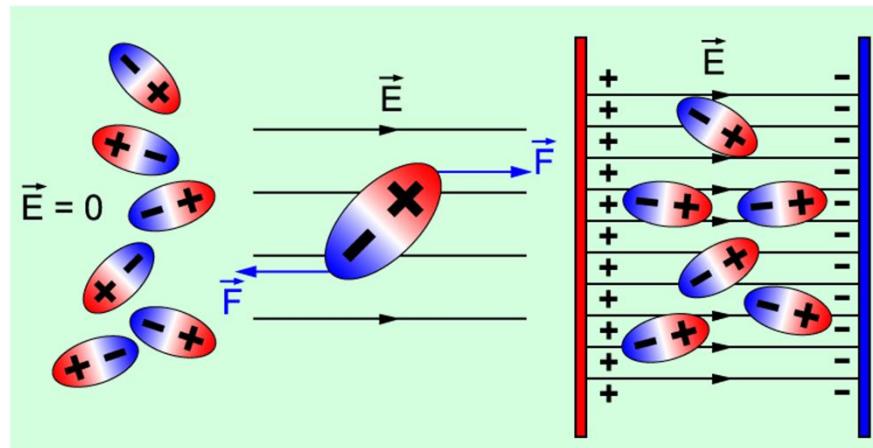
Головне в поляризації зміщення зарядів в електростатичному полі.  
В результаті, кожна молекула чи атом утворює **електричний момент  $P$**

## Поляризація

1) електронна (деформаційна) – характерна для неполярних діелектриків, полягає у виникненні у атомів індукованого дипольного моменту за рахунок деформації електронних орбіт

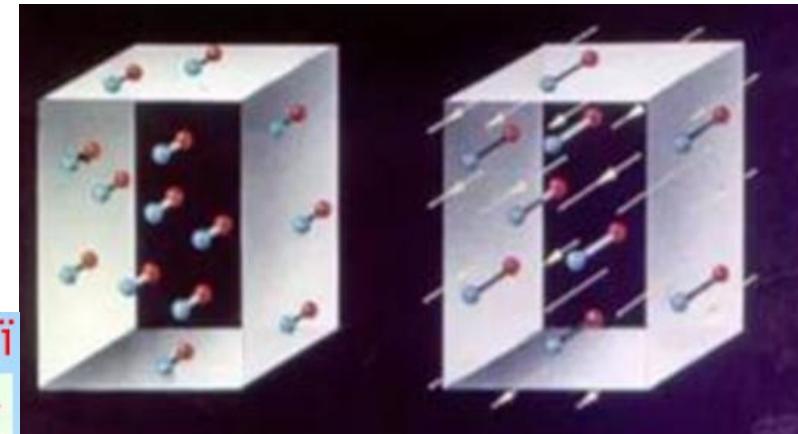
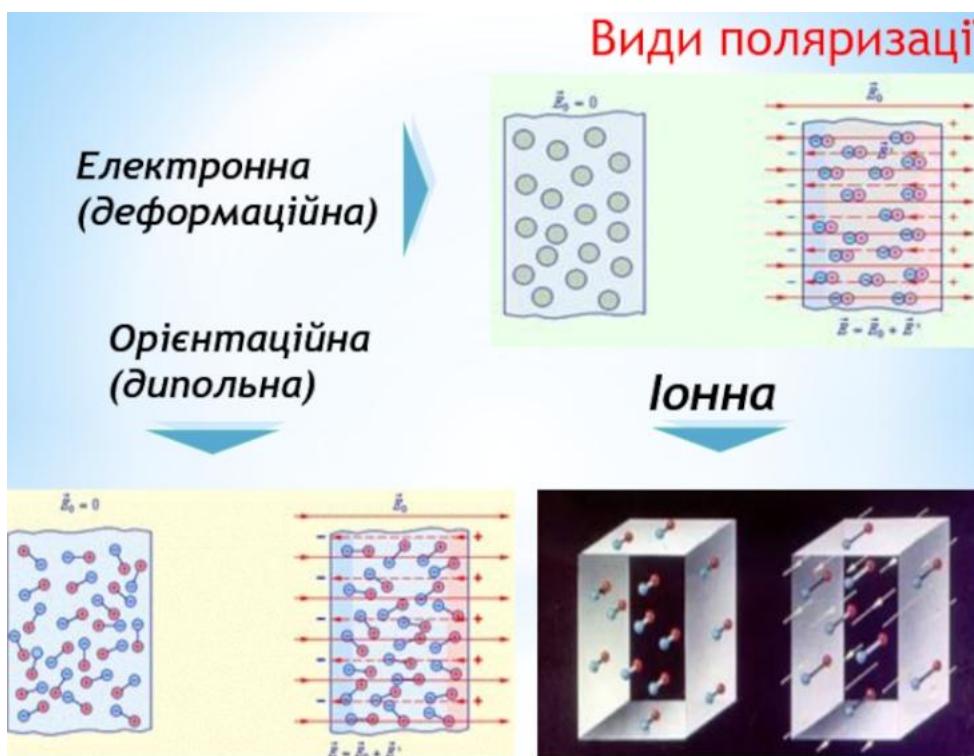


2) орієнтаційна (дипольна) – характерна для полярних діелектриків, полягає в орієнтації наявних диполів за полем. Ця орієнтація тим сильніша, чим більша напруженість електричного поля і чим нижча температура



## Поляризація

3) іонна поляризація - полягає у зміщенні підгратки позитивних іонів вздовж поля, а негативних – проти поля, що і призводить до виникнення дипольних моментів.

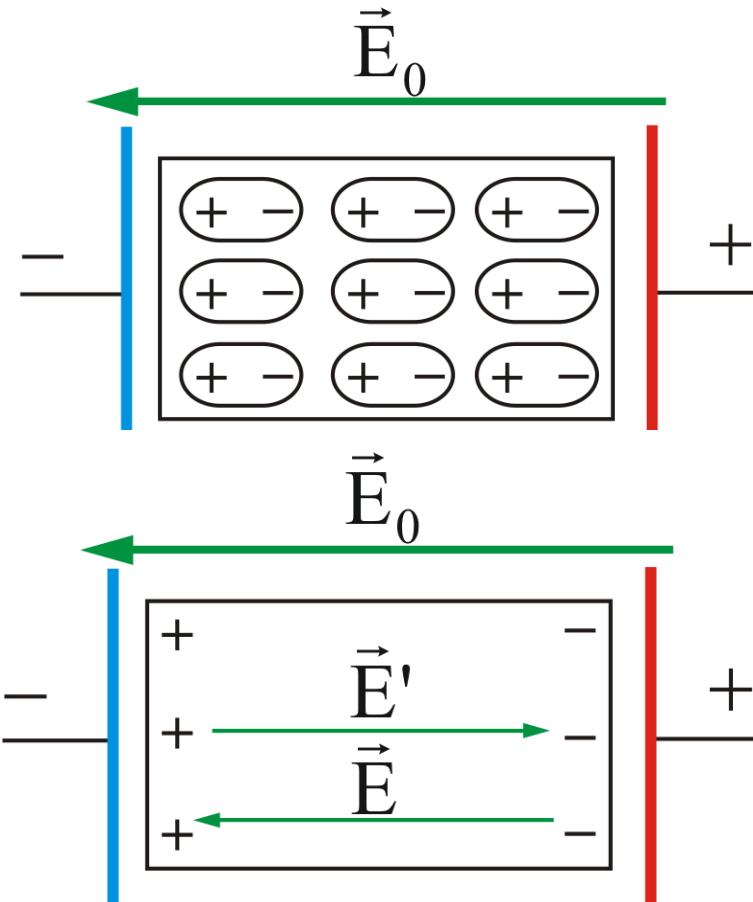


узагальнення видів поляризації

## Поляризація

Всередині діелектрика електричні заряди диполів компенсують один одного.

Але на зовнішніх поверхнях діелектрика з'являються заряди **протилежного** знаку



$E_0$  зовнішнє поле

$E'$  електростатичне поле зв'язаних зарядів,  
напрямлене завжди проти зовнішнього поля

$$E = E_0 - E'.$$

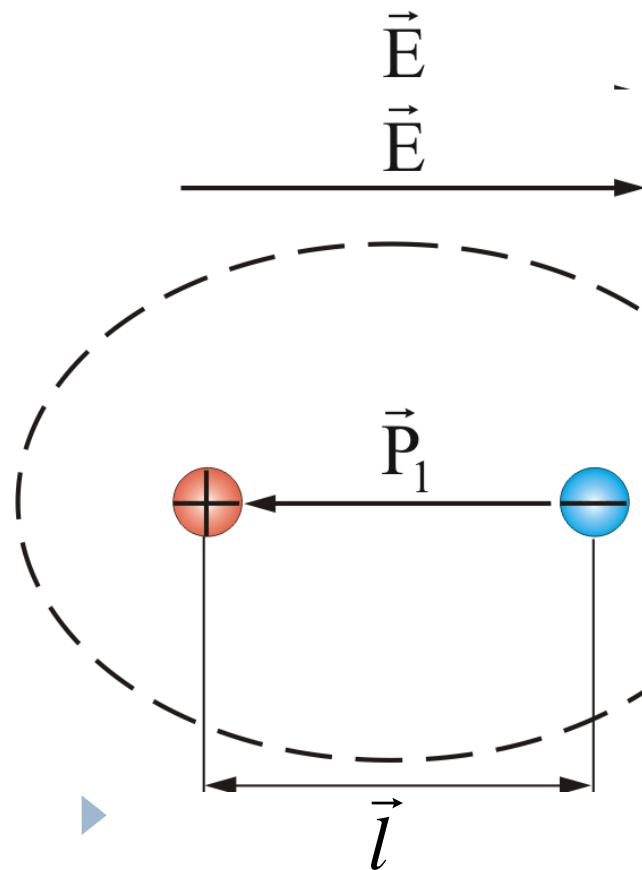
*результатуюче електростатичне поле всередині  
діелектрика*



## Електричний диполь

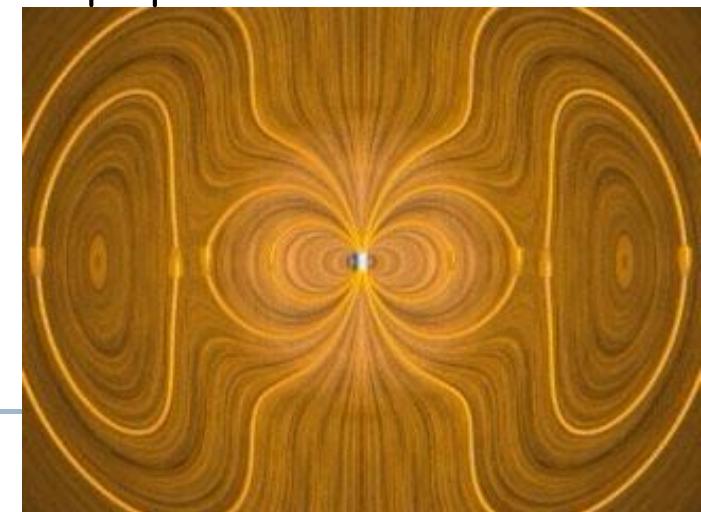
Електричний диполь - система двох рівних по модулю різноменних точкових зарядів ( $+q$ ,  $-q$ ) відстань між якими рівна  $l$

*Плече диполя* – вектор, направлений по осі диполя від негативного заряду до позитивного і рівний відстані між ними.



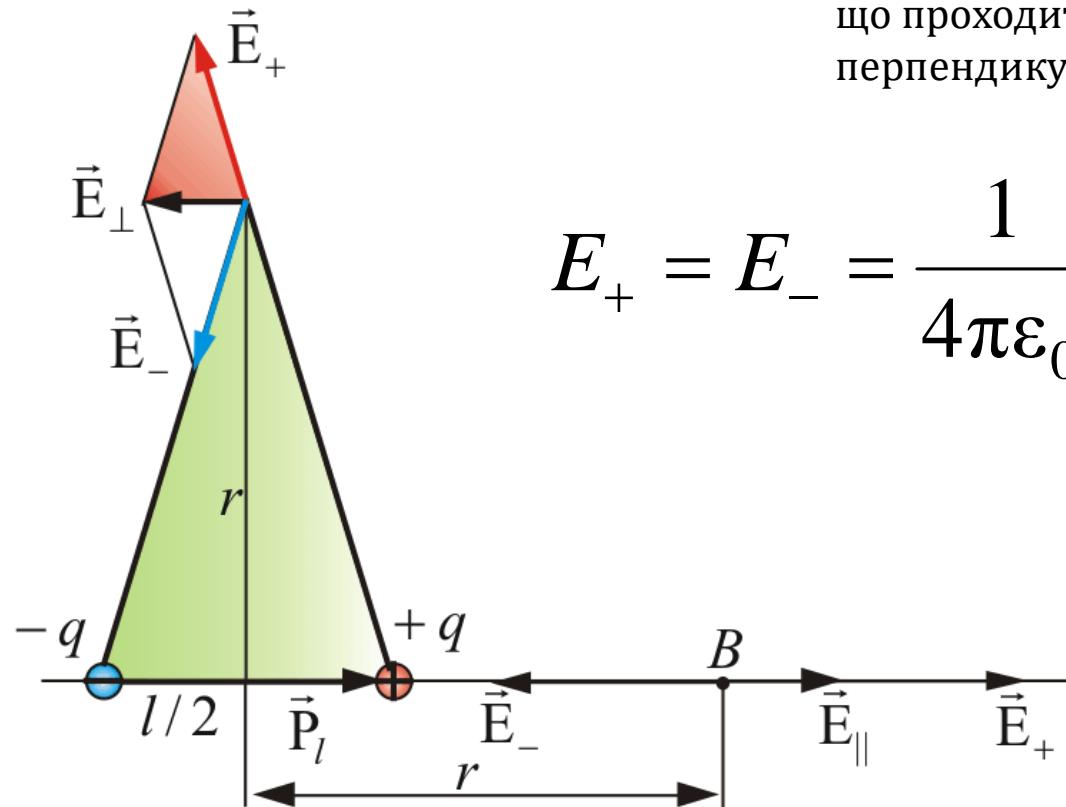
Електричний момент диполя – вектор, що співпадає за напрямом з плечем диполя і рівний добутку модуля заряду на плече:

$$\vec{p}_l = |q| \vec{l}$$



## Електричний диполь

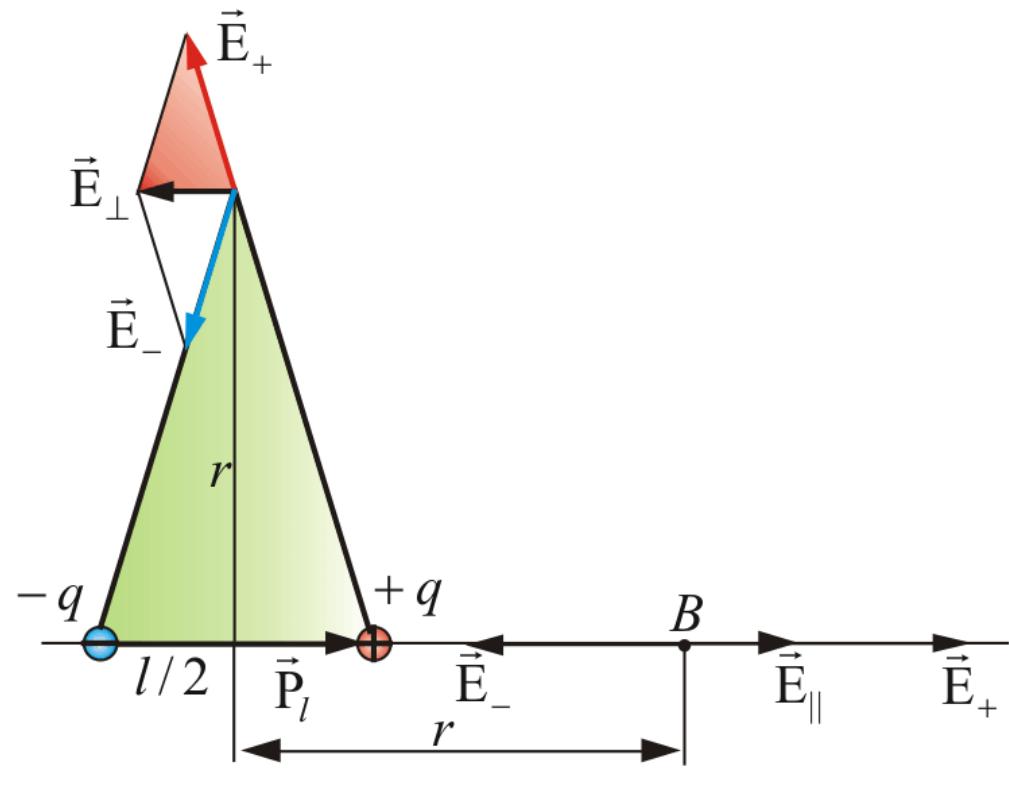
Знайдемо напруженість в точці А на прямій, що проходить через центр диполя і перпендикулярній до осі диполя



$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



## Електричний диполь



З подібності заштрихованих  
трикутників

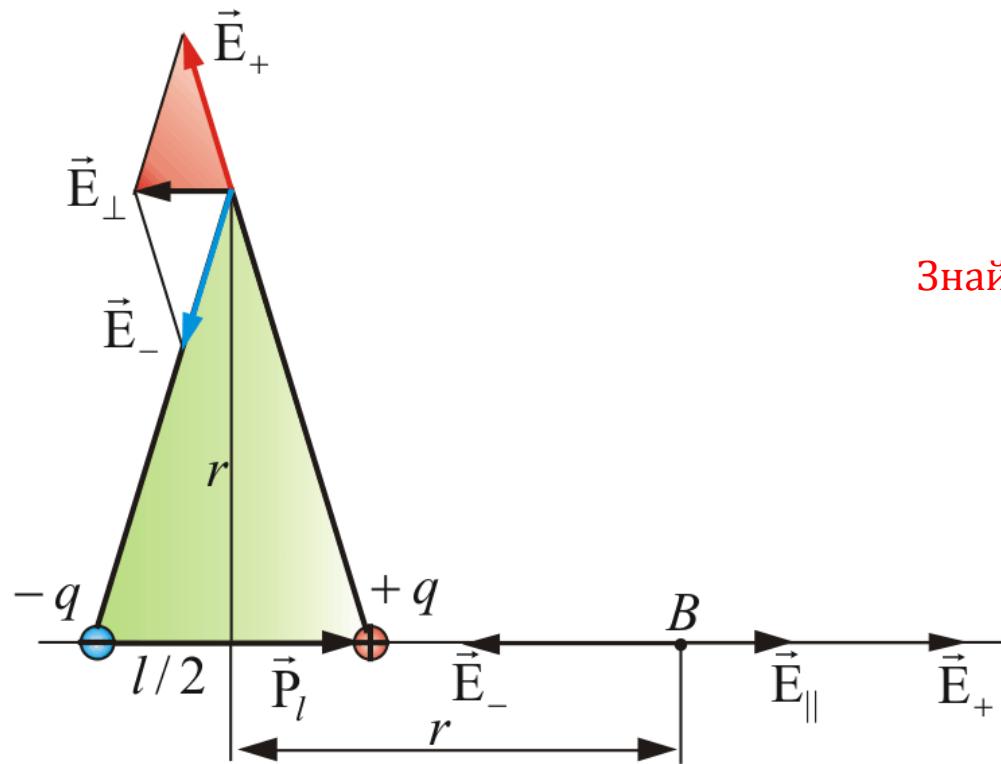
$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \approx \frac{l}{r}$$

$$E_\perp = E_+ \frac{l}{r} = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

$$E_\perp = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\vec{E}_\perp = \frac{-\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$





## Електричний диполь

Знайдемо напруженість в точці В

$$E_{\parallel} = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\vec{E}_{\parallel} = \frac{2\vec{P}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

Напруженість поля диполя зменшується обернено пропорційно кубу відстані від диполя до точки спостереження, тобто швидше, ніж поле точкового заряду.

$$\vec{E} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$



## Поляризованість

---

В зовнішньому електричному полі діелектрик об'ємом  $V$  **поляризується**, тобто **набуває дипольного моменту**

$$\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$$

Поляризованість – дипольний момент одиниці об'єму діелектрика

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}$$

---

*Поле всередині діелектрика менше ніж зовнішнє*  $E = E_0 - E'$ .

Напруженість результуючого поля всередині діелектрика рівна  $E = \frac{E_0}{\epsilon}$

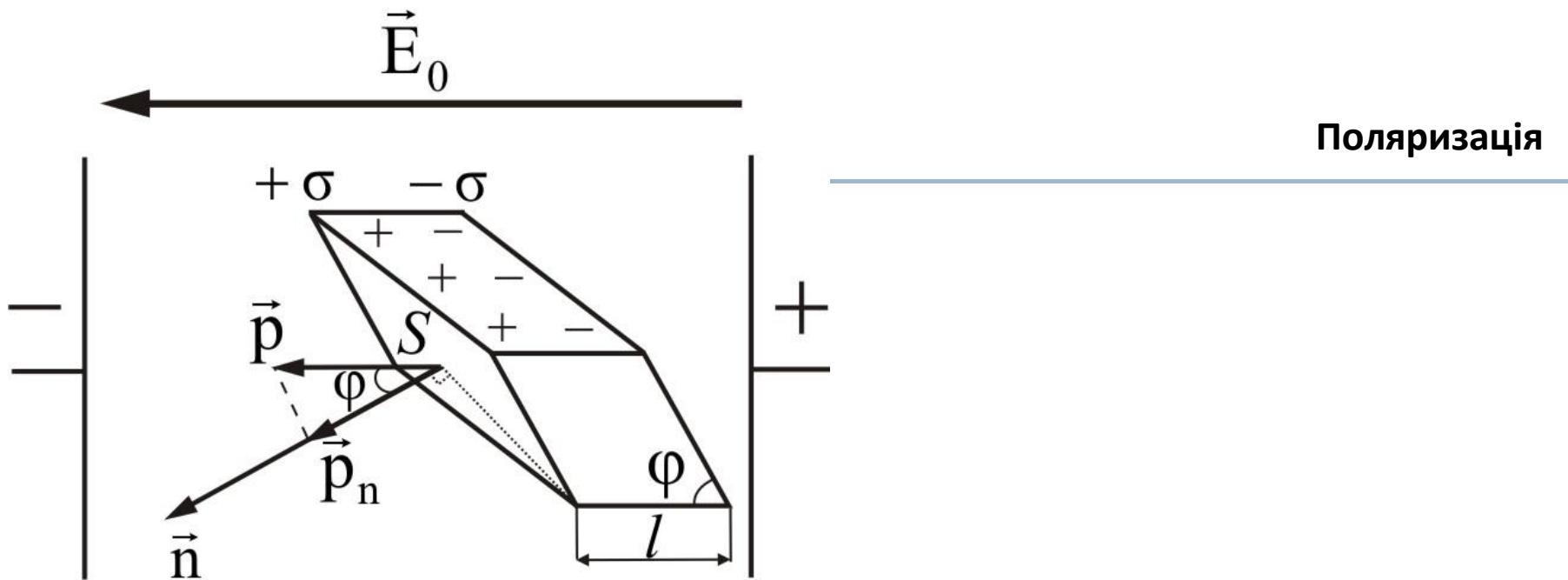
---

*Діелектрична проникність середовища*  $\epsilon$

Діелектрична проникність середовища характеризує здатність діелектриків поляризуватися в електричному полі та *показує в скільки разів поле послаблюється діелектриком.*

Вакуум	1
Повітря	1.0005
Папір	3
Гума	7
Вода	80





Помістимо діелектрик, у формі паралелепіпеда у електростатичне поле  
Електричний момент тіла можна знайти за формулою:

$$\vec{P} = q\vec{l} = \sigma' S \vec{l} \quad P = \sigma' S l \cos\phi$$

$\sigma'$  – поверхнева густина зв'язаних зарядів.



## Поляризація

---

Введемо нове поняття – **вектор поляризації – електростатичний момент однічного об'єму**

$$\underline{\vec{P}} = \sum_k^n \vec{P}_{1k} = n \vec{P}_1, \text{ де } n \text{ – концентрація молекул в одиниці об'єму}$$

Врахувавши це,

$$P = \underline{P}V = \underline{P}Sl \cos \varphi$$

(так як  $V = Sl \cos \varphi$  – об'єм паралелепіпеда).

Прирівнюємо і врахувавши, що **проекція  $P$  на напрямок вектора нормалі**,

$$\text{тоді } \underline{P} \cos \varphi = P_n \\ \sigma' = \underline{P}_n$$

**Поверхнева густина поляризаційних зарядів рівна нормальній складовій вектора поляризації в даній точці поверхні.**

Звідси випливає, що **індуковане в діелектрику електростатичне поле  $E'$  буде впливати тільки на нормальну складову вектора напруженості електростатичного поля**



## Поляризація

---

Вектор поляризації можна представити як:

$$\underline{\vec{P}} = n\vec{P}_1 = n\alpha\epsilon_0\vec{E} = \chi\epsilon_0\vec{E},$$

де  $\alpha$  – *поляризованість молекул*,

$\chi = n\alpha$  – *діелектрична сприйнятливість* – макроскопічна безрозмірна величина, яка характеризує поляризацію одиниці об'єму.

Отже, і в результируючого поля  $\vec{E}$  змінюється, порівняно з  $\vec{E}_0$  тільки нормальна складова. *Тангенціальна складова* поля залишається без змін.

У векторній формі результируче поле можна представити так:  $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ .

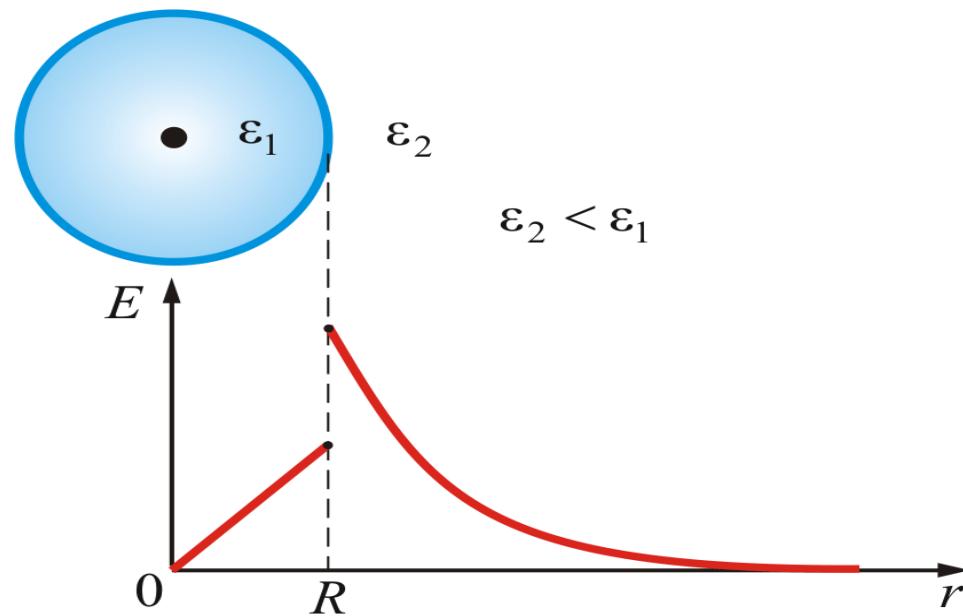
*Результиуча наруженість електростатичного поля* в діелектрику рівна напруженості зовнішнього поля, поділеної на діелектричну проникність середовища

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}.$$

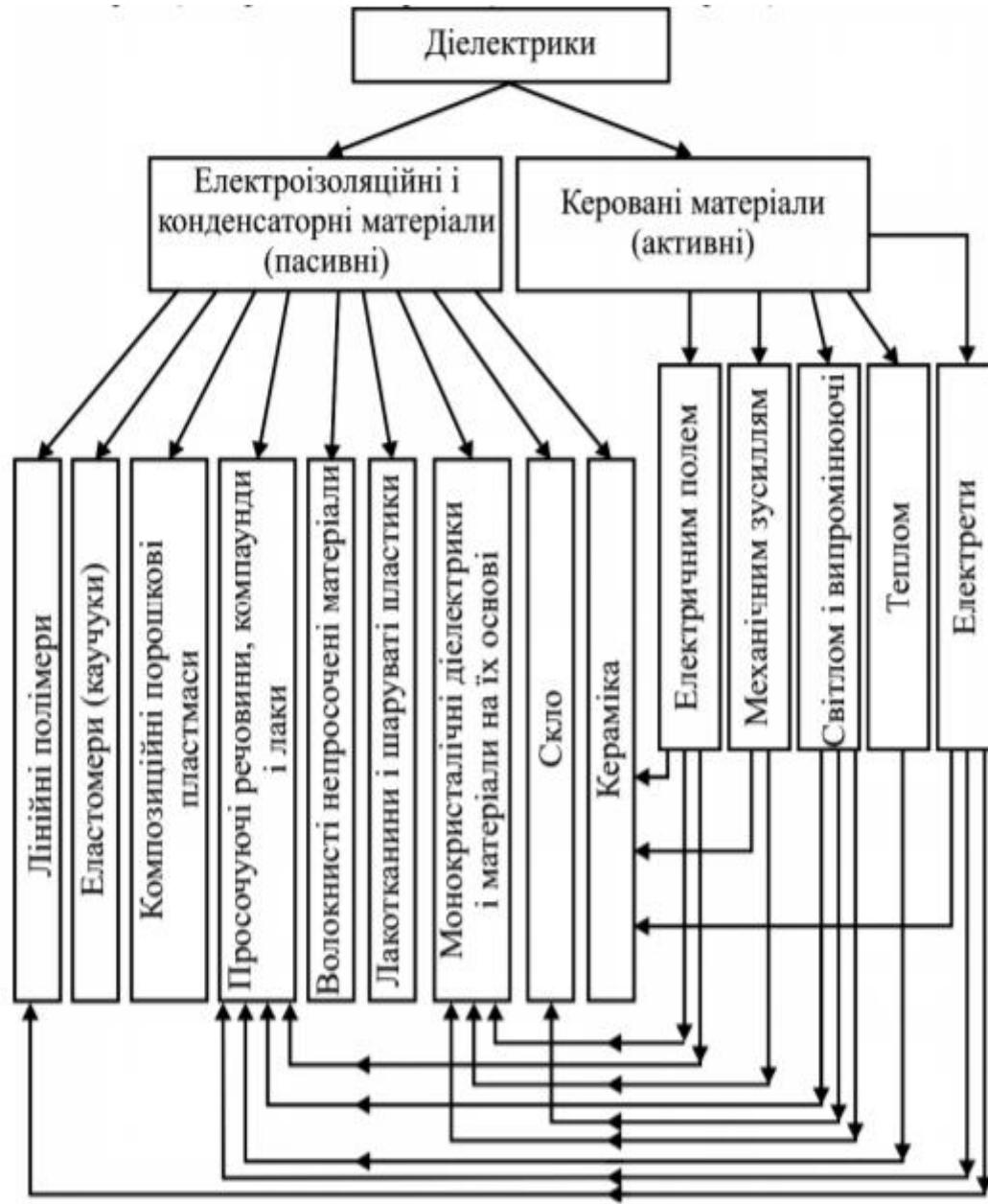


## Поляризація

Графік залежності напруженості електростатичного поля кулі від радіуса, з врахуванням діелектричної проникності двох середовищ ( $\epsilon_1$  і  $\epsilon_2$ ), показаний на рисунку. Як видно з рисунка, напруженість поля стрибкоподібно змінюється при переході з одного середовища в інше.



## Види діелектриків



Класифікація діелектриків  
за функціями у приладах

## Види діелектриків

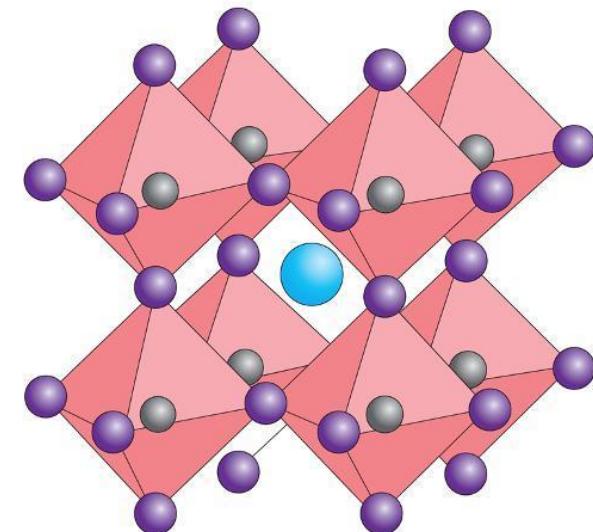
---

Активними називають діелектрики , властивостями яких можна керувати за допомогою зовнішніх енергетичних впливів і використовувати ці матеріали для створення функціональних елементів електроніки.

Активні діелектрики дозволяють здійснити генерацію , підсилення , модуляцію електричних і оптичних сигналів , запам'ятовування або перетворення інформації.

До активних діелектриків відносять

- ✓ сегнето -, п'єзо -, піро -електрики
- ✓ електрети
- ✓ матеріали квантової електроніки
- ✓ рідкі кристали
- ✓ електро -, магніто - і акустооптичні матеріали
- ✓ діелектричні кристали із нелінійними оптичними властивостями



## Види діелектриків

---

Властивостями активних діелектриків можуть володіти не тільки тверді , але також рідкі і навіть газоподібні речовини ( наприклад , активне середовище газових лазерів ).

За хімічним складом це можуть бути органічні і неорганічні матеріали .

За будовою і властивостями їх можна поділити на кристалічні і аморфні , полярні і неполярні діелектрики .

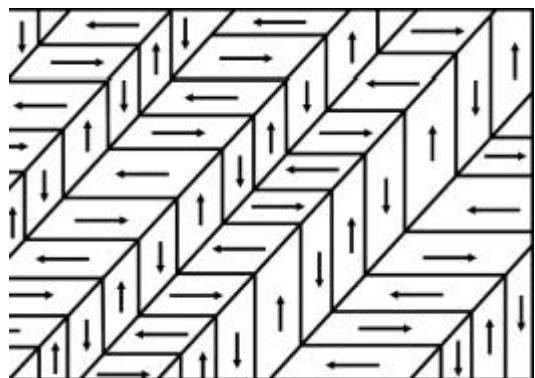
Ряд матеріалів виявляє свою активність лише завдяки наявності у них спонтанної або стійкої залишкової поляризації .

Зі всього різноманіття активних діелектриків будемо розглядати лише ті , які знайшли найбільш широке практичне застосування .



## Сегнетоелектрики

Сегнетоелектриками називають речовини, що володіють спонтанною поляризацією, напрям якої може бути змінений за допомогою зовнішнього електричного поля.



Типова доменна структура

Домени – це макроскопічні області, що володіють спонтанною поляризацією, яка виникає під впливом внутрішніх процесів в діелектрику.

Якщо кристал має малі розміри, то він може складатися всього лише з одного домена.

Проте великі зразки завжди розбиваються на безліч доменів, оскільки однодоменний стан енергетично невигідний.

Розбиття на домени зменшує електростатичну енергію сегнетоелектрика.

Енергетично найвигіднішою є така структура, при якій забезпечується електрична нейтральності доменних границь, тобто проекція вектора поляризації на границю з боку одного домена повинна бути рівна по довжині і протилежна по напряму проекції вектора поляризації з боку сусіднього домена.

З цієї причини електричні моменти доменів орієнтуються за принципом «голова до хвоста».

Встановлено, що лінійні розміри доменів складають від  $10^{-4}$  до  $10^{-1}$  см.

### Властивості

- Діелектрична проникність  $\epsilon$  у деякому температурному інтервалі є велика.

$$\epsilon \sim 10^3 - 10^4$$

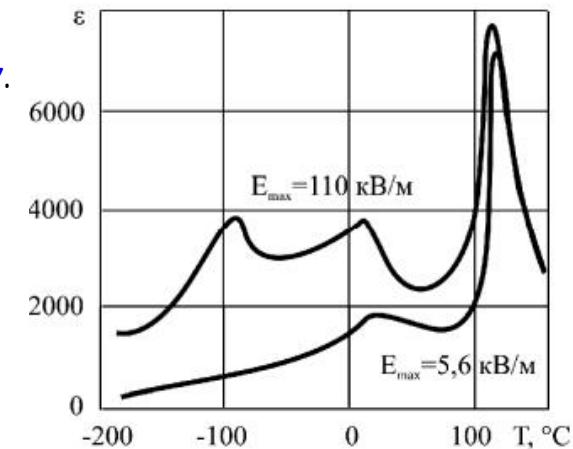
- Значення  $\epsilon$  залежить не тільки від зовнішнього поля  $E_0$ , але і від передісторії зразка.

- Діелектрична проникність  $\epsilon$  (а відповідно, і Р) - нелінійно залежить від напруги зовнішнього електростатичного поля (нелінійні діелектрики).

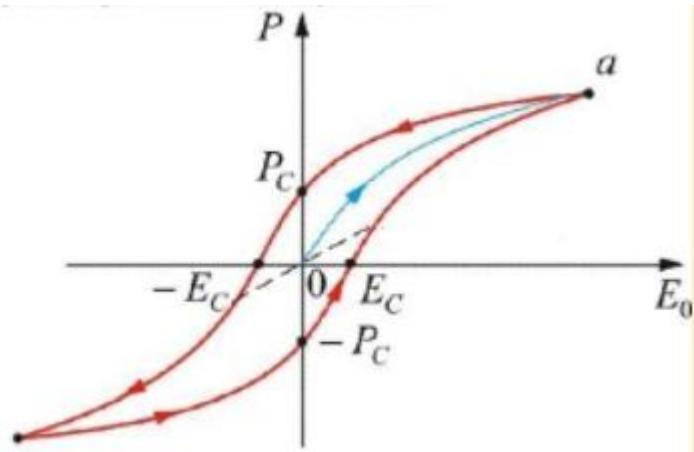
- Наявність точки Кюрі - температури, при якій (і вище) сегнетоелектричні властивості пропадають.

При цій температурі відбувається *фазовий перехід 2-го роду*.

Наприклад,  
титанат барія:  $133^\circ\text{C}$ ;  
сегнетова соль:  $-18 + 24^\circ\text{C}$ ;  
ніобат літія  $1210^\circ\text{C}$ .



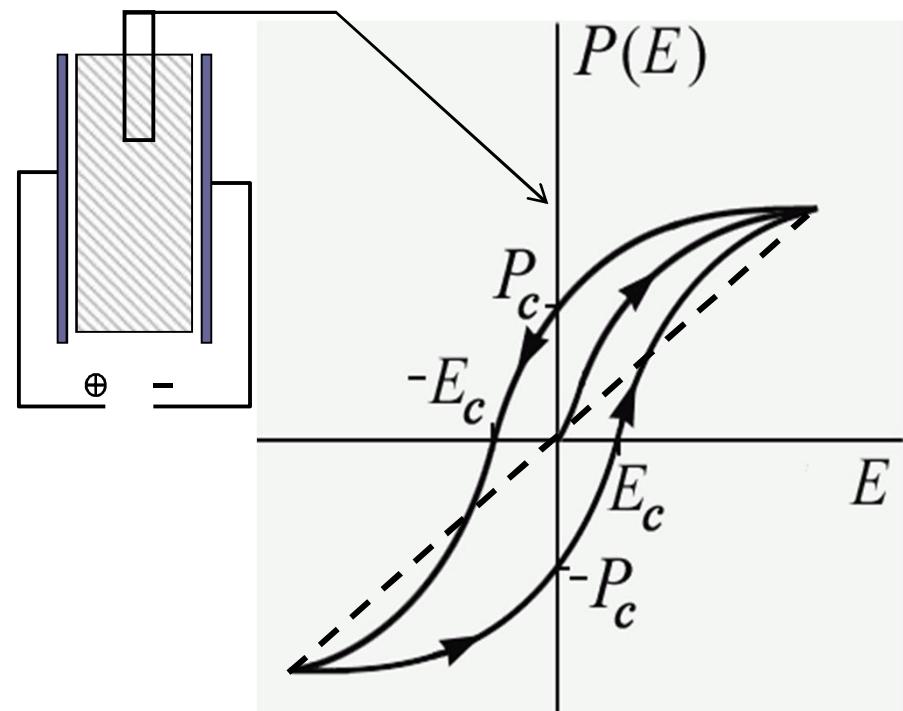
Нелінійна поляризація діелектриків називається *діелектричним гістерезисом*



$E_c$  – коерцитивна сила,  
 $P_c$  – надлишкова поляризація

Крива поляризації **сегнетоелектрика** –  
петля гістерезису.

$E_c$  – коерцитивна сила,  
 $P_c$  – надлишкова поляризація



У технічному застосуванні сегнетоелектриків найважливішими напрямками слід вважати :

- 1) виготовлення малогабаритних низькочастотних конденсаторів із великою питомою ємністю ;
- 2) використання матеріалів із великою нелінійністю поляризації для діелектричних підсилювачів , модуляторів і інших керованих пристройів ;
- 3) використання сегнетоелементів в електронно - обчислювальній техніці як елементи пам'яті ;
- 4) використання кристалів сегнето - і антисегнетоелектриків для модуляції і перетворення лазерного випромінювання ;
- 5) виготовлення п'єзоелектричних і піроелектричних перетворювачів .



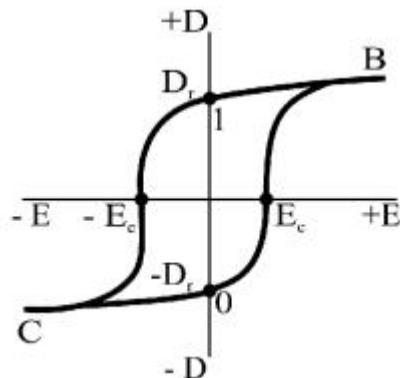
## Сегнетоелектрики

Завдяки діелектричному гістерезису сегнетоелектрики можна застосовувати в запам'ятовуючих пристроях ЕОМ.

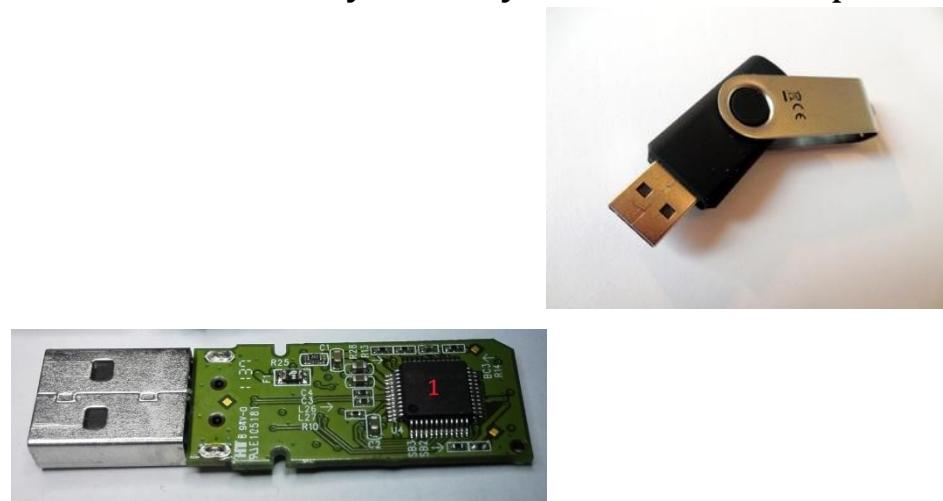
Для цих цілей необхідний матеріал з прямокутною петлею гістерезису, що характерно для монокристалів (наприклад, тригліцинсульфат).

При відсутності зовнішнього поля сегнетоелектрик з ППГ має два стійких стані, що відповідають різним напрямам залишкової електричнії індукції - один з цих станів запам'ятовуючої комірки означає зберігання одиниці, а інший – зберігання нуля.

Подавши зовнішню напругу різної полярності, сегнетоелектрик можна переводити з одного стану в інший, що дає можливість запису, зчитування і стирання інформації.

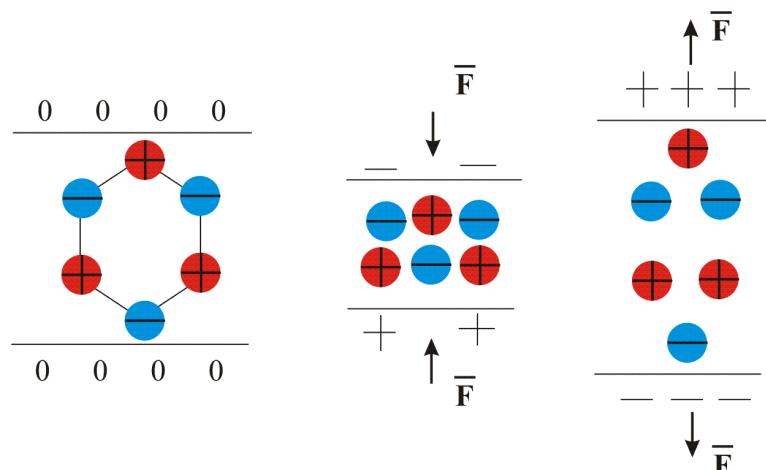


Близька до прямокутної  
петля гістерезису



## П'єзоелектрики

Прямим п'єзоелектричним ефектом називають явище поляризації діелектрика під дією механічної напруги (явище було відкрите братами Кюрі (Пером та Жаком) в 1880 р.).



Якщо до граней кристала приклести металічні електроди (обкладки), то при деформації кристала на обкладках виникне різниця потенціалів, а через замкнені обкладки потече струм.



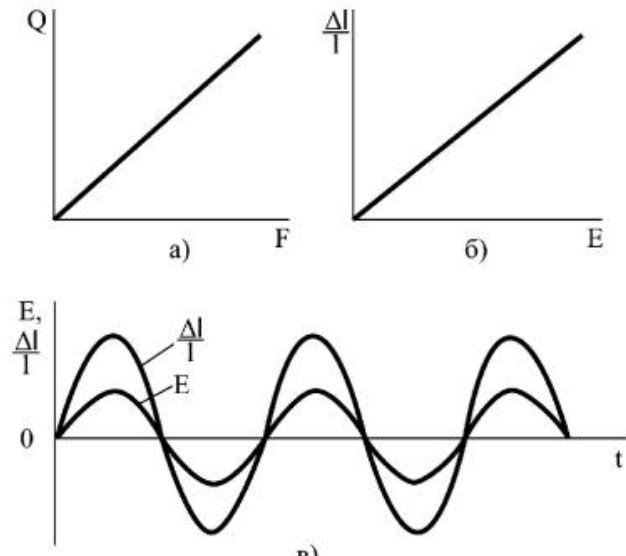
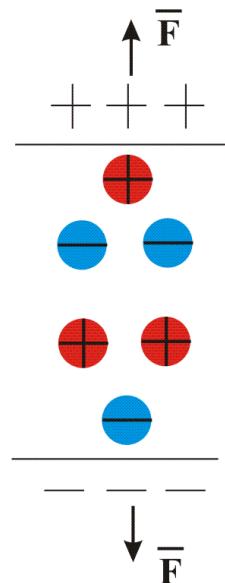
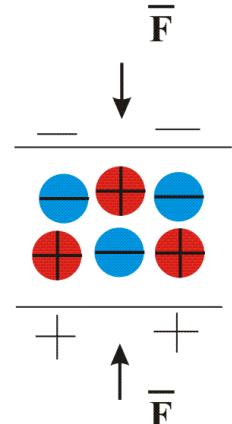
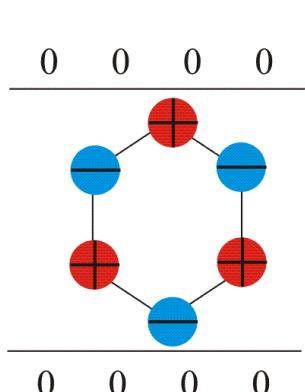
Електричний заряд, що виникає на кожній з поверхонь діелектрика, змінюється за лінійним законом залежно від механічних зусиль

$$Q=dF; \quad Q/S = dF/S = q S = P = d \sigma,$$

де  $Q$  – заряд ;  $d$  – п'єзомодуль ;  $F$  – сила ;  $S$  – площа ;  $q S$  – заряд на одиницю площини ;  $P$  – поляризованисть ;  $\sigma$  – механічна напруга в перерізі діелектрика .

## П'єзоелектрики

Таким чином, п'єзомодуль д чисельно дорівнює заряду, що виникає на одиниці поверхні п'єзоелектрика при прикладанні до нього одиниці тиску (на практиці п'єзомодуль складає біля  $10^{-10}$  Кл/Н.)



При оберненому п'єзоелектричному ефекті відбувається зміна розмірів діелектрика  $\Delta l/l$  залежно від напруженості електричного поля  $E$  за лінійним законом  $\Delta l/l = \delta = dE$ , де  $\delta$  – відносна деформація.

### Застосування

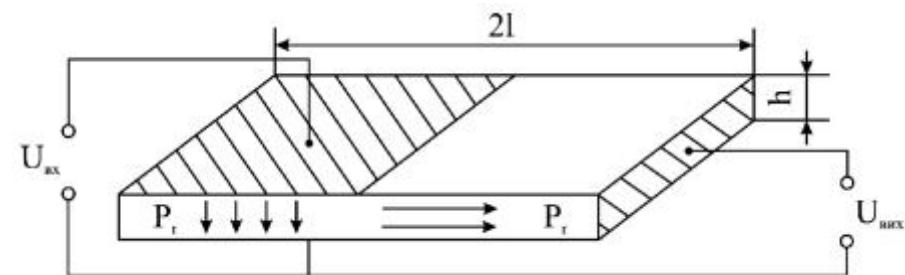
П'єзокерамічні елементи (на основі  $\text{PbZrO}_3 - \text{PbTiO}_3$ ) використовують як датчики тиску, деформацій, прискорень і вібрацій.

Подвійне перетворення енергії (електричної в механічну і навпаки) покладене в основу роботи п'єзорезонансних фільтрів, ліній затримки і п'єзотрансформаторів.

П'єзотрансформатори призначені для отримання високої напруги (для газорозрядних приладів, лічильників Гейгера і для генерування високовольтних імпульсів).

Їх звичайно виконують у вигляді пластини або бруска, одна половина якого (збудник коливань) поляризується по товщині, а інша (генератор) – по довжині бруска. Змінне електричне поле, що підводиться до затискачів збудника, викликає резонансні механічні коливання по довжині бруска, і навпаки.

Всі сегнетоелектрики володіють п'єзоелектричними властивостями



## Піроелектрики

---

Піроелектричним ефектом називають зміну спонтанної поляризації діелектриків при зміні температури.

Рівняння піроелектричного ефекту записують у вигляді:  $-dP_{cn} = pdT$   
де Р<sub>сп</sub> – спонтанна поляризованасть діелектрика;  
р – піроелектричний коефіцієнт.

Якість піроелектричного матеріалу прийнято характеризувати  $R_B = p / (\epsilon c)$   
приведеним фізичним параметром:  
де  $\epsilon$  – діелектрична проникність; с – питома об'ємна теплоємність.

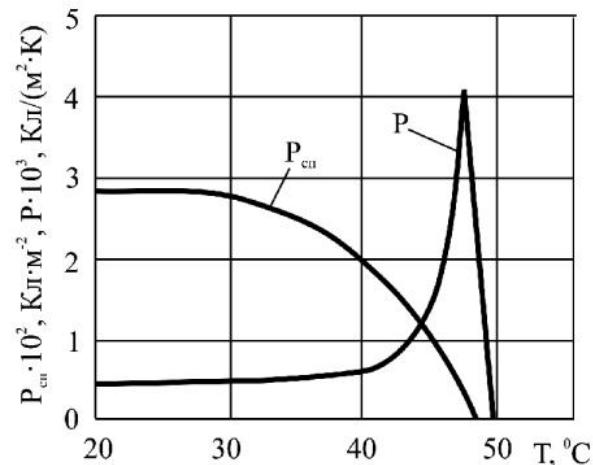
Сегнетоелектрики проявляють піроелектричні властивості лише в  
**монодоменізованому** стані, для якого характерна однакова орієнтація  
спонтанної поляризованості всіх доменів. В **полідоменному** зразку сумарна  
поляризованасть дорівнює нулю, і тому піроефект відсутній.

З термодинамічної теорії сегнетоелектриків  
випливає наступна залежність спонтанної  
поляризованості від температури:

$$P_{cn} = A\sqrt{T_K - T}$$



## Піроелектрики



Залежність спонтанної поляризованості  $P_{sp}$  і піроелектричного коефіцієнта  $P$  від температури

Піроелектричними властивостями володіють деякі лінійні діелектрики (наприклад, турмалін, сульфат літію) і всі сегнетоелектричні матеріали.

Особливість лінійних піроелектриків полягає в тому, що в них, на відміну від сегнетоелектриків, напрям спонтанної поляризації не може змінюватися за допомогою зовнішнього електричного поля.

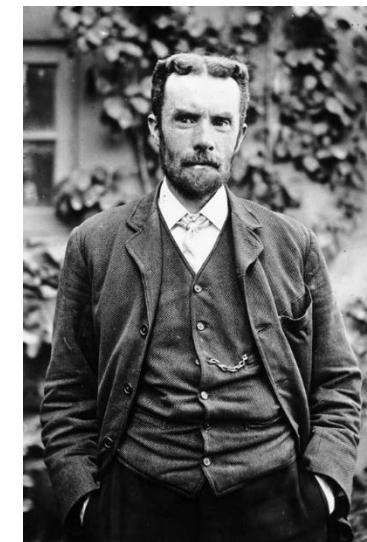
Значний піроефект в сегнетоелектриках використовується для створення теплових датчиків і приймачів променевої енергії, зокрема для реєстрації інфрачервоного НВЧ - випромінювання.

## Електрети

---

Серед діелектриків є **речовини**, що називаються **електрети** - діелектрики, що довго зберігають поляризовані стани після зняття зовнішнього електростатичного поля (аналоги постійних магнітів).

Термін **електрет** був запропонований англійським фізиком Хевісайдом в 1896 р., а зразки електретів були вперше виготовлені японським дослідником Єгучі в 1922 р. з охолодженого в сильному електричному полі розплаву полярних діелектриків: пальмового воску і каніфолі.

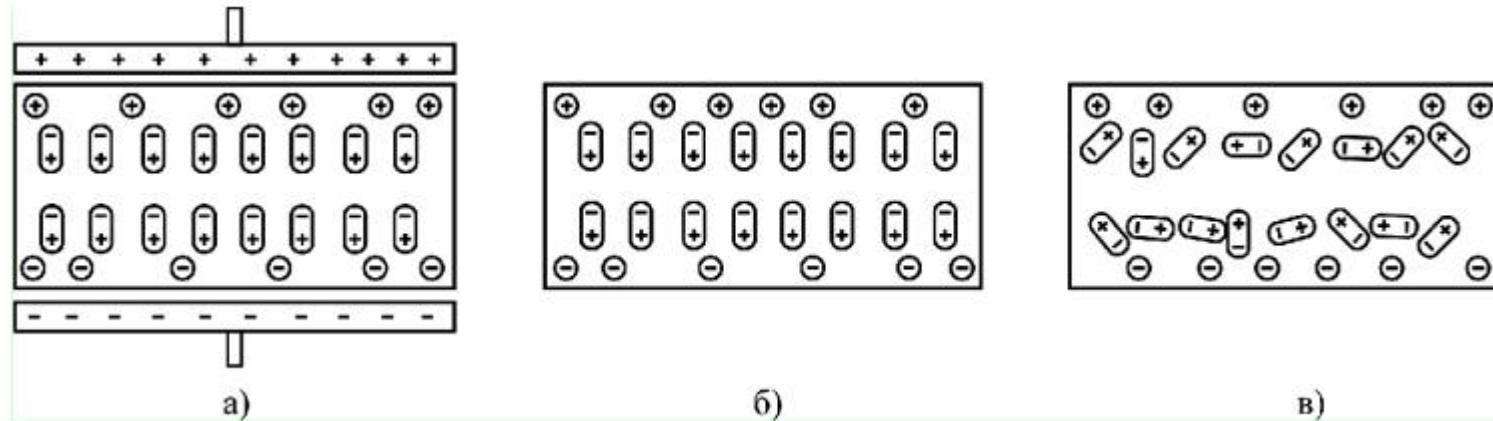


### Види електретів:

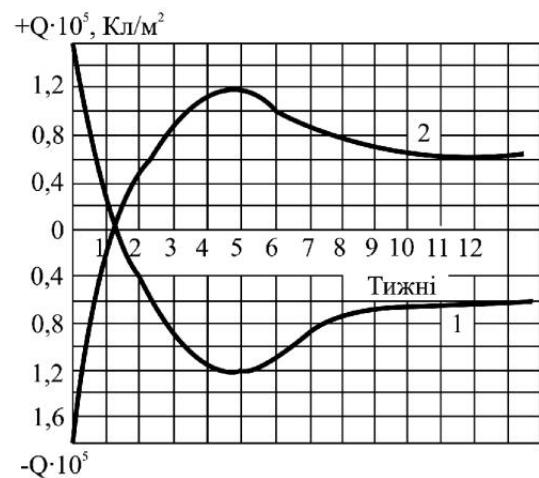
- ✓ **електроелектрети** утворюються при дії на діелектрик тільки **електричного поля** без нагріву або опромінювання
- ✓ **термоелектрети** при одночасній дії температури і **електричного поля**
- ✓ **фотоелектрети** при одночасній дії світла і **електричного поля** можуть тривалий час зберігати заряди в темності і швидко розряджаються при освітленні
- ✓ **кореноелектрети** утворюються при дії **електричного поля** при знижених тисках



Електрети



## Зміна стану зарядів електрета з часом



Криві залежності заряду електрета від часу:

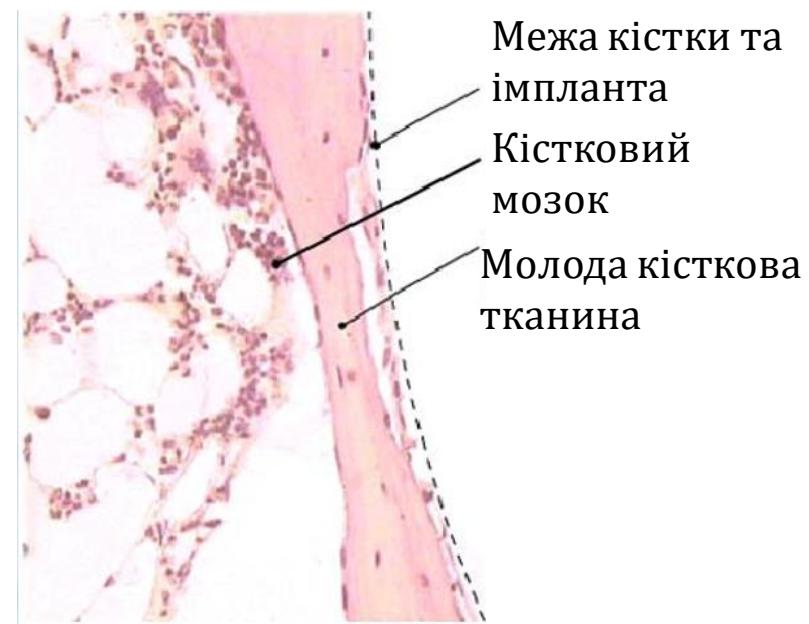
1 – сторона електрета, обернена до мінусу поляризуючої напруги;  
2 – те ж – до плюса

## Електрети

Протягом останніх років формується та інтенсивно розвивається новітня медицина, що базується на використанні **близькодіючих статичних електрических полів** для стимулювання позитивних біологічних процесів в організмі людини.

Разом з **імплантатом** в організм людини потрапляє **електретна плівка**, що своїм полем створює **дозований локальний вплив** на пошкоджений орган, що забезпечує його лікування в оптимальних біофізичних умовах.

В основі цього процесу лежить **природний ефект**, що зовнішнє близькодіюче **електричне поле визначеного величини та знаку**, яке діє на клітичному рівні, є катализатором формування здорових новоутворень у живих тканинах.

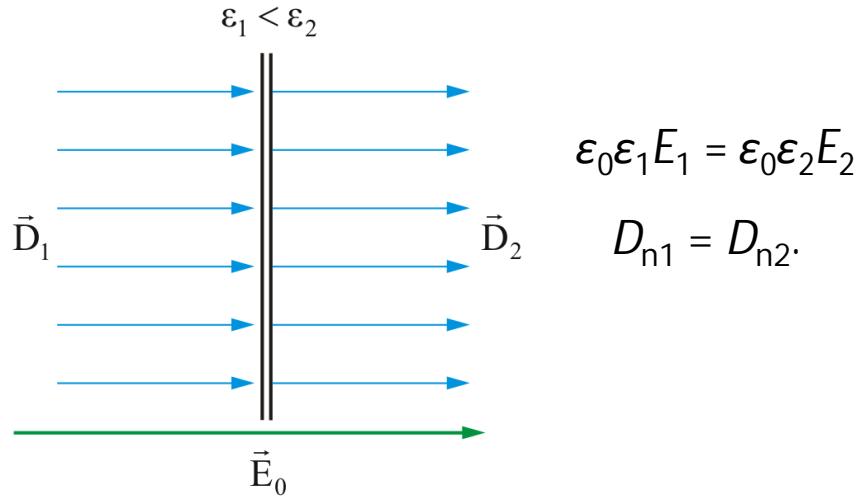
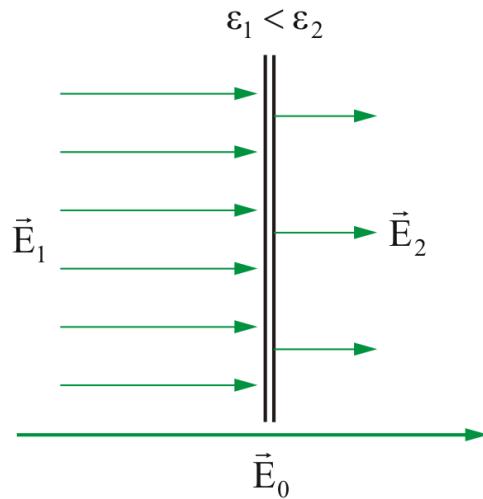


## Вектор електричного зміщення

Головна задача електростатики - знаходження електричних полів, що є в різних електричних апаратах, кабелях, конденсаторах та ін.

Ці розрахунки є складними, і для їх спрощення вводиться нова векторна величина – **вектор електричного зміщення** (електрична індукція).

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$



При переході з одного середовища в інше, вектор електричної індукції залишається **сталим**, що спрощує обчислення



## Вектор електричного зміщення

У загальному випадку,

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

Або  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \underline{\vec{P}}$ ,  $\underline{\vec{P}}$  - вектор поляризації,  $\chi$  - діелектрична сприйнятливість

В однородному електростатичному полі **потік вектора** електричної індукції:

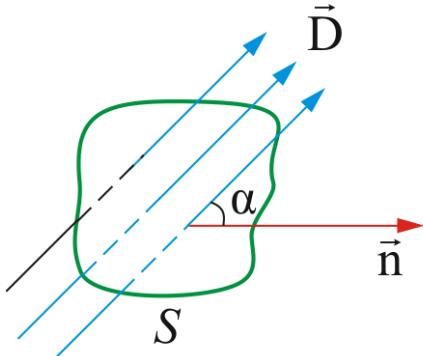
$$\Phi_D = D S \cos \alpha = D_n S.$$

За теоремою Остроградського-Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon}$$

$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \oint_S D_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon}$$



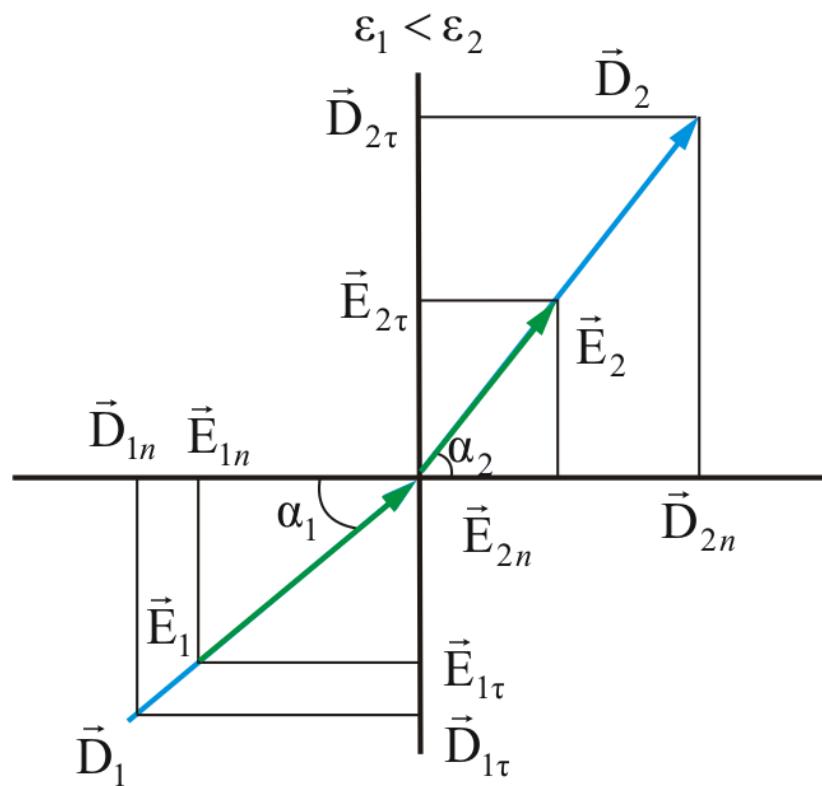
Потік вектора  $\vec{D}$  через будь-яку замкнуту поверхню визначається **тільки вільними зарядами**, а не всіма зарядами всередині об'єму, обмеженого даною поверхнею.



## Вектор електричного зміщення

При переході із одного діелектричного середовища в інше, вектор  $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$  заломлюється на такий же кут, як  $\vec{E}$

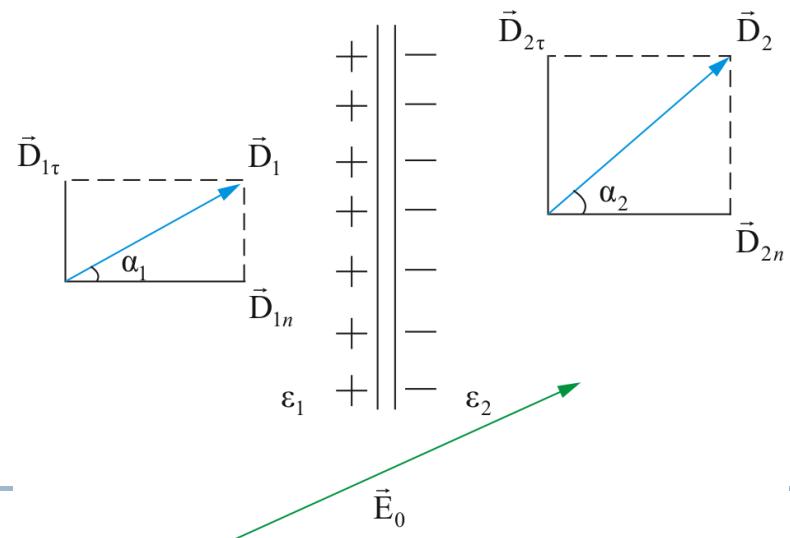
У діелектрику з більшою діелектричною проникністю лінії віддаляються від нормалі.



### Закон заломлення вектора $D$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{2\tau} D_{1n}}{D_{2n} D_{1\tau}} = \frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$



## Лекція 3

### Провідники у електричному полі

1. Напруженість і потенціал електростатичного поля в провіднику
2. Визначення напруженості електростатичного поля поблизу провідника
3. Експериментальна перевірка розподілу заряду на провіднику
4. Конденсатори
5. Емісійні явища
6. Види емісії
7. Контактні явища на межі розділу металів

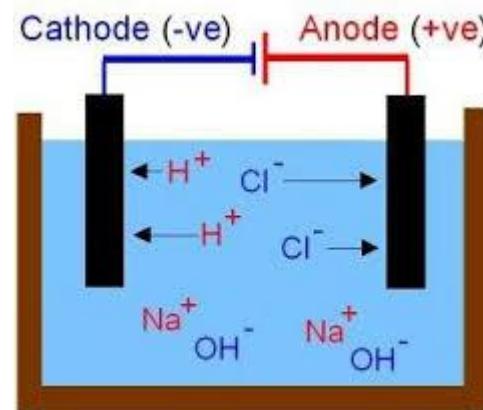


## Напруженість і потенціал електростатичного поля в провіднику

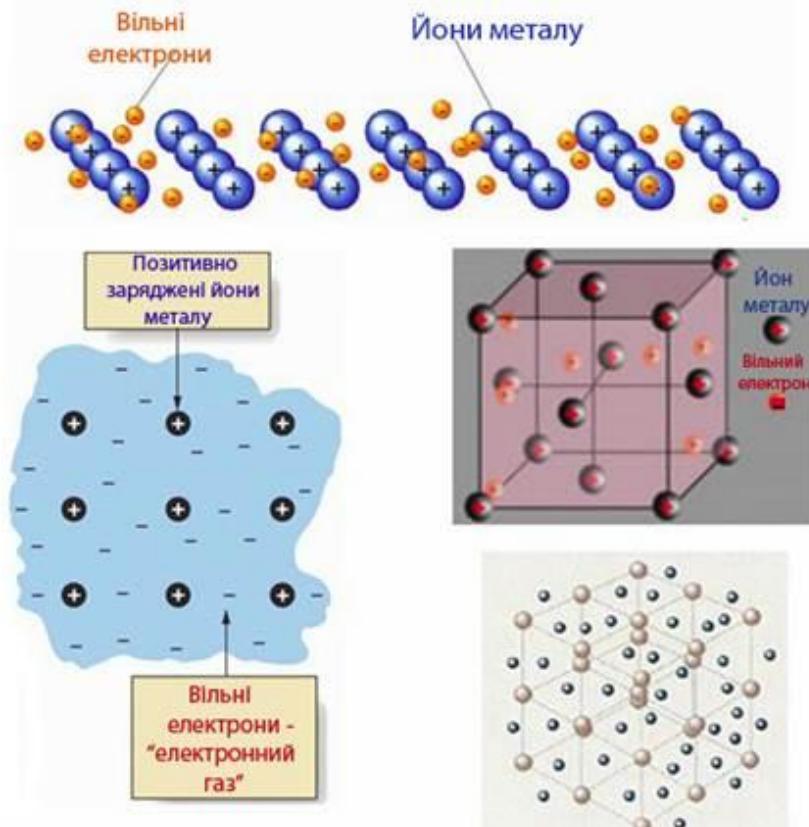
У провідниках є заряджені частинки - носії заряду (електрони в металах, іони в електролітах) здатні переміщуватися по всьому об'єму провідника під дією зовнішнього електростатичного поля.

Вони виникають при конденсації пари металу за рахунок розподілу валентних електронів.

### Носіями заряду у електролітах є іони (проводники ІІ роду)



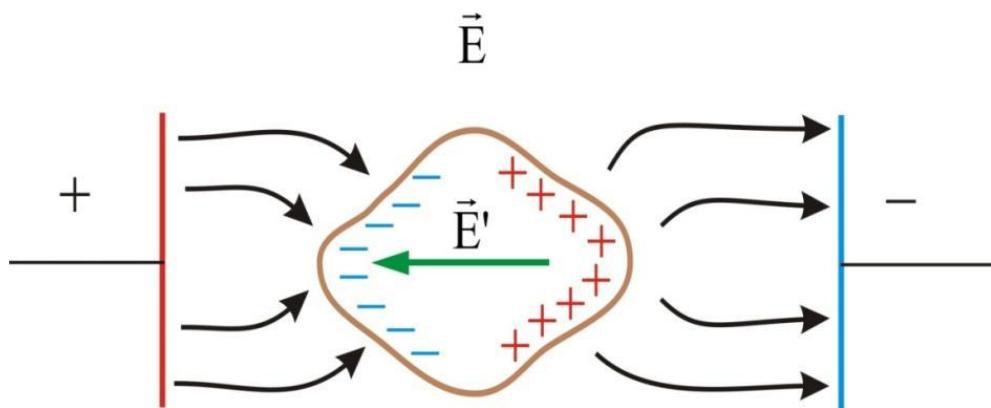
Носіями заряду в металах є електрони провідності (проводники I роду).



## Напруженість і потенціал електростатичного поля в провіднику

При відсутності електричного поля метал є нейтральним - електростатичне поле, яке створюється позитивними і негативними зарядами всередині нього компенсується.

При внесені металевого провідника в зовнішнє електростатичне поле, електрони провідності переміщуються до тих пір, поки усюди всередині провідника поле електронів провідності і позитивних іонів **НЕ скомпенсує зовнішнє поле**.



Електростатична індукція - явище перерозподілу зарядів в провіднику в зовнішньому електростатичному полі.

У будь-якій точці всередині провідника, що знаходиться в електростатичному полі:  
 $E = 0$ ;  $d\varphi = 0$ ; тобто  $\varphi = \text{const}$ .



## Напруженість і потенціал електростатичного поля в провіднику

---

На поверхні провідника напруженість  $E$  спрямована по нормалі до цієї поверхні, інакше, під дією складової  $E\tau$ , дотичної до поверхні, заряди переміщалися б по провіднику, а це суперечило б їх статичному розподілу.

Поза межами зарядженого провідника - поле  $\epsilon$ , отже, має бути вектор  $E$ , спрямований перпендикулярно до поверхні!

У стійкому стані в провіднику, поміщеному в електростатичне поле ми маємо:

Виникає короткочасна електростатична індукція (10-8 секунд) - появі на заряджений поверхні металу заряду протилежного знаку .

Електростатичне екронування - всередину провідника поле не проникає.

У всіх точках всередині провідника  $E = 0$ , а у всіх точках на поверхні  $E = En$  ( $E\tau = 0$ );

Весь об'єм провідника, що знаходиться в електростатичному полі, є еквіпотенціальним.



## Напруженість і потенціал електростатичного поля в провіднику

---

Дійсно, в будь-якій точці всередині провідника  $\frac{d\varphi}{dl} = -E = 0$ , отже,  $\varphi = \text{const.}$

Поверхня провідника теж **еквіпотенціальна**:  $\frac{d\varphi}{dl} = -E_\tau = 0$  (для будь-якої лінії на поверхні)

**Потенціал поверхні дорівнює потенціалу об'єму провідника.**

У зарядженному провіднику некомпенсовані заряди, розташовуються тільки на поверхні (їх розштовхують кулонівські сили).

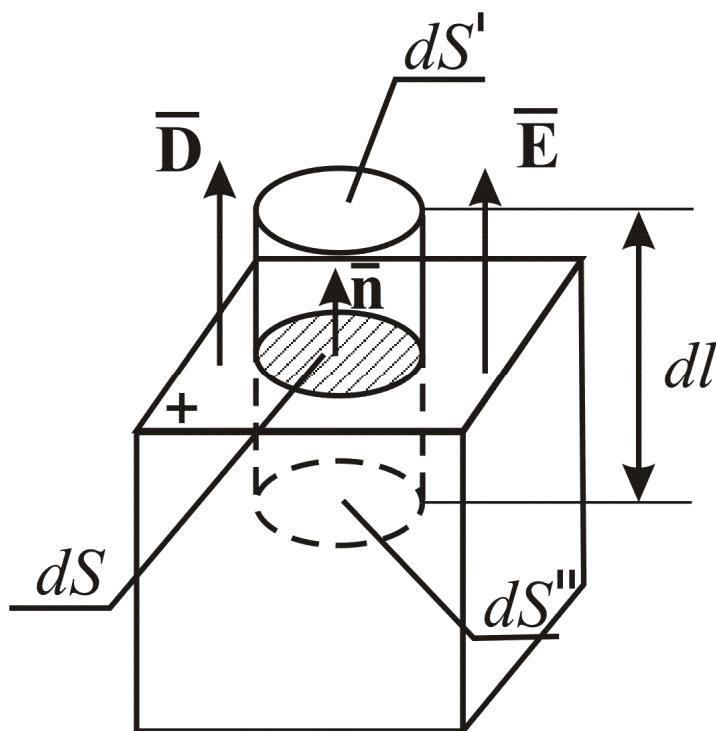
**Доведення:**

Згідно з теоремою Остроградського - Гауса сумарний заряд  $q$  всередині об'єму провідника дорівнює нулю, оскільки  $E = 0$

$$q = \oint_S D dS = \oint_S E \epsilon \epsilon_0 dS = 0,$$



## Визначення напруженості електростатичного поля поблизу провідника



Виділимо на поверхні  $S$  провідника частину площини  $dS$  і побудуємо на ній циліндр з твірними, перпендикулярними до  $dS$ , висотою  $dl$ .

На поверхні провідника вектор напруженості поля  $E$  і вектор електричного зміщення  $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$  перпендикулярні до поверхні.

Тому потік  $D$  через бокову поверхню циліндра дорівнює нулю.



## Визначення напруженості електростатичного поля поблизу провідника

---

Потік вектора електричного зміщення  $D$  через  $dS''$  також дорівнює нулю,

$$\vec{E} = 0 \quad \vec{D} = 0$$

оскільки  $dS''$  лежить всередині провідника, де  $E = 0$  і відповідно

Отже, *потік  $d\Phi_D$  через замкнену поверхню дорівнює потоку через  $dS'$ :*

$$d\Phi_D = D_n dS$$

З іншої сторони за *теоремою Остроградського-Гауса*:

$$d\Phi_D = dq = \sigma dS$$

де:  $\sigma$  – поверхнева густина зарядів на  $dS$ .

$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Звідси випливає, що  $D_n = \sigma$  тоді

**Напруженість поля біля поверхні зарядженого провідника прямопропорційна поверхневій густині зарядів.**



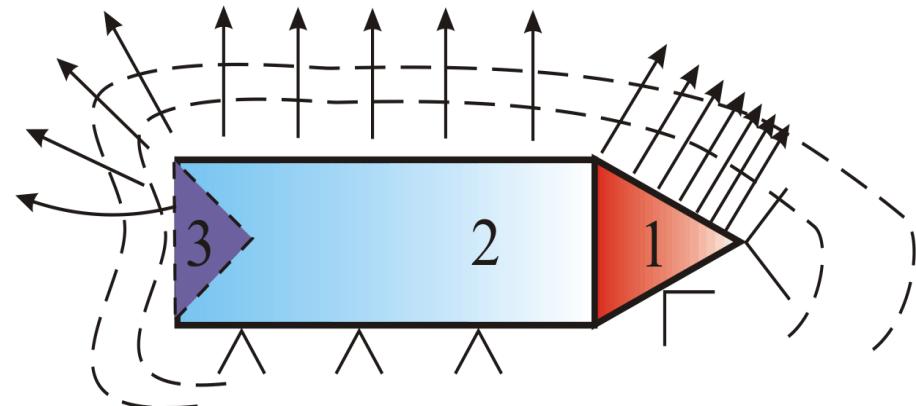
## Експериментальна перевірка розподілу заряду на провіднику

### Заряджений кондуктор

У місцях різної інтенсивності електростатичного поля пелюстки папірців розходяться по-різному:

на поверхні 1 - **максимально** розходяться,

на поверхні 2 - заряд розподілений рівномірно  $q = \text{const}$  і маємо **однакове** розходження пелюсток.



**Електрометр** - прилад, за допомогою якого вимірюють заряд і потенціал кондуктора.

Якщо надати електрометру **заряд з вістря 1**, то буде **максимальне** відхилення стрілки електрометра; з поверхні 2 - відхилення **буде менше**; і нульове відхилення з поверхні 3 всередині кондуктора.

## Експериментальна перевірка розподілу заряду на провіднику

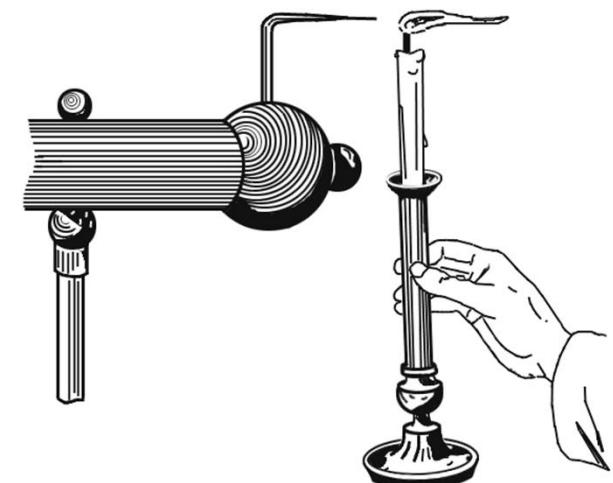
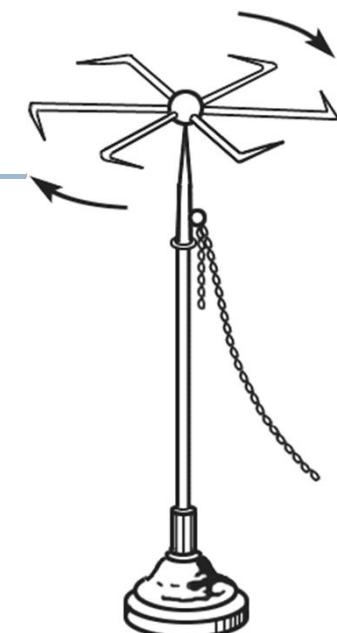
### *Стікання електростатичних зарядів з віст्रя*

Велика напруженість поля  $E$  на вістрях - небажане явище, тому що відбувається витік зарядів і іонізація повітря. Іоni забирають електричний заряд, утворюється як би «електричний вітер» («вогні Святого Ельма»).

Є наочні експерименти, що описують це явище:

- задування полум'я свічки електричним вітром;
- колесо Франкліна.

На цьому принципі побудований  
**електростатичний двигун.**

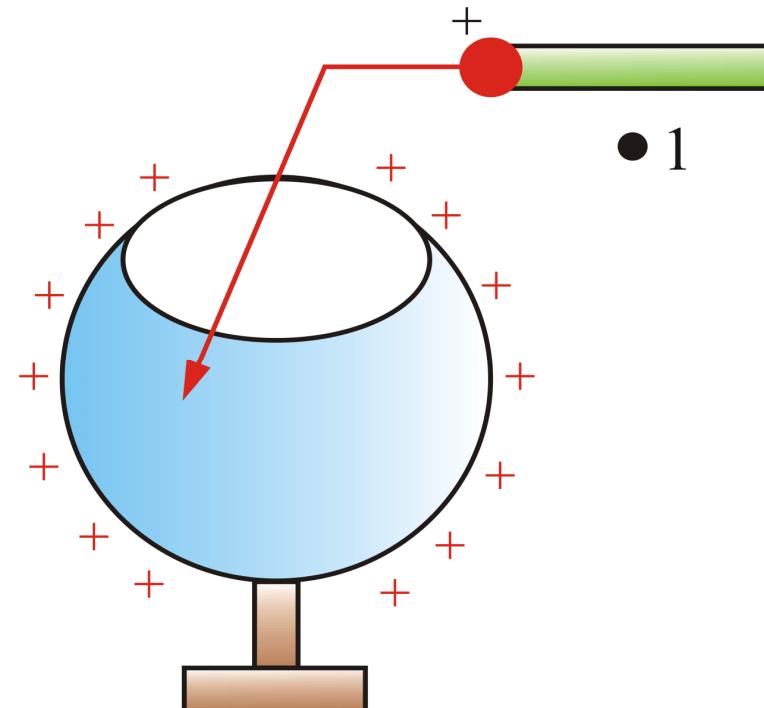


## Експериментальна перевірка розподілу заряду на провіднику

### Електростатичний генератор

Якщо заряджену металеву кульку доторкнути з поверхнею, будь-якого провідника, то заряд кульки частково передається провіднику:  
кулька буде розряджатися доти, поки їх потенціали не стануть рівними.

Інша справа, якщо кулька доторкнеться з внутрішньою поверхнею порожнистого провідника, то при цьому весь заряд з кульки стече на провідник і розподілиться на зовнішній поверхні провідника.



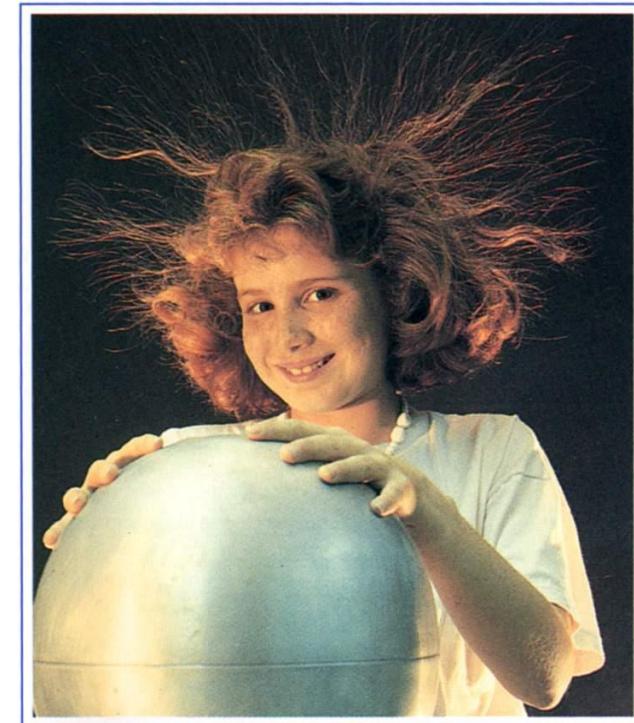
## Експериментальна перевірка розподілу заряду на провіднику

---

Потенціал порожнинного провідника може бути більшим, ніж потенціал кульки, тим не менш, заряд з кульки стече повністю, адже поки ми переносили кульку в порожнину, ми виконали роботу з подолання сил відштовхування, і тим самим, збільшили потенціальну енергію - збільшили потенціал кульки.

Тобто, поки вносимо кульку, потенціал її стане більшим і заряд буде, як завжди, перетікати від більшого потенціалу до меншого. Переносячи з допомогою кульки наступну порцію заряду, ми виконуємо ще більшу роботу.

*Це наочний приклад того, що потенціал - енергетична характеристика*



## Експериментальна перевірка розподілу заряду на провіднику

---



**ВАН ДЕ ГРААФ**  
*Роберт*

(1901 – 1967) -  
американський фізик.

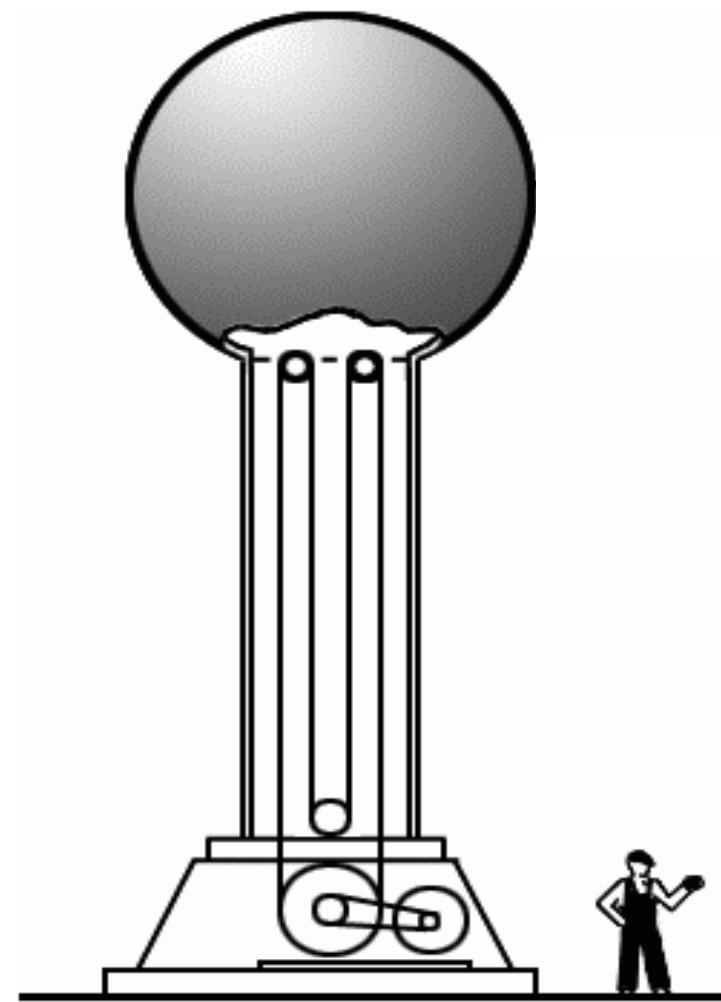
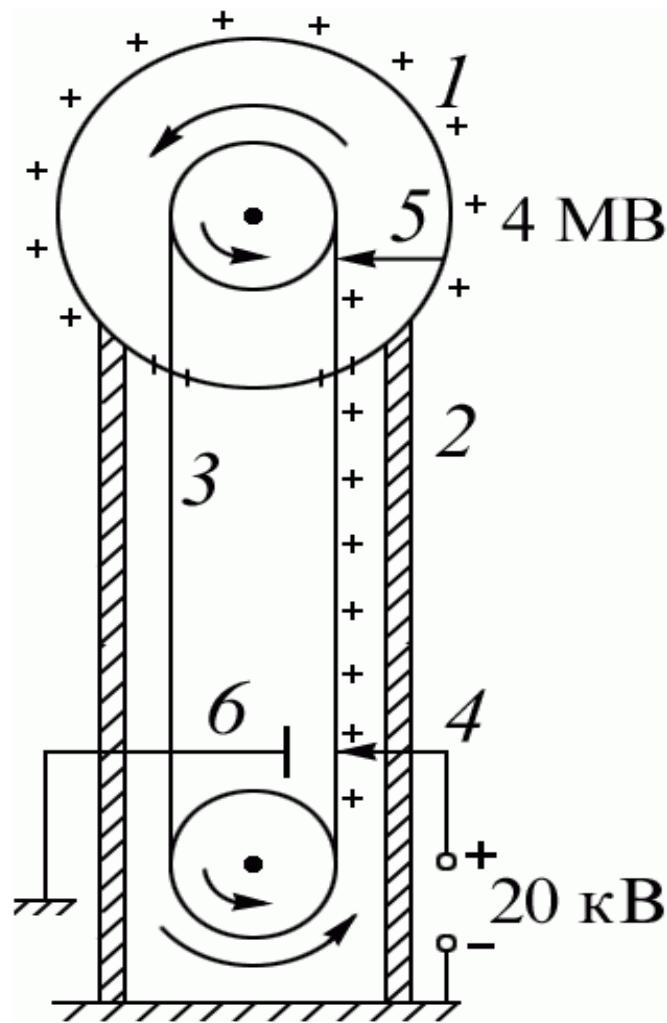
### Схема роботи пристрою (генератор Ван-де-Граафа)

Зарядний пристрій заряджає стрічку транспортера позитивними зарядами. Стрічка переносить їх всередину сфери і там відбувається передача позитивних зарядів. Далі вони стікають на зовнішню поверхню. Так можна отримати потенціал щодо землі в **кілька мільйонів вольт** - обмеження - струм витоку.

Такі генератори існують в наш час. Наприклад, в Массачусетському технологічному інституті побудований генератор з діаметром сфери 4,5 метрів і отриманий потенціал  **$3 \div 5 \cdot 10^6$  В.**



## Експериментальна перевірка розподілу заряду на провіднику



## Електрична ємність

---

Якщо провідник зарядити, на його поверхні з'являється потенціал  $\phi$ .

Але якщо цей же заряд передати іншому провіднику, то потенціал буде іншим, він залежить від геометричних параметрів провідника.

В будь-якому разі, потенціал  $\phi$  пропорційний заряду  $Q$ .

Фізична величина  $C$  рівна відношенню заряду провідника  $q$  до його потенціалу  $\phi$ , називається електричною ємністю цього провідника:

$$C = \frac{q}{\phi}$$

Електроємність ізольованого провідника чисельно рівна заряду, який потрібно надати цьому провіднику, щоб змінити його потенціал на одиницю (на 1 В).

Електроємність залежить від форми і розмірів провідника та від діелектричних властивостей середовища в якому цей провідник знаходиться.

Одиниця електроємності – фараф ( $\Phi$ ):

1  $\Phi$  – ємність провідника, потенціал якого змінюється на 1 В при наданні йому заряду 1 Кл.

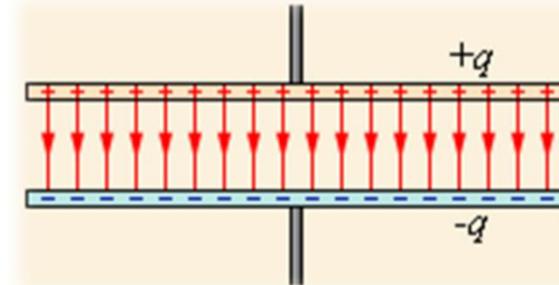
Ємністю 1  $\Phi$  володіє куля з радіусом  $R = 9 \cdot 10^6$  км.

Ємність Землі – 0,7 м $\Phi$ .



## Конденсатори

**Конденсатор** – система з двох провідників (пластиночок) з одинаковими по модулю, але протилежними по знаку зарядами, форма і розташування яких така, що поле зосереджено у вузькому проміжку між пластиночками.

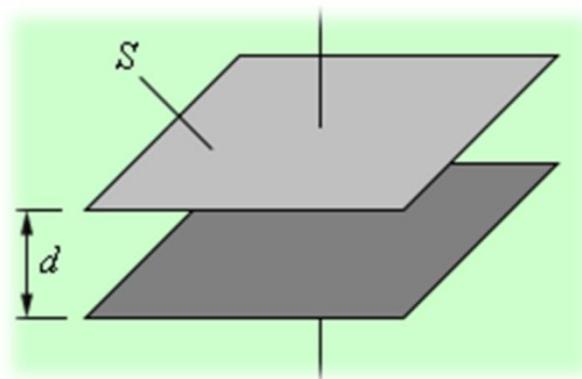


**Ємність конденсатора** – величина, рівна відношенню заряду  $q$  на пластинах конденсатора до різниці потенціалів між пластинах:

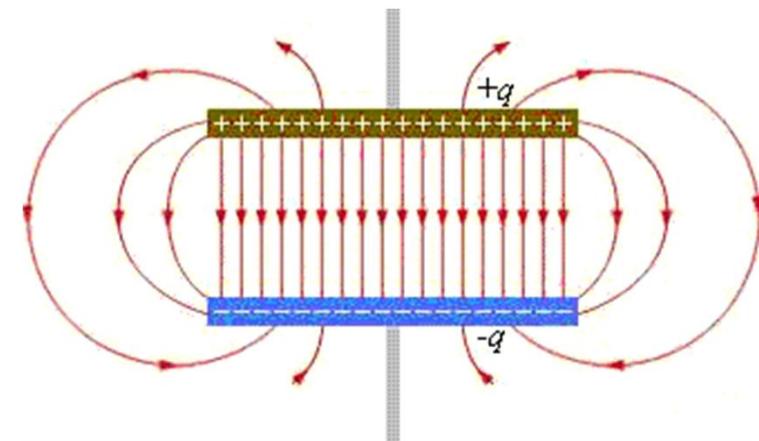
$$C = \frac{q}{\Delta\phi}$$

### Ємність плоского конденсатора

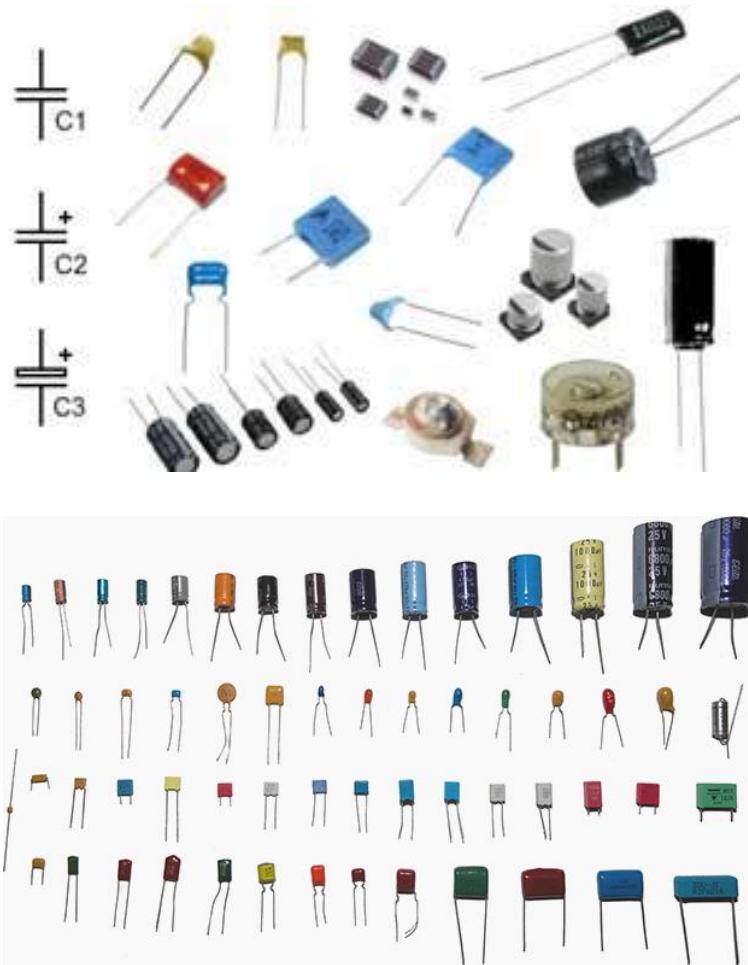
(две паралельні пластини площею  $S$  кожна, розташовані на відстані  $d$  одна від одної)



$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$



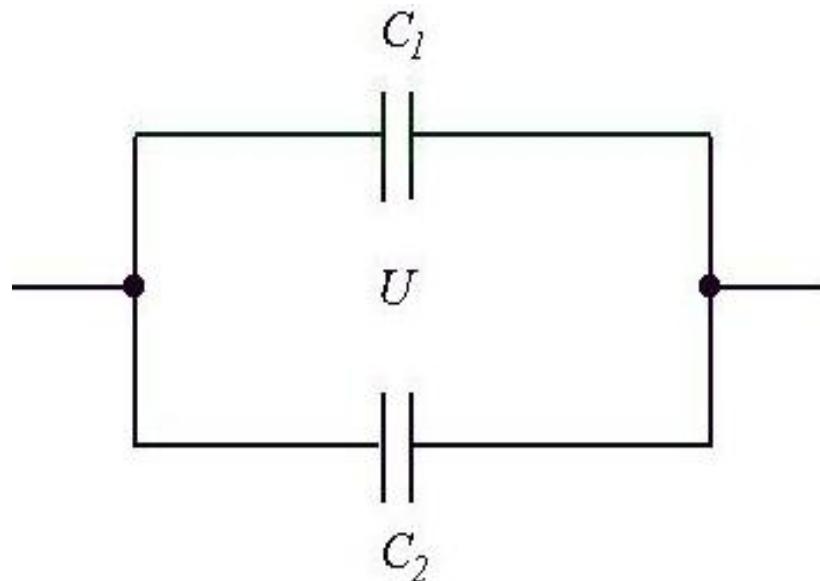
## Вигляд конденсаторів



## З'єднання конденсаторів

Батареї ємності – комбінації паралельних і послідовних з'єднань конденсаторів.

### 1) Паралельне з'єднання:



Напруга  $U$  є сталою

$$q_1 = C_1 U;$$

$$q_2 = C_2 U;$$

Загальний заряд:

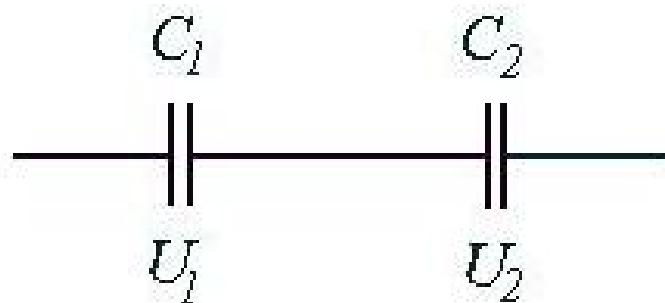
$$q = q1 + q2 = U(C_1 + C_2).$$

Результатуюча ємність:

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2$$



2) Послідовне з'єднання:



$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Результатуюча ємність:

Однаковим є заряд

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; \quad U_2 = \frac{q}{C_2};$$

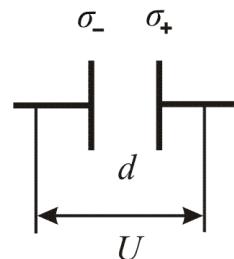
$$U = \sum U_i = q \sum \frac{1}{C_i}$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$



## Розрахунок ємності конденсаторів

### Ємність плоского конденсатора

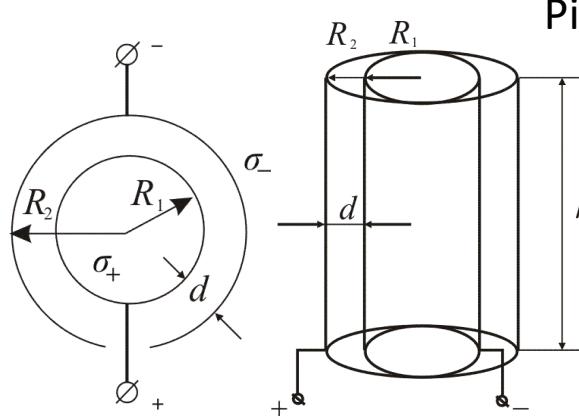


$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_2}^{x_1} E dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} d$$

Оскільки заряд рівний  $q = \sigma S$ , то

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}$$

### Ємність циліндричного конденсатора



Різниця потенціалів між обкладками  $\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}$

$$\Delta\varphi = \frac{l\lambda \ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l} = \frac{q}{C}$$

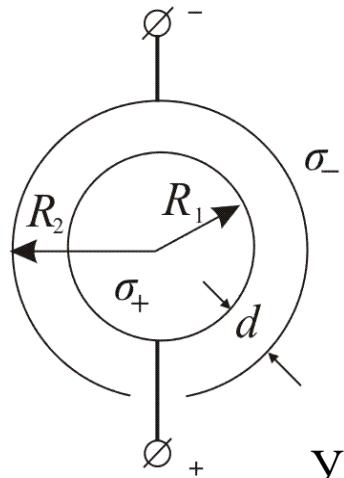
$$C_{\text{цил.}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

$$C_{\text{цил.}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l R_1}{R_2 - R_1} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}$$

$\lambda$  – лінійна густина заряду



## Емність сферичного конденсатора



Різниця потенціалів між обкладками  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\varepsilon} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C}, \quad \ln \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1}$$

$$C_{\text{цил.}} = \frac{2\pi\epsilon_0\varepsilon l R_1}{R_2 - R_1} = \varepsilon_0\varepsilon \frac{S}{d} \quad C = \frac{4\pi\epsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

У сферичному конденсаторі  $R_1 \approx R_2$ ;  $S = 4\pi R_2^2$ ;  $R_2 - R_1 = d$  – відстань між обкладками, тоді

$$C_{k.} = \frac{4\pi\epsilon_0\varepsilon R^2}{d} = \varepsilon_0\varepsilon \frac{S}{d}.$$



## Енергія електростатичного поля

---

### Енергія системи нерухомих точкових зарядів

Для системи двох зарядів  $q_1$  і  $q_2$ , що знаходяться на відстані  $r$ , кожний з них в полі іншого володіє потенціальною енергією:

$$W_1 = q_1 \phi_{12} = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r} = q_2 \phi_{21} = W_2$$

$$W = q_1 \phi_{12} = q_2 \phi_{21} = \frac{1}{2} (q_1 \phi_{12} + q_2 \phi_{21})$$

---

### Енергія зарядженого конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\phi_1 - \phi_2)^2}{2} = \frac{q\Delta\phi}{2}$$



## Енергія електростатичного поля

### Енергія системи нерухомих точкових зарядів

$$W = q_1\phi_{12} = q_2\phi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\phi_{12} + q_2\phi_{21})$$

Якщо поле однорідне, то його енергія буде рівномірно розподілятися по всьому обєму провідника (поняття питомої енергії поля)

$$\omega_{\text{пит}} = \frac{W}{V};$$

### Енергія системи зарядів

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \Phi_i \quad \Phi_i = \sum_{k \neq i} \Phi_k -$$

Різнойменні пластини конденсатора будуть притягатися.

Силу їх тяжіння називають пондеромоторною.

При незначному переміщенні однієї пластини в поле іншої виконується робота:

$$dA = -dW = Fdx, \quad F = \frac{dW}{dx}$$

Звідси можна отримати формулу для розрахунку пондеромоторної сили

$$F = \frac{q^2}{2\epsilon_0\epsilon S}.$$

$$\omega_{\text{пит}} = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2}$$

$$\omega_{\text{пит}} = \frac{ED}{2}$$

потенціал в точці, де розміщений заряд  $q_1$ , що створюється всіма іншими зядами (крім  $q_1$ ).

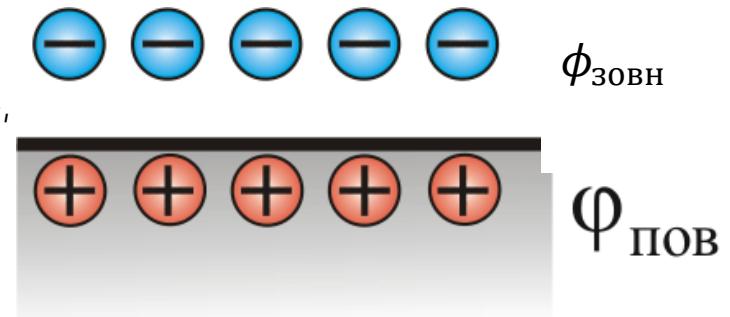
$$dW = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 dx}{2\epsilon_0\epsilon S}.$$

## Емісійні явища

### Емісія електронів з провідників

Електрон вільний тільки в межах металу.

Як тільки він переходить границю розділу «метал - вакуум», виникає кулонівська сила притягання між електроном і утвореним на поверхні надлишковим позитивним зарядом

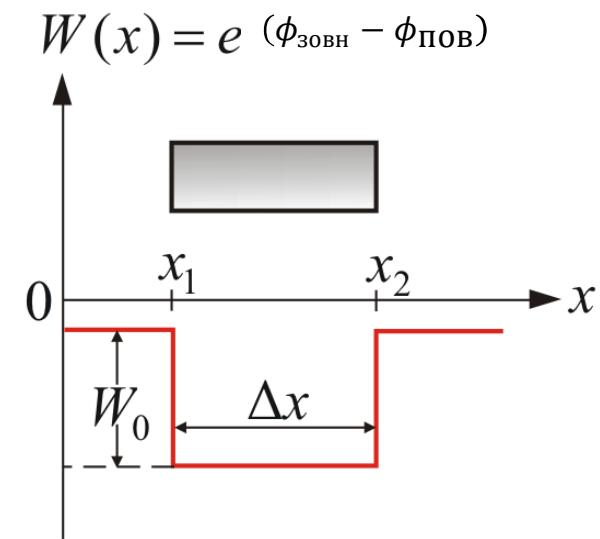


Поблизу поверхні утворюється електронна хмара, і на межі розділу формується подвійний електричний шар з різницею потенціалів

$$(\phi_{\text{зовн}} - \phi_{\text{пов}})$$

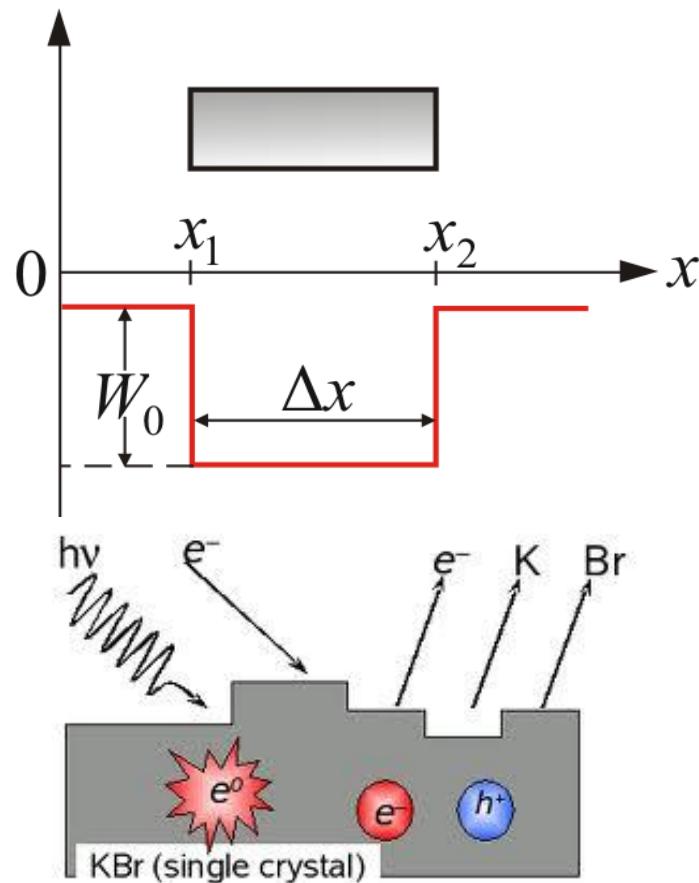
У зайнятому металом об'ємі утворюється потенціальна енергетична яма

За межами металу електрон набуває енергії  $W_0$ . Це енергія притягання, тому  $W_0 < 0$



## Емісія електронів з провідників

Для того, щоб залишити метал, електрон повинен подолати потенціальний бар'єр і виконати роботу

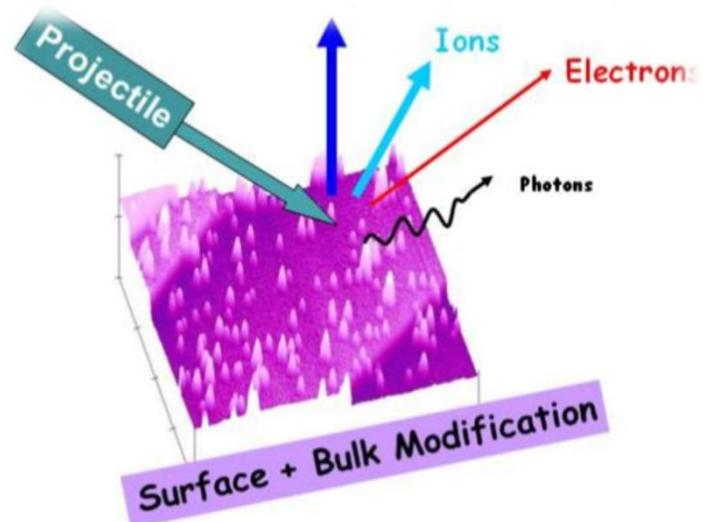


$$A_{\text{вих}} = e(\phi_{\text{зовн}} - \phi_{\text{пов}})$$

робота виходу електрона з металу

Для її виконання електрон повинен володіти енергією  
 $W \geq A_{\text{вих}}$ .

Величина роботи виходу залежить від хімічної природи речовини, від його термодинамічного стану і від стану поверхні розділу



## Холодна і взривна емісія

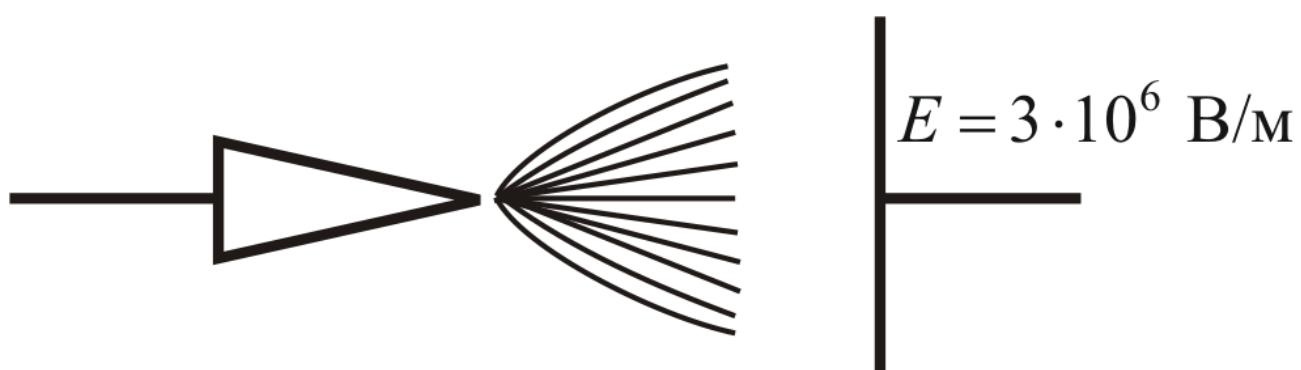
Електронна емісія, викликана дією сил електричного поля на вільні електрони в металі, називають **холодною або автоелектронної емісією**.

Для цього повинна для напруженості поля повинна виконуватися умова

$$A_{\text{вых}} = e(\varphi_{\text{вн}} - \varphi_{\text{пов}}) \leq eEd,$$

тут  $d$  - товщина подвійного електричного шару на межі розділу середовищ.

Автоелектронну емісію можна спостерігати в добре відкачаної вакуумній трубці, **катодом** якої служить вістря, а **анодом** - звичайний електрод з плоскою або мало зігнутою поверхнею.



## Холодна і взривна емісія

Напруженість електричного поля на поверхні вістря з радіусом кривизни  $r$  і потенціалом  $U$  відносно анода дорівнює:

$$E = \frac{U}{r}.$$

При радіусі кривизни  $10^{-2}$  мм напруженість електричного поля буде дорівнювати  $10^6$  В/м, що призводить до появи слабкого струму, обумовленого автоелектронної емісією з поверхні катода.

Сила емісійного струму швидко наростає з підвищеннем різниці потенціалів  $U$ . Катод спеціально не нагрівають, тому емісія і називається холодною.

### Закон Чайльда - Ленгмюра

$$j = AE^{3/2}$$

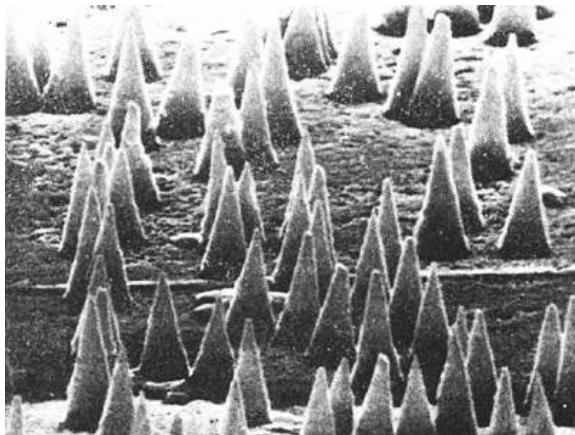
$$A = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \left( \frac{2e}{m} \right) E^{3/2} r^{-1/2}$$

коєфіцієнт  $A$ , який залежить від геометрії зразка та матеріалу катода.

закон Чайльда-Ленгмюра показує, що густина струму пропорційна  $E^{3/2}$   
(закон трьох других).



## Холодна і взривна емісія



Електронна мікрофотографія емітера з поверхнею, покритою вістрями (конуси висотою 6,6 мкм, діаметром 1,5 мкм, радіус кривизни вершини 0,1 мкм, концентрація  $10^7 \text{ см}^{-2}$ )

При густині струму  $10^8 \text{ A / см}^2$  і великій концентрації енергії  $10^4 \text{ Дж/м}^3$  міковістрия починають вибухати і руйнуватися.

Ініціюється якісно інший вид емісії, обумовлений вибухом міковістри на катоді.

Струм електронів, на порядки перевершує початковий струм - спостерігається **вибухова електронна емісія** (ВЕЕ).

ВЕЕ була відкрита і вивчена в Томському політехнічному інституті в 1966 р колективом співробітників під керівництвом **Г.А. Місяця**.



## Холодна і взривна емісія

---

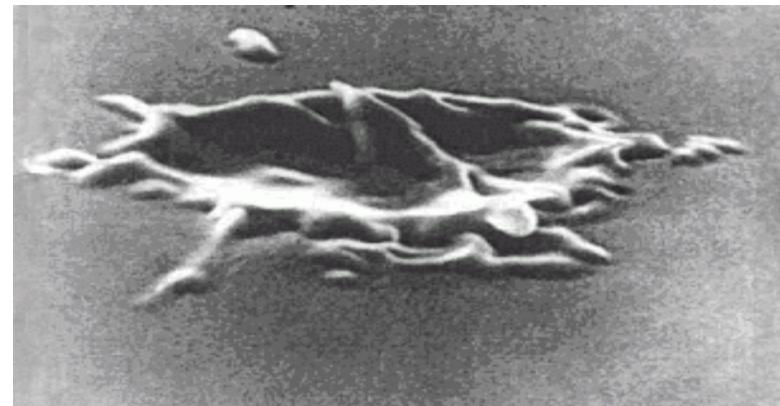
ВЕЕ - це єдиний вид електронної емісії, що дозволяє отримати потоки електронів потужністю до  $10^{13}$  Вт з густинou струму до  $10^9$  А / см<sup>2</sup>.

Струм ВЕЕ незвичайний по структурі. Він складається з окремих порцій електронів  $10^{11}$  штук, що мають характер електронних лавин, які отримали назву Ектон (початкові літери «explosive centre»).

Час утворення лавин  $10^{-9}$  -  $10^{-8}$  с.

Існування Ектона проявляється в утворенні кратера на поверхні катода.

Вибухова емісія електронів і Ектон відіграють фундаментальну роль у формуванні вакуумних іскр і дуг, в розрядах низького тиску, в стиснених газах, в мікропорах, тобто там, де в наявності є електричне поле високої напруженості на поверхні катода.



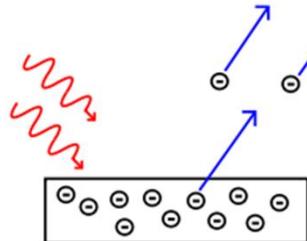
Такі пучки широко використовуються для досліджень у фізиці плазми, радіаційній фізиці і хімії, для накачування газових лазерів і ін.



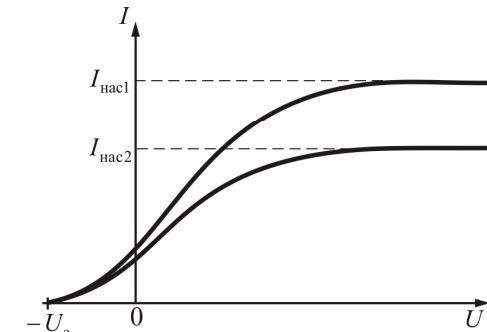
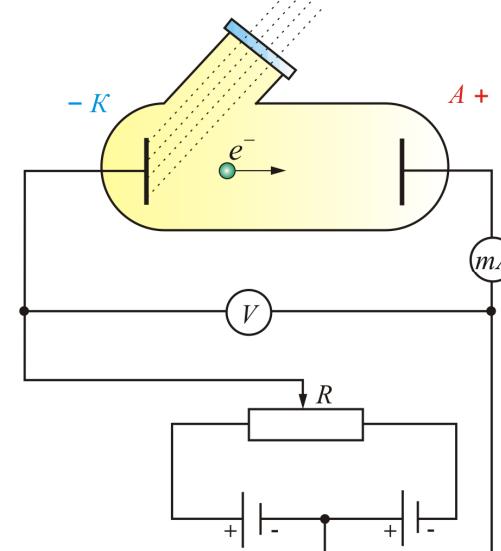
## Фотоелектронна емісія

**Фотоемісія** – виривання електронів з поверхні металів і напівпровідників при опроміненні їх світлом.

Формула Енштейна для фотоелектронів :



$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv_e^2}{2}$$



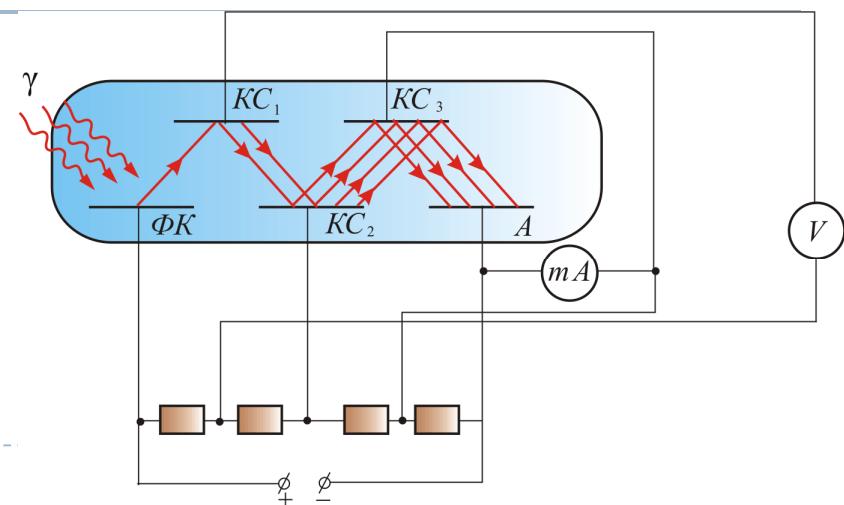
У фізичних приладах, що реєструють - випромінювання, використовують **фотоелектронні помножувачі**

Використовують два емісійних ефекту:

**фотоэффект і вторинну електронну емісію**

Електрони вибиваються світлом з фотокатода ( $\Phi K$ ).

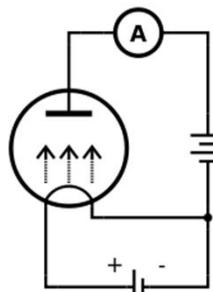
Прискорюючись між  $\Phi K$  і першим емітером ( $KC_1$ ), вони набувають енергію достатню, щоб вибити електрони з наступного емітера



## Термоелектронна емісія

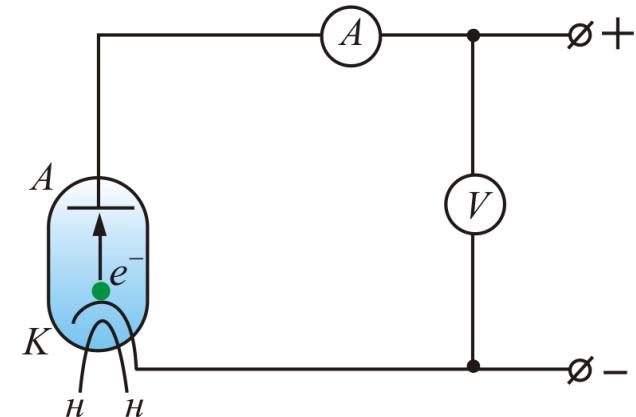
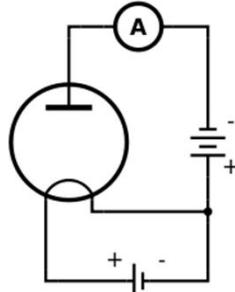
Якщо енергія, достатня для виконання роботи виходу, надається електронам шляхом нагрівання металу, то процес виходу електронів з металу називають термоелектронною емісією

Нагрів необхідний для того, щоб енергії теплового руху електрона було достатньо для подолання сил кулонівського притягання між електроном і індукованим ним на поверхні позитивним зарядом.



Величина струму термоелектронної емісії залежить від температури катода, роботи виходу та властивостей поверхні (рівняння Річардсона-Дешмана):

$$j = AT^2 \exp\left[-\frac{e\phi_0}{kT}\right]$$



Рівняння Богуславського-Ленгмюра

$$I = BU^{3/2}$$

Залежність термоелектронного струму від анодної напруги в області малих позитивних значень



## Автоелектронна емісія

Автоелектронна емісія –

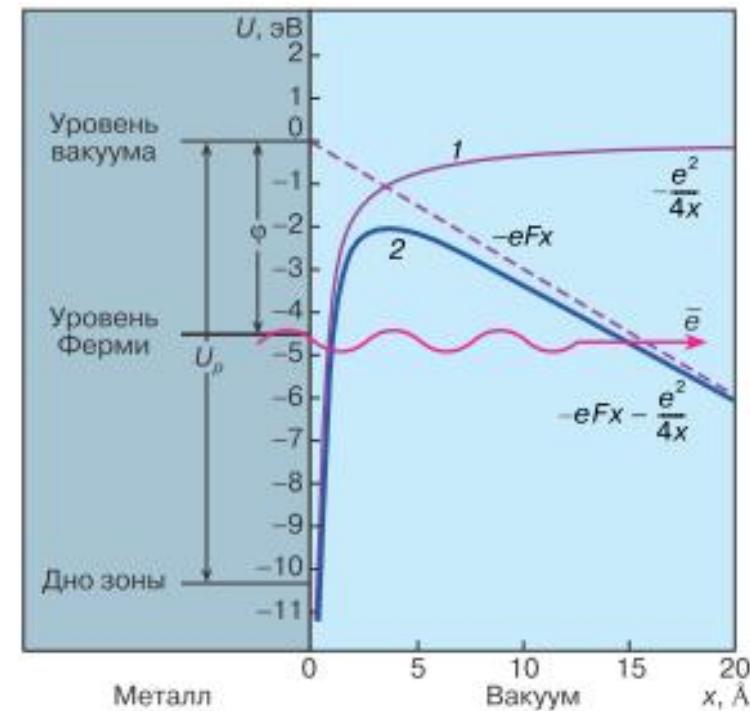
виридання електронів з поверхні твердого тіла під дією зовнішнього електричного поля ( $10^7$ - $10^8$  В/см)

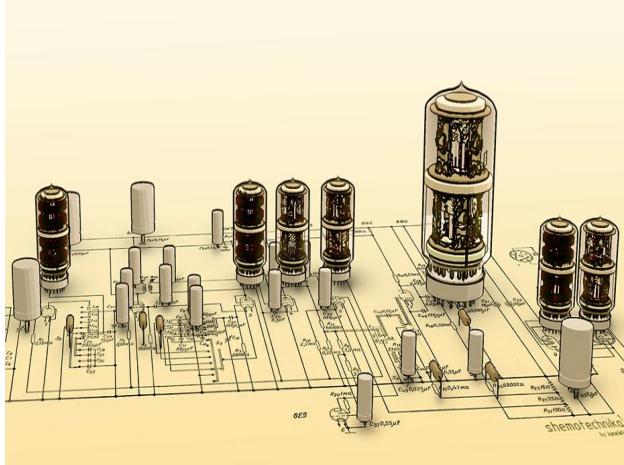
Густина струму автоелектронної емісії зв'язана з напруженістю електричного поля Е

$$j = C_1 E^2 \exp\left(-\frac{C_2}{E}\right)$$

*При автоелектронній емісії електрони проникають крізь потенціальний бар'єр, який існує на поверхні катода.*

Електрони, енергія яких менша за висоту бар'єру, володіють імовірністю проникнути через бар'єр. Імовірність залежить від ширини бар'єру і росте із збільшенням напруженості зовнішнього електричного поля на поверхні катода.





## Термоемісія

Явище **термоелектронної емісії** відкрито в 1883 р зnamенитим американським винахідником Едісоном.

Це явище спостерігалося у вакуумній лампі з двома електродами - анодом, який має позитивний потенціал, і катодом з негативним потенціалом.

**Катодом** лампи може служити **нитка з тугоплавкого металу** (вольфрам, молібден, тантал і ін.), що нагрівається електричним струмом. Така лампа називається **вакуумним діодом**.

**Нагрівання необхідне** для того, щоб енергії теплового руху електрона було досить **для подолання сил кулонівського притягання** між негативно зарядженим електроном і індуктованим ним на поверхні металу позитивним зарядом при виході з поверхні. Крім того, при досить високій температурі над поверхнею металу **утворюється** негативно заряджена **електронна хмара**, що **перешкоджає** виходу електрона з поверхні металу у вакуум.



Якщо катод **холодний**, то струм в колі катод - анод **практично відсутній**. При підвищенні температури катода в колі катод - анод з'являється електричний струм, який зростає із підвищеннем температури катода. При сталій температурі катода струм в колі катод - анод зростає з підвищением різниці потенціалів  $U$  між катодом і анодом і виходить на деяке стаціонарне значення (струм насичення  $I_h$ ). При цьому всі термоелектрони, що випускаються катодом, досягають анода.

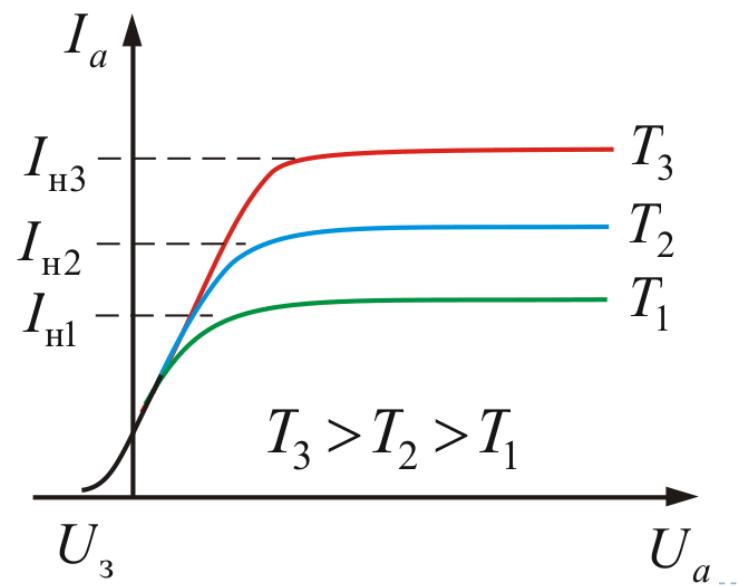
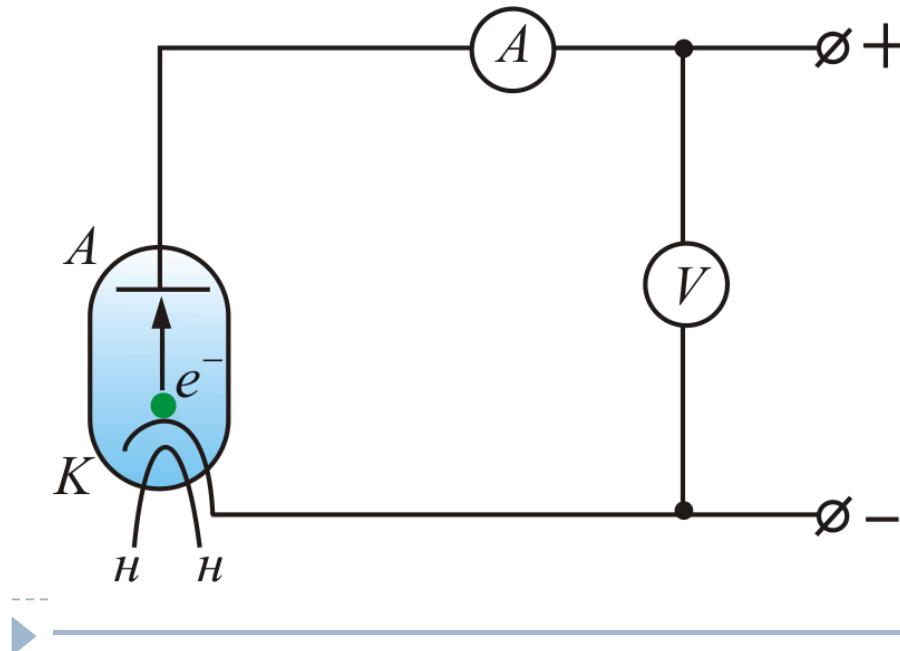
Величина струму анода не пропорційна  $U$ , і тому  
для вакуумного діода закон Ома не виконується.

На рисунку показано **схему вакуумного діода і вольт-амперні характеристики (ВАХ)**

$I_a(U_a)$

$U_3$  - затримуюча (запірна) напруга, при якій  $I = 0$

$I_h$  - струм насичення, при якому всі електрони, що випускаються катодом досягають анода



## Контактні явища на межі розділу двох провідників

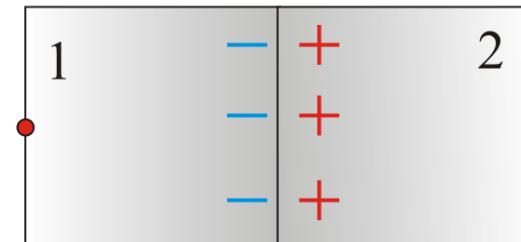
На контакті двох різних металів утворюється подвійний електричний шар і різниця потенціалів

Поява подвійного електричного шару обумовлена різницею робіт виходу електронів з металів.

Чим вона більша, тим менша ймовірність переходу електронами границі розділу.

З боку металу з більшою роботою виходу накопичується негативний заряд, а з меншою - позитивний

$$A_1 > A_2$$



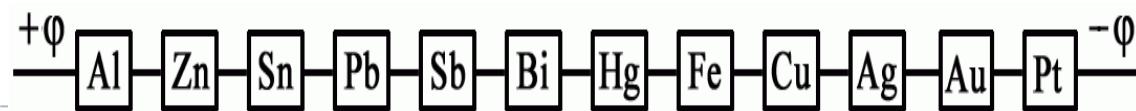
### Закони Вольти

1. На контакті двох різних металів виникає різниця потенціалів, яка залежить від хімічної природи і від температури спаїв.
2. Різниця потенціалів на кінцях послідовно з'єднаних провідників не залежить від проміжних провідників і дорівнює різниці потенціалів, що виникає при з'єднанні крайніх провідників при тій же температурі (закон послідовних контактів Вольта).



### Ряд Вольти

Потенціал кожного наступного металу в цьому ряду нижче потенціалу попереднього



## Контактні явища на межі розділу двух провідників

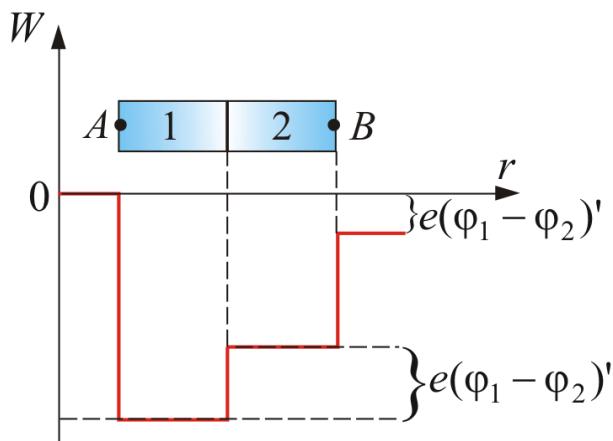
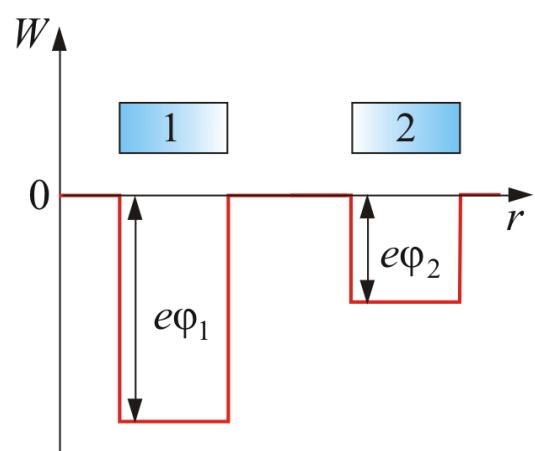
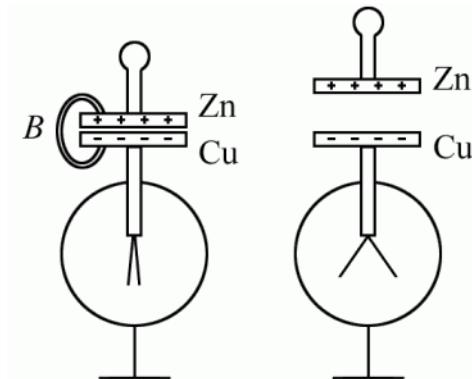
---

*Якщо потенціал за межами металу дорівнює нулю, то енергія електрона в металі визначиться виразом*

*Для двох різних металів роботи виходу*

$$W_i = e\varphi_i.$$

$$\begin{aligned} A_2 &= e\varphi_2 \\ A_1 &= e\varphi_1 \quad A_2 < A_1 \end{aligned}$$



Концентрація електронів в металі №1  $n_1$  збільшується, порівняно з  $n_2$ , що породжує зворотний надлишковий потік електронів за рахунок дифузії, протилежний потоку, зумовленого різницею робіт виходу

**Різниця потенціалів між металами**

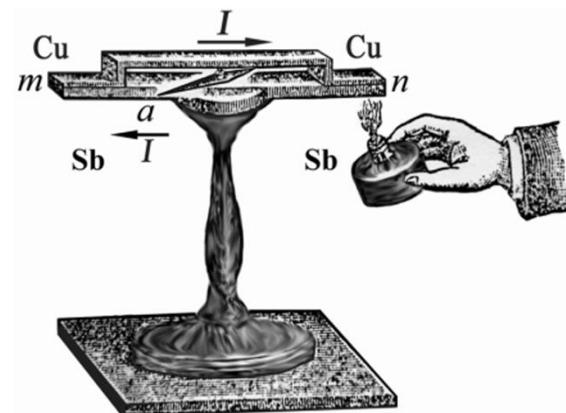
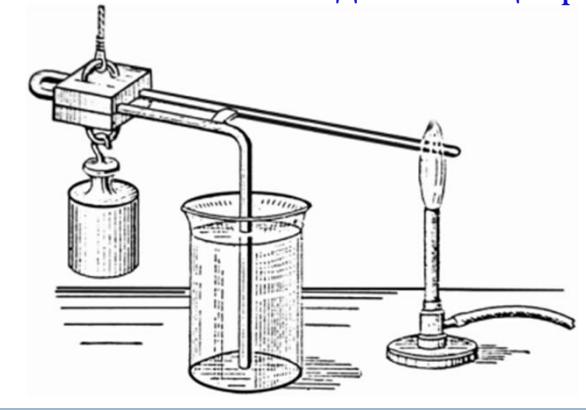
$$(\varphi_1 - \varphi_2) = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}.$$



## Контактні явища на межі розділу двох провідників

Явище виникнення контактної різниці потенціалів і її залежність від температури називають прямим термоелектричним ефектом або ефектом Зеебека

U-подібна мідна дуга перекривається коротким містком з заліза. Один з кінців розігрівається



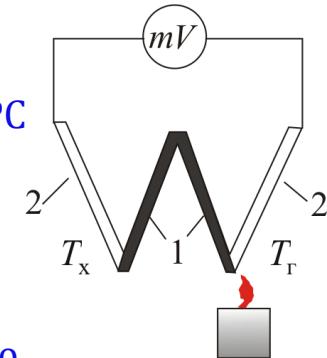
Термопара - спай двох різних металів

На кінцях термопари виникає термоЕСР

$$E = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} (T_x - T_r) = \alpha (T_r - T_x),$$

$T_r$  - температура гарячого спаю ,  $T_x$  - температура холодного спаю

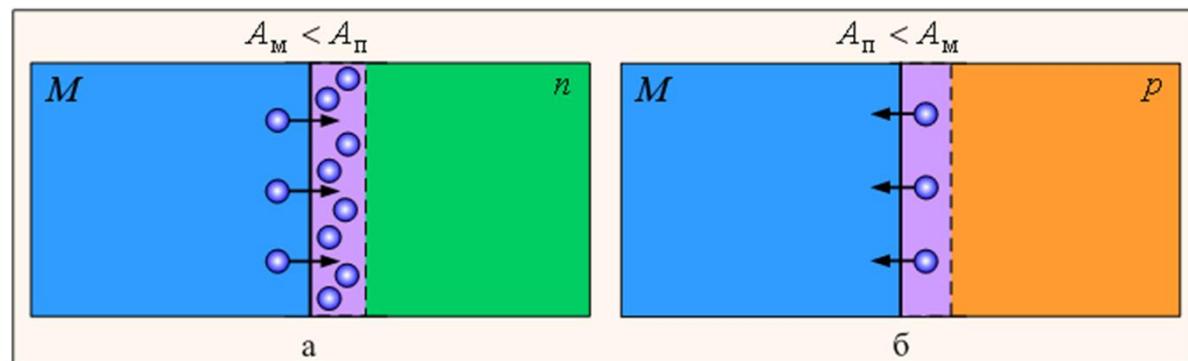
$$\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \quad - \text{ стала термопари}$$



хромель-копель  
-50-600°C

хромель-алюмель  
-50-1000°C

## Контакт метал - напівпровідник



### Три варіанти

**Перший** - відповідає умові плоских зон у напівпровіднику - нейтральний контакт.

**Другий** - відповідає умові збагачення приповерхневої області напівпровідника (дірками в  $n$  типі і електронами в  $p$  типі) - реалізується омічний контакт.

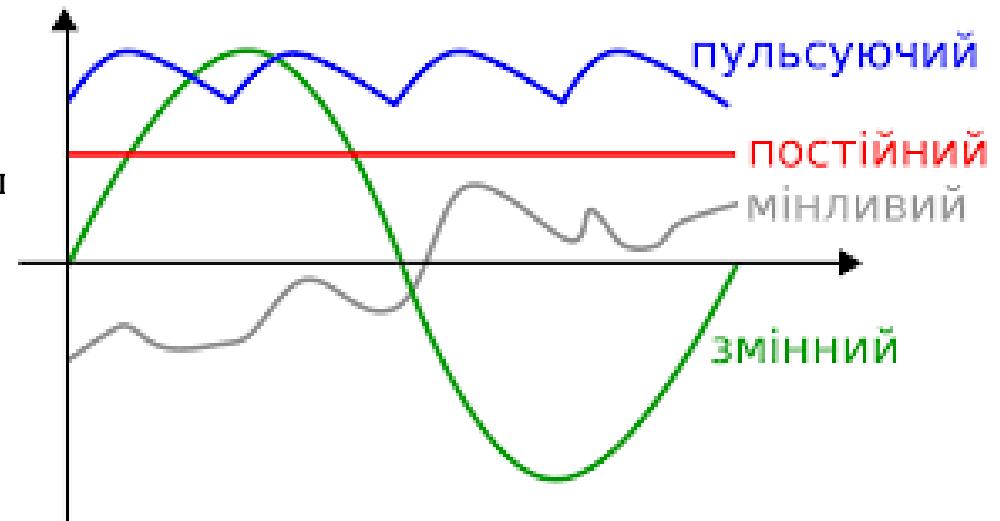
**Третій** - приповерхнева область напівпровідника збіднена основними носіями, в цьому випадку в області контакту з боку напівпровідника формується область просторового заряду іонізованих донорів або акцепторів і реалізується блокуючий контакт, або бар'єр Шотткі



## Лекція 4

### Постійний струм

1. Електричний струм
2. Джерела струму
3. Електричний опір. Закони Ома.
4. Залежність опору від температури
5. Опір з'єднання провідників
6. Сторонні сили
7. Електрорушійна сила та напруга
8. Амперметр і вольтметр
9. Робота і потужність струму
10. Закон Джоуля-Ленца
11. Правила Кірхгофа для розгалужених кіл

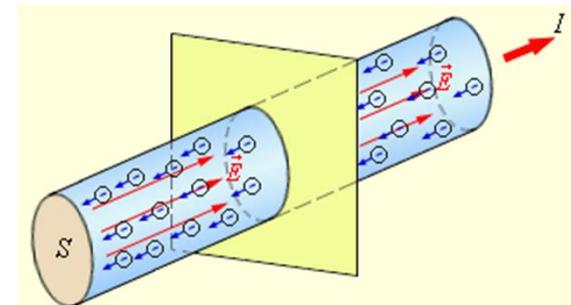


## Електричний струм

**Електродинаміка** – розділ електрики, в якому розглядаються явища і процеси, обумовлені рухом електричних зарядів.

**Електричним струмом** називається будь-який впорядкований (напрямлений) рух електричних зарядів або тіл.

За напрям струму умовно прийнято напрям руху позитивно заряджених частинок або тіл.



Розрізняють наступні види електричного струму:

- 1) **струм провідності** – це струм в провіднику, викликаний рухом вільних електричних зарядів під дією прикладеного електричного поля : позитивних – за напрямом поля, негативних – проти поля;
- 2) **конвекційний струм** – це струм, викликаний переміщенням в просторі заряджених макроскопічних тіл.

**Для виникнення та існування електричного струму необхідними є три умови :**

- 1) наявність вільних носіїв струму (електронів, іонів) здатних переміщатися впорядковано;
- 2) наявність різниці потенціалів
- 3) наявність середовища, в якому проходить електричний струм

## Постійний електричний струм

Розподіл **напруженості  $E$  і потенціалу  $\varphi$**  електростатичного поля повязаний з густиновою розподілу зарядів рівнянням Пуасона

$$\nabla E = \frac{1}{\epsilon} \rho, \quad \Delta \varphi = \frac{1}{\epsilon} \rho, \quad \text{де} \quad \rho = \frac{\partial q}{\partial V}$$

Якщо заряди **нерухомі**, тобто розподіл зарядів в просторі є стаціонарним, то  $\rho$  не залежить від часу, в результаті чого і  $E$ , і  $\varphi$  є функціями тільки від координат, але не часу. Тому поле і називається **електростатичним**.

Наявність вільних зарядів призводить до того, що поверхнева густина заряду є функцією часу, що, породжує зміну з часом і **характеристик електричного поля**, тобто з'являється електричний струм. Поле перестає бути **електростатичним**.

Кількісною мірою електричного струму служить **сила струму  $I$**  – скалярна величина, рівна відношенню заряду  $dq$ , що переноситься крізь дану поверхню за малий проміжок часу, до величини  $dt$  цього проміжку:

$$I = \frac{\partial q}{\partial t}$$

*За напрям струму приймають напрям руху позитивних зарядів.*

Постійний електричний струм - сила струму і його напрям не змінюються з часом.



*Одниця вимірювання сили струму – ампер (A)*

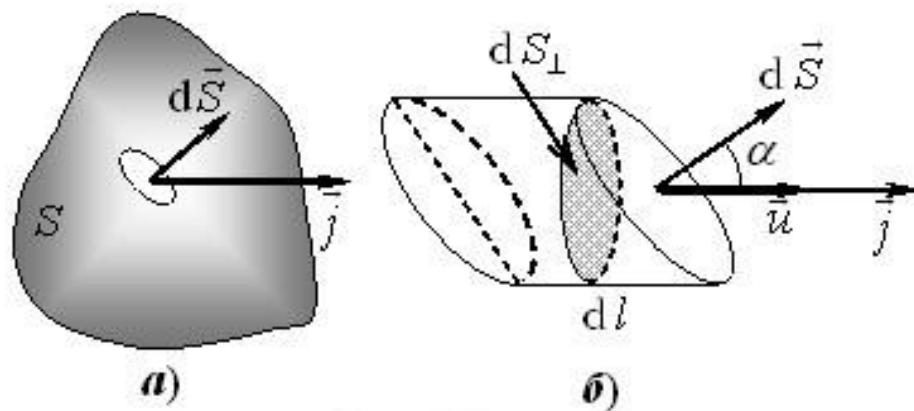
## Постійний електричний струм

Для характеристики напрямку електричного струму в різних точках даної поверхні і розподілу сили струму по цій поверхні служить **вектор густини струму**  $\vec{j}$

На відміну від **силі струму**, яка є величина скалярна і напрямку не має, **густина струму** - це вектор.

Зв'язок між цими двома фізичними величинами наступний:

Для постійного струму  $I$ , в провіднику перерізом  $S$   $J = I/S$  Одиниця густини струму -  $A/m^2$



За час  $dt$  через поперечний переріз  $S$  переноситься заряд

$$dq = Ne = nVe = neS\Delta l = neS\langle v \rangle dt$$

де  $n$  - концентрація зарядів,  $e$  - заряд електрона.

Тоді густина струму буде визначатися за формулою:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{dq}{Sdt} = \frac{neS\langle v \rangle dt}{Sdt} = ne\langle v \rangle$$



або у векторній формі  $\vec{j} = ne\langle \vec{v} \rangle$

## Постійний електричний струм

Якщо, у деякому провідному середовищі, де тече струм, виділити певну замкнуту поверхню  $S$ , і оскільки вектори нормалей, а отже, і вектори  $\partial\vec{S}$  прийнято брати назовні, то інтеграл

$$\oint j \partial\vec{S}$$

- це заряд, що виходить за одиницю часу назовні з об'єму  $V$ , охопленого поверхнею  $S$ .

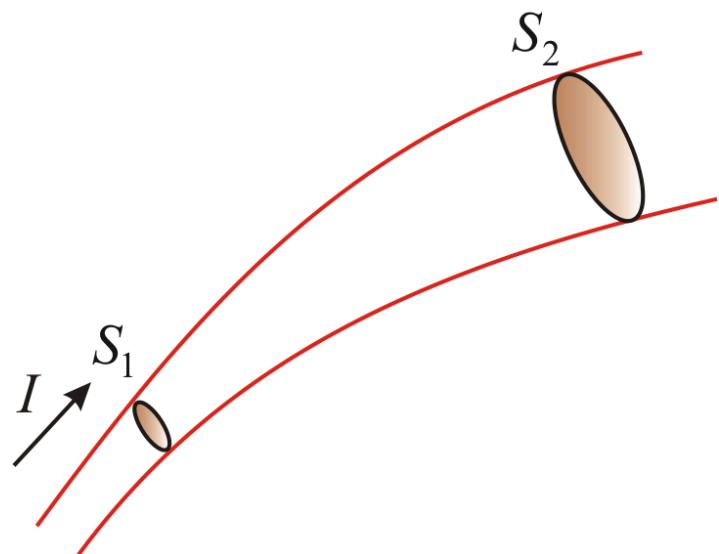
Густина постійного електричного струму однакова по всьому поперечному перерізі  $S$  однорідного провідника.

Тому для постійного струму в однорідному провіднику з поперечним перерізом  $S$  сила струму

$$I = jS$$

Тобто, густини постійного струму в різних поперечних перерізах 1 і 2 електричного кола є обернено пропорційні площам  $S_1$  і  $S_2$  цих перерізів:

$$j_2/j_1 = S_1/S_2$$



## Постійний електричний струм

---

У інтегральній формі можна записати:  $\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t}$  *рівняння неперервності*

Воно є записом **закону збереження електричного заряду**

У диференціальній формі:  $\nabla \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Рівняння неперервності для постійного струму у інтегральній формі:  $\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$

Рівняння неперервності для постійного струму у диференціальній формі:  $\nabla \vec{j} = 0$

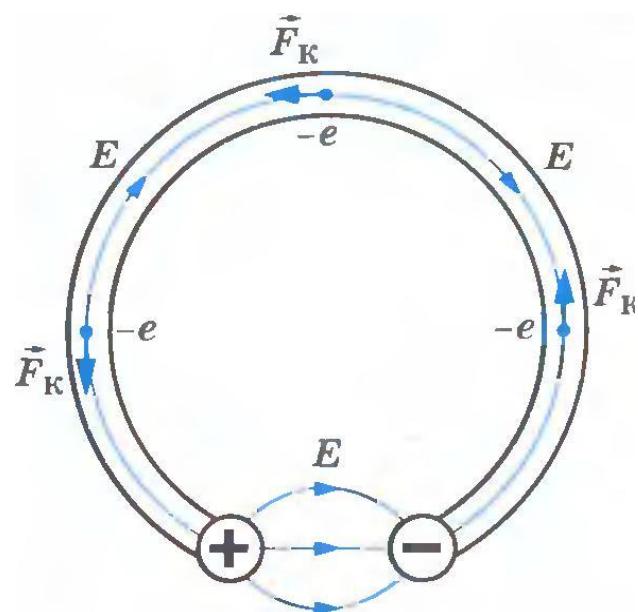
Оскільки для постійного струму  $\frac{\partial q}{\partial t} = 0$



## Постійний електричний струм

Якщо в колі діють тільки сили електростатичного поля, то переміщення носіїв заряду відбувається таким чином, що потенціали всіх точок кола вирівнюються і електростатичне поле зникає.

Для існування постійного струму необхідна наявність пристрою, здатного створювати і підтримувати різницю потенціалів за рахунок дії сил не електростатичного походження. Такі пристрої називаються **джерелами струму**.



Природа сторонніх сил різна: механічна (генератори), хімічна (акумулятори, гальванічні елементи), теплова (термоелементи), світлова (фотоелементи, сонячні батареї)...

Але спільним є те, що **сторонні сили здійснюють роботу по переміщенню зарядів**.

Фізична величина, що чисельно дорівнює роботі, яка здійснюється сторонніми силами при переміщенні одиничного позитивного заряду, називається **електрорушійною силою (ЕРС)**:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q_0}$$

## Сторонні сили

Сили неелектростатичного походження, що діють в джерелах струму - **сторонні сили**.

*Під дією поля сторонніх сил електричні заряди рухаються всередині джерела струму проти сил електростатичного поля, завдяки чому на кінцях кола підтримується різниця потенціалів і в колі існує постійний електричний струм.*

Сторонні сили будуть рівні

$$\vec{F}_{CT} = \vec{E}_{CT}q,$$

Робота сторонніх сил

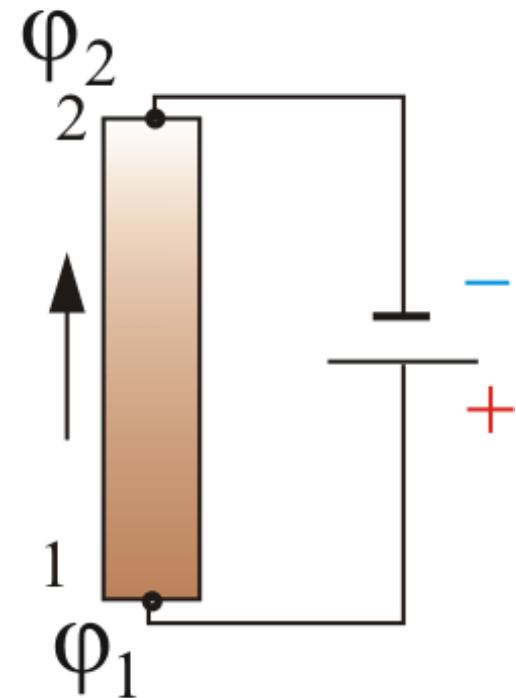
$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{CT} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}_{CT} d\vec{l},$$

Тоді ЕРС

$$E_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{CT} d\vec{l}.$$

Для замкненого кола

$$E = \sum E_i = \oint \vec{E}_{CT} d\vec{l}.$$



**Циркуляція вектора напруженості** сторонніх сил дорівнює електрорушійній силі, що діє у замкненому колі (алгебраїчній сумі ерс).

## **Джерела струму**

<b>Джерела струму</b>	<b>Способи розділення зарядів</b>	<b>Застосування</b>
<b>Фотоелемент</b>	Дія світла	Сонячні батареї
<b>Термоелемент</b>	Нагрівання спаїв	Вимірювання температури
<b>Електромеханічний генератор</b>	Здійснення механічної роботи	Виробництво промислової ел. енерг.
<b>Гальванічний елемент</b>	Хімічна реакція	Ліхтарики, радіоприймачі
<b>Акумулятор</b>	Хімічна реакція	Автомобілі



## Фотоелемент



## Джерела струму

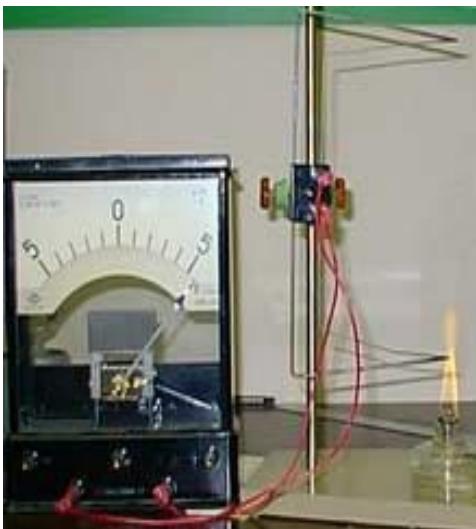
Електричний прилад, в якому в результаті поглинання енергії падаючого на нього оптичного випромінювання **генерується електричний струм**.

У фотоелементі заряди розділяються під дією світла.

З фотоелементів складені сонячні батареї.

**Застосовуються** в сонячних батареях, світлових датчиках, калькуляторах, відеокамерах.

**Енергія світла з допомогою сонячних батарей  
перетворюється в електричну енергію**



Термічні елементи (термопара) - два дроти з різних металів, що спаяні з одного краю, при нагріванні місця спайки яких виникає електричний струм. Заряди поділяються при нагріванні спаю. **Термоелементи** застосовуються в термодатчиках і на **геотермальних електростанціях** в якості датчика температури.

**Теплове джерело струму - внутрішня енергія  
перетворюється в електричну енергію**

► **Термоелемент**

## Електромеханічний генератор



## Джерела струму

Пристрій, призначений для перетворення енергії механічного руху в енергію електричного струму, здебільшого використовуючи принцип електромагнітної індукції. Застосовується для виробництва промислової електроенергії.



Гальванічний елемент — джерело живлення, в якому використовується різниця електродних потенціалів двох металів, занурених у електроліт.

Гальванічний первинний елемент – пристрій прямого перетворення хімічної енергії реагентів (окисника і відновника) в електричну енергію.

Реакції які відбуваються в первинних гальванічних елементах необоротні, тому їх не можна перезарядити.

### ► Гальванічні елементи

Тип	Переваги	Недоліки
<b>Сухі</b> <b>(«сольові», LeClanche, вугільно-цинкові)</b>	Дешевий, масово виробляється.	Найменша ємність, спадаюча крива розряду; неефективний в роботі з високими навантаженнями; неефективний при низьких температурах.
<b>Heavy Duty</b> <b>(«потужний» сухий елемент, хлорид цинку)</b>	Дешевший за лужний. Кращий за сольовий при більших струмах і низьких температурах.	Низька ємність. Спадаюча крива розряду.
<b>Лужні</b> <b>(«алкалінові» Alkaline, лужно-марганцеві, марганцево-цинкові)</b>	Низька вартість. Кращий за LeClanche і Heavy Duty при більших струмах і низьких температурах. При розряді зберігає низьке значення повного опору. Широко виготовляється.	Високий вміст ртуті. Низпадаюча крива розряду.
<b>Ртутні</b>	Постійні напруга, висока енергоємність і енергоощільність.	Середня ціна. Високий вміст ртуті. Майже не виготовляються.
<b>Срібні</b>	Висока ємність. Полога крива розряду. Добре працює при високих і низьких температурах. Довго зберігається.	Висока ціна.
<b>Повітряно-цинкові</b>	Безпечні для навколошнього середовища. Середня ціна. Довготривале зберігання. Ємність в 9-10 раз вища, ніж у срібно-цинкових і в 11 раз вище, ніж у лужних.	Товщина батарейки в 1,5 рази більша за звичайну лужно/срібну. Необхідно додатково заклеювати батарейку щоб уникнути саморозряду при зберіганні.
<b>Літієві</b>	Висока ємність. Полога крива розряду. Добре працює при високих і низьких температурах. Надзвичайно довго зберігається. Висока напруга на елемент (3 В). Легкий.	Висока ціна.

**Акумулятором електричної енергії** - називають прилад, який може зберігати і віддавати електричну енергію, нагромаджену під час пропускання через нього електричного струму від стороннього джерела електроенергії.

Тип	EPC (В)	Область застосування	Кількість циклів/Термін служби (роки)
свинцево-кислотний (Lead Acid)	2,1	тролейбуси, трамваї, повітряні судна, автомобілі, мотоцикли, електронавантажувачі, електротягачі, аварійне електроживлення, джерела безперебійного електроживлення	500-800/3-20
нікель-кадмієві (NiCd)	1,2	заміна стандартного гальванічного елемента, будівельні електроінструменти, тролейбуси, повітряні суда, електроніка, радіотехніка	1500
нікель-метал-гідридні (NiMH)	1,2	заміна стандартного гальванічного елемента, електромобілі	1000
літій-іонні (Li-on)	3,7	мобільні пристрої, будівельні електроінструменти, електромобілі	1200/2-3
літій-полімерні (Li-pol)	3,7	мобільні пристрої, електромобілі	1200/2-3
нікель-цинкові (NiZn)	1,6	заміна стандартного гальванічного елемента	100-500



Якщо на заряд діють одночасно сторонні сили і сили електростатичного поля, то **результатуюча сила** дорівнюватиме:

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{ст}} + \vec{F}_{\text{к}} = q_0(\vec{E}_{\text{ст}} + \vec{E}_{\text{к}})$$

Робота результатуючої сили на ділянці 1–2 кола над зарядом  $q_0$

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} + q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = q_0 \mathcal{E}_{12} + q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Для замкненого кола  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ , тому у цьому випадку

$$A = q_0 \mathcal{E}$$

**Напруга на ділянці кола** – це фізична величина, яка визначається роботою, що здійснюється результатуючим полем електростатичних (кулонівських) і сторонніх сил при переміщенні одиничного позитивного заряду на даній ділянці кола:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$$

Поняття напруги – це **узагальнене поняття різниці потенціалів**.

У випадку відсутності джерела струму на ділянці **напруга** на кінцях ділянки кола дорівнює різниці потенціалів



## Електричний опір

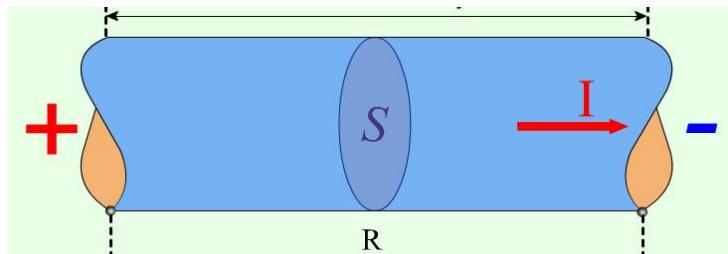
Опір - це фізична величина, яка характеризує опір провідника проходженю по ньому електричного струму.

Опір провідника довжиною  $l$  та площею поперечного перерізу  $S$  може бути визначений за формулою

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

*$\rho$  - питомий електричний опір – залежить від матеріалу провідника та температури*

Опір провідника залежить від його розмірів і форми та матеріалу з якого його виготовлено.



*Одниця питомого електричного опору – Ом · метр (Ом·м).*

Величина обернена до питомому опору - питома електрична провідність речовини

Для визначення **електропровідності** провідників використовують формулу

$$G = \sigma \frac{S}{l} \quad (R = \rho \frac{l}{S})$$

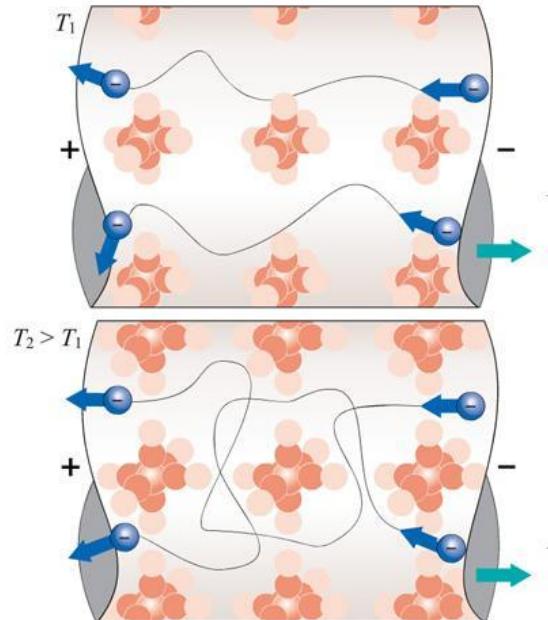
де  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  - питома провідність речовини

*Одниця електричної провідності – Сименс*

1 См – провідність ділянки електричного кола, опір якої дорівнює 1 Ом.



## Залежність опору від температури

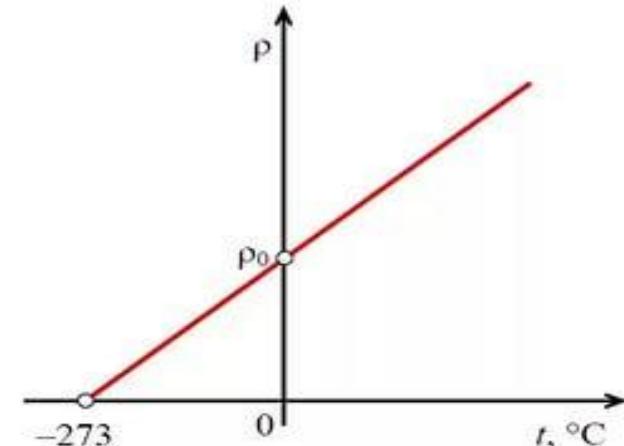


Залежність опору та питомого опору металів від температури задається наступними залежностями:

$$R = R_0(1 + \alpha t),$$

$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ , де  $R_0$  і  $\rho_0$  ( $R$  і  $\rho$ ) – відповідно *опір провідника* і *питомий опір* при температурі  $0^\circ\text{C}$  (при  $t^\circ\text{C}$ )

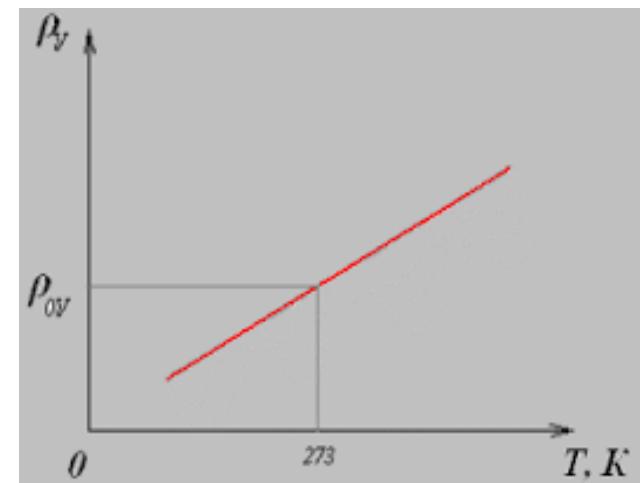
$\alpha$  – температурний коефіцієнт опору



Для чистих металів значення  $\alpha \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$ . Тому попередні формулі для чистих металів набувають вигляду:

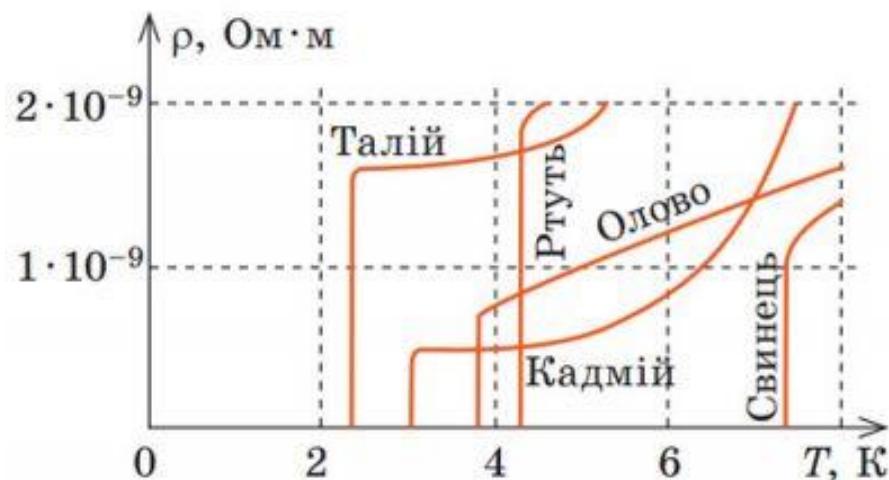
$$R = \alpha R_0 T \rho = \alpha \rho_0 T$$

Графік цих залежностей має наступний вигляд

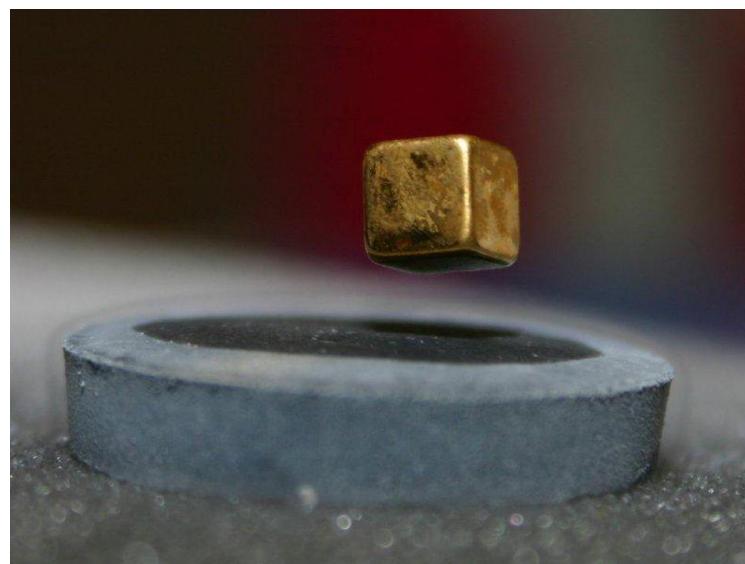
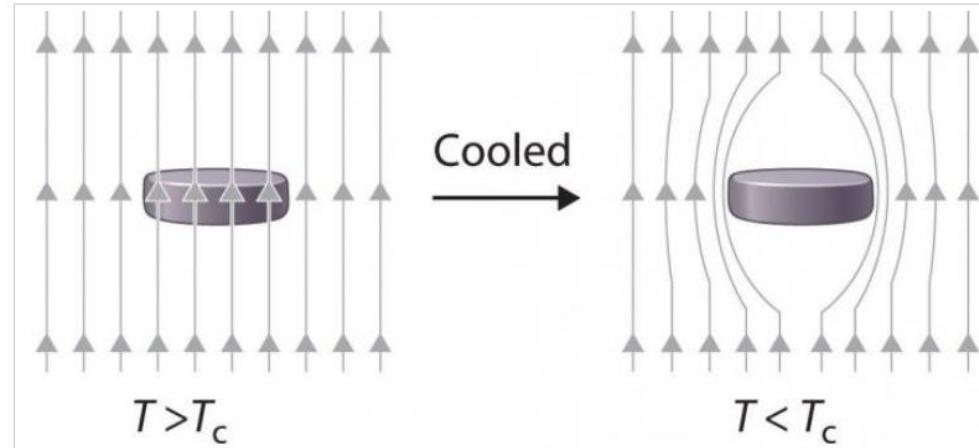


## Надпровідність

При дуже низьких температурах (так званих *критичних*) опір деяких речовин стрибком зменшується до 0 – речовина стає абсолютною провідником. Це явище було названо **надпровідністю**. Відкрив його у 1911 р. Г.Камерлінг-ОНнес для ртуті. Надпровідний стан було відкрито для  $Al$ ,  $Zn$ ,  $Pb$ , а також їх сплавів.



## Надпровідність



Ефектом Мейснера пояснюється левітація надпровідника над сильним магнітом (або магніту над надпровідником)

Ефект Мейснера — це явище швидкого затухання магнітного поля у надпровіднику.

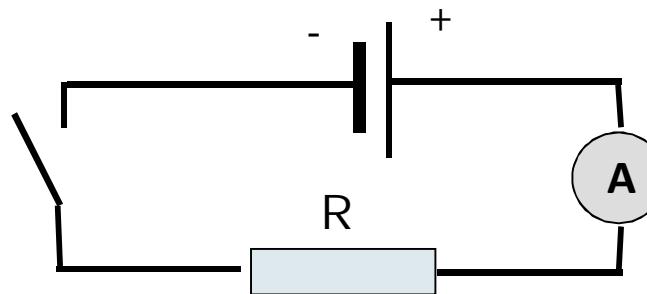
Це явище, відкрите в 1933 році німецькими фізиками Вальтером Мейснером та Робертом Охзенфельдом та отримало назву ефекта Мейснера.

Пояснення ефекту Мейснера було наведено в першій теорії надпровідності - теорії Лондонів (1935 рік)

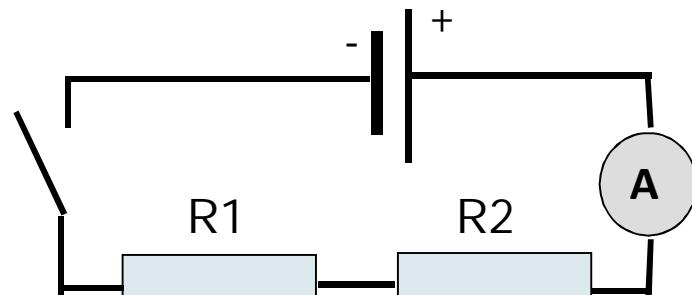
Ефект Мейснера руйнується в сильних магнітних полях.



## Опір з'єднання провідників



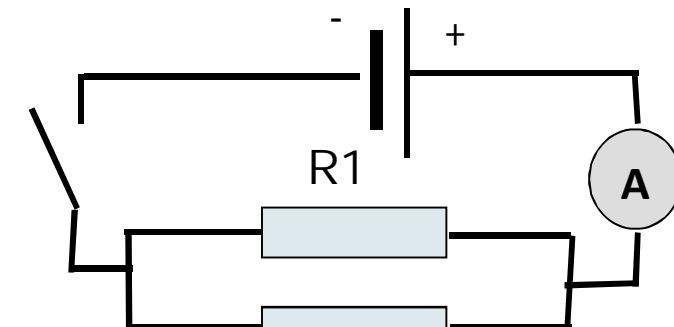
Послідовне з'єднання провідників



$$I_1 = I_2 = I.$$

$$R = R_1 + R_2.$$

Паралельне з'єднання провідників



$$U_1 = U_2 = U.$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

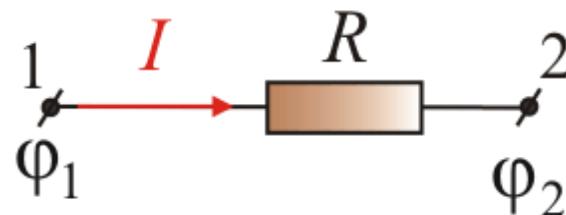


## Закони Ома

Закон Ома (інтегральна форма)

Закон Ома для однорідної ділянки кола  
(ділянки, що не містить джерела струму):

сила струму, що протікає по однорідному металевому провіднику, пропорційна напрузі на кінцях провідника (інтегральна форма закону Ома).



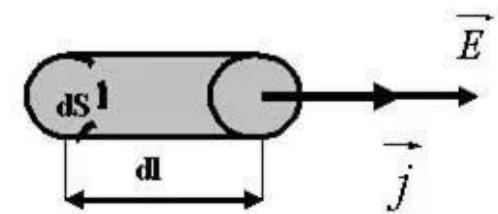
$$I = \frac{U}{R}$$



Закон Ома (диференціальна форма)

Врахуємо, що  $R = \rho \frac{dl}{ds}$  та  $U = Edl$ . Отримаємо:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{ds}} = \frac{EdS}{\rho} = \frac{1}{\rho} EdS = \sigma EdS$$



Поділивши обидві частини отриманого виразу на  $dS$  отримаємо:  $j = \sigma E$  або  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  - закон Ома в диференціальній формі



## Електрорушійна сила та напруга

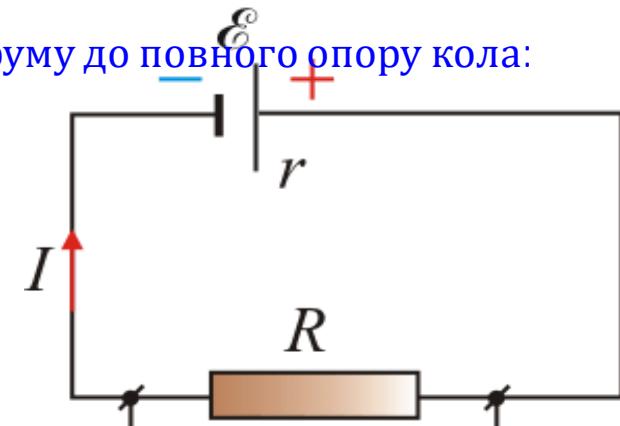
### Закон Ома для повного кола

Сила струму в колі дорівнює відношенню ЕРС джерела струму до повного опору кола:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad r - \text{внутрішній опір джерела струму}$$

*Фізичний зміст внутрішнього опору джерела струму – визначає його ККД, тобто ефективність перетворення енергії механічного, магнітного чи хімічного походження в енергію електричного поля*

$$\text{ККД} = \frac{R}{R + r}.$$



**Закон Ома для неоднорідної ділянки кола** (тобто ділянки, яка містить джерело струму)

- сила струму на неоднорідній ділянці кола прямо пропорційна спаду напруги на неоднорідній ділянці кола і обернено пропорційна сумарному опору цієї ділянки:

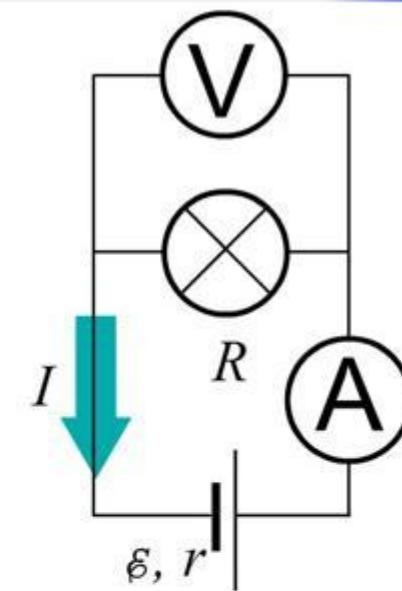
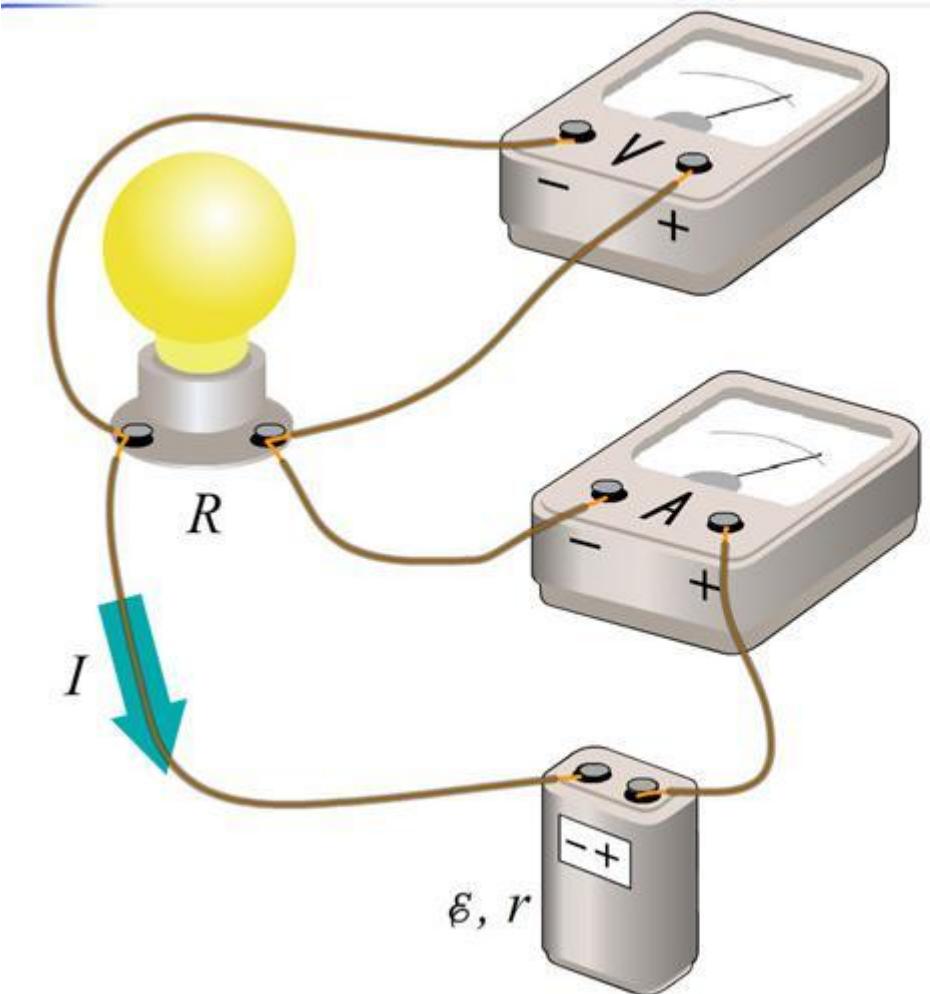
$$I = \frac{U}{R + r} = \frac{\frac{A_{ct12} + A_{K12}}{q_0}}{R + r} = \frac{\pm \varepsilon + \phi_1 - \phi_2}{R + r}$$

або

$$I = \frac{(\phi_1 - \phi_2) \pm \varepsilon}{R + r}$$



## Амперметр і вольтметр



$$I = \frac{\epsilon}{R + r}$$

## Робота і потужність струму

### Робота струму

Кулонівські і сторонні сили при переміщенні заряду  $q$  уздовж електричного кола виконують роботу  $A$ .

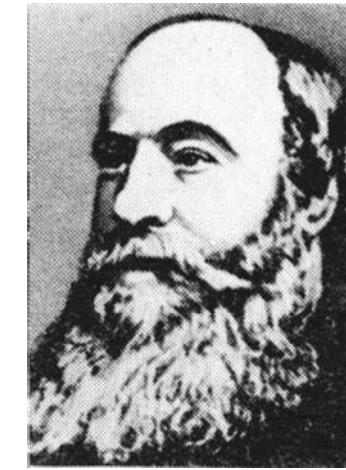
Розглянемо однорідний провідник з опором  $R$  до кінців якого прикладено напругу  $U$ .

За час  $t$  через переріз провідника переноситься заряд  $q = \frac{I}{S}t$

Робота по переміщенню заряду  $q_0$  між двома точками поля рівна:

$$A = qU = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$$

$$[A] = [\text{Кл} \cdot \text{В}] = [\text{Дж}]$$



Джеймс Джоуль

Потужність струму - робота виконанана за одиницю часу

$$P = \frac{A}{t} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}$$

$$[P] = [\text{А} \cdot \text{В}] = [\text{Вт}]$$

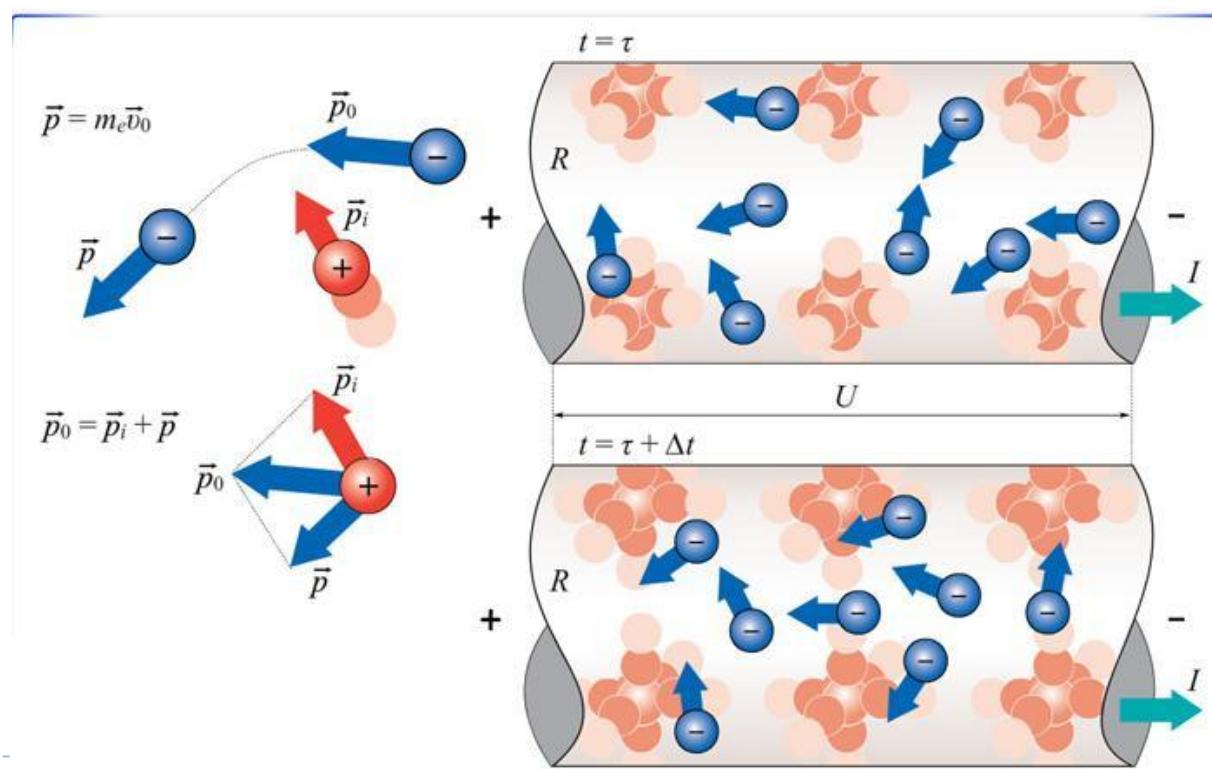


## Закон Джоуля-Ленца

При проходженні струму по провіднику відбувається розсіювання енергії внаслідок зіткнень носіїв струму між собою та іонами у вузлах кристалічної гратки провідника. Якщо струм проходить по нерухомому провіднику, то вся робота струму  $A$  йде на нагрівання провідника (виділяється теплота  $Q$ ).



Емілій Ленц



## Закон Джоуля-Ленца

Якщо струм проходить по *нерухомому* провіднику, то вся робота струму витрачається на його нагрівання і, за законом збереження енергії,

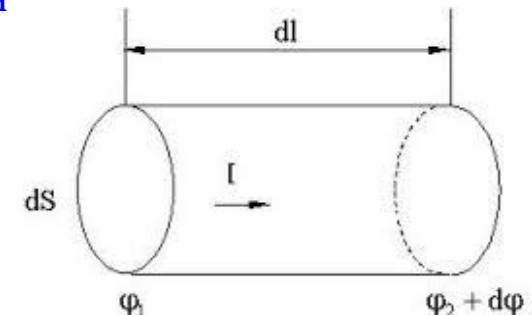
$$dQ = dA = I^2 R dt \text{ або } Q = I^2 R t$$

Кількість теплоти, що виділяється у провіднику при проходженні струму, дорівнює добутку опору провідника, квадрата сили струму та часу його проходження

*Це інтегральна форма запису.*

Виділимо в провіднику елементарний циліндричний об'єм  $dV = dS dl$  (вісь циліндра співпадає з напрямом струму), опір якого  $R = \rho \frac{dl}{dS}$ . За законом Джоуля-Ленца, за час  $dt$  в цьому об'ємі виділиться кількість теплоти

$$dQ = I^2 R dt = (j dS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dl dS dt = \rho j^2 dV dt$$



Кількість теплоти, що виділяється за одиницю часу в одиниці об'єму, називається питомою тепловою потужністю струму:

$$w = \frac{dQ}{dV dt} = \rho j^2$$

З  $j = \sigma E$  (диф. форми з-ну Ома) випливає, що  $E = \frac{j}{\sigma} = \rho j$ , тоді  $w = \rho j^2 = jE = \gamma \sigma$



*Це диференціальна форма запису.*

## Правила Кірхгофа для розгалужених кіл

Вузол електричного кола – це будь-яка точка кола, в якій сходиться не менше трьох провідників із струмом.

Перше правило Кірхгофа:

Алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю.

Струм, що входить у вузол, вважається додатним, а що виходить з вузла – від'ємним.

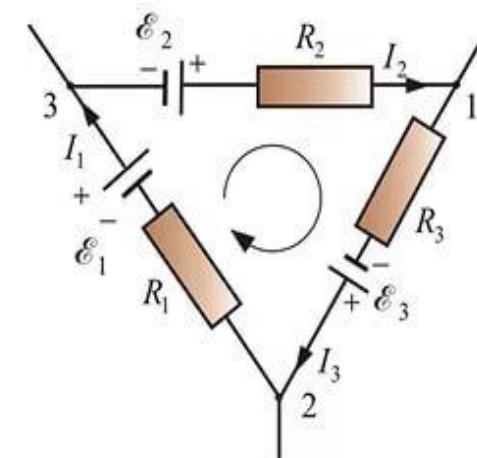
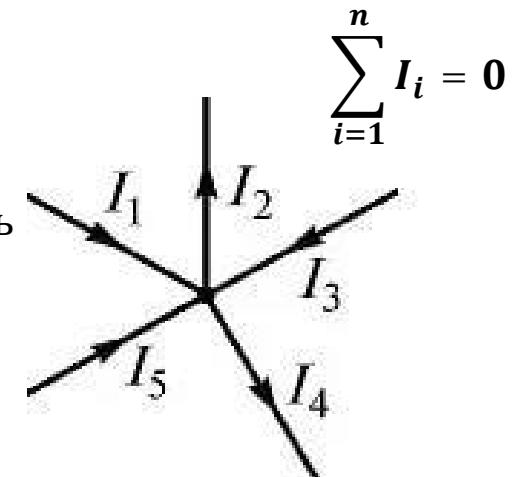
$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$$

Друге правило Кірхгофа:

В будь-якому замкненому контурі, довільно вираному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума спадів напруг (добутків сил струмів  $I_i$  на опір  $R_i$  відповідних ділянок цього контуру) дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, що містяться в цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{k=1}^k \mathcal{E}_k$$

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$$



## Правила Кірхгофа для розгалужених кіл

---

1. Вибрати **довільний** напрям струмів на всіх ділянках кола. Записати ( $n - 1$ )рівняння за першим правилом ( $n$  – кількістьузлів).

Дійсний напрям струмів визначається під час розв'язання задачі: якщо шуканий струм має **додатне** значення, то його напрям був вибраний правильно, **від'ємне** – його істинний напрям протилежний до вибраного.

2. Вибрати напрям обходу контуру і строго його дотримуватись.

Спад напруги  $IR$  вважається **додатним**, якщо напрям струму на даній ділянці співпадає з напрямом обходу **EPC**, які діють вздовж вибраного напряму обходу (напрям від «-» до «+»), вважаються **додатними**, проти – **від'ємними**.

3. Скласти таку кількість рівнянь, щоб їх число дорівнювало числу шуканих величин (в систему рівнянь повинні входити всі опори і ЕРС даного кола).

Кожний вибраний контур повинен містити хоча б один елемент, **який відсутній** в **попередніх контурах** (інакше вийдуть рівняння, що є рівносильними до вже складених).



## Лекція 5

### Струм в різних середовищах

1. Електричний струм у металах
2. Електричний струм у напівпровідниках
3. Електричний струм у електролітах
4. Електричний струм у газах
5. Електричний струм у вакуумі



## Струм в металах

Електричний струм в металах - це впорядкований рух електронів під дією електричного поля.

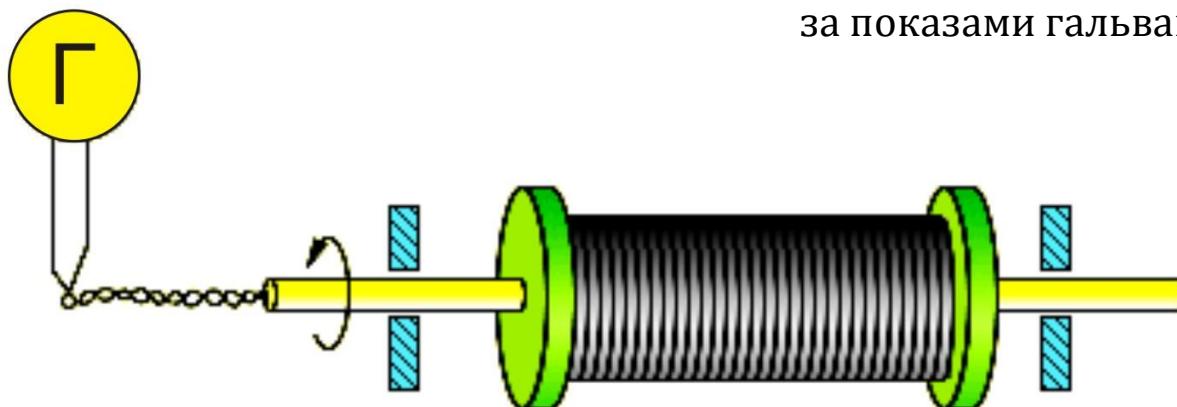
Найбільш переконливим доведенням електронної природи струму в металах було отримано в дослідах з інерцією електронів (дослід Толмена і Стьюарта).

Котушка з великим числом витків тонкого дроту приводилася в швидке обертання навколо своєї осі.

Кінці котушки за допомогою гнучких проводів були приєднані до чутливого балістичного гальванометра.

Розкручена котушка різко гальмувалася, і в колі виникав короткоспільний струм, обумовлений інерцією носіїв заряду.

Повний заряд, що протікає по колу, вимірювався за показами гальванометра.



## Струм в металах

При гальмуванні обертання котушки на кожен носій заряду є діє гальмівна сила, яка відіграє роль сторонньої сили, тобто **сили неелектричного походження**:

$$F = -m \frac{dv}{dt}$$

Стороння сила, що припадає на одиницю заряду, за визначенням, є напруженістю  $E_{\text{ст}}$  поля сторонніх сил:

$$E_{\text{ст}} = -\frac{m}{e} \frac{dv}{dt}$$

Отже, в колі при гальмуванні котушки виникає **електрорушійна сила**:  $E = E_{\text{ст}}l = -\frac{m}{e} \frac{dv}{dt} l$

За час гальмування котушки по колі протече заряд  $q$ , що дорівнює:

$$q = \int I dt = \frac{1}{R} \int E dt = \frac{m l}{e} \frac{v_0}{R}$$

Тут де  $l$  - довжина дроту котушки,  $I$  - миттєве значення сили струму в котушці,  $R$  - повний опір кола,  $v_0$  - початкова лінійна швидкість дроту.

За сучасними даними **питомий заряд** дорівнює:

$$\frac{e}{m} = 1,75882 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$$



## Струм в металах

---

Добра електропровідність металів пояснюється високою концентрацією вільних електронів, що співрозмірна з порядком числа атомів в одиниці об'єму.

Припущення про те, що електричний струм в металах спричиняють електрони, виникло значно раніше дослідів Толмена і Стюарта. Ще в 1900 році німецький вчений П. Друде на основі гіпотези про існування вільних електронів в металах сформулював електронну теорію провідності металів.

Ця теорія отримала розвиток в роботах голландського фізика Х. Лоренца і має називу **класичної електронної теорії**:

1. Електрони в металах поводяться як електронний газ, який подібний на ідеальний газ.
2. Електронний газ заповнює простір між іонами, що утворюють кристалічну гратку металу
3. Через взаємодії з іонами електрони можуть покинути метал, лише подолавши потенціальний бар'єр. Висота цього бар'єра називається роботою виходу.
4. При звичайних (кімнатних) температурах у електронів не вистачає енергії для подолання потенціального бар'єру.



Відповідно до теорії Друде-Лоренца, електрони мають таку ж середню енергію теплового руху, як і молекули одноатомного ідеального газу.

Це дозволяє оцінити середню швидкість теплового руху електронів за формулами молекулярно-кінетичної теорії, тобто при кімнатній температурі  $v = 10^5 \text{ м/с}$ .

У класичній електронній теорії металів передбачається, що рух електронів підкоряється законам класичної механіки Ньютона.

У цій теорії нехтує взаємодією електронів між собою, а їх взаємодію з позитивними іонами зводять тільки до зіткнень.

Передбачається також, що при кожному зіткненні електрон передає гратці всю накопичену в електричному полі енергію і тому після зіткнення він починає рух з нульовою дрейфовою швидкістю.

Мала швидкість дрейфу суперечить факту, що струм по всьому колу встановлюється практично миттєво. Замикання електричного кола викликає поширення електричного поля зі швидкістю  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ .

Через час порядку  $l/c$  ( $l$  - довжина кола) уздовж електричного кола встановлюється стаціонарний розподіл електричного поля і в ньому розпочинається впорядкований рух електронів.

Незважаючи на те, що всі ці припущення є досить наближеними, класична електронна теорія якісно пояснює закони електричного струму в металевих провідниках: закон Ома, закон Джоуля - Ленца і існування електричного опору металів



Закон Ома

$$I = enS\vec{v}_{\Delta} = \frac{1}{2} \frac{e^2 \tau n S}{m} E = \frac{e^2 \tau n S}{2ml} U$$

Електричний опір провідника

$$R = \frac{2m}{e^2 n \tau} \frac{l}{S}$$

Закон Джоуля - Ленца

$$\Delta Q = \frac{nSl\Delta t}{\tau} \frac{e^2 \tau^2}{2m} E^2 = \frac{ne^2 \tau S}{2m} U^2 \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t$$

Ця теорія не може, наприклад, пояснити, чому молярна теплоємність металів, також як і молярна теплоємність діелектричних кристалів, дорівнює  $3R$  (закон Дюлонга і Пті.)

Класична електронна теорія не може також пояснити температурну залежність питомого опору металів: теорія дає  $\rho \sim \sqrt{T}$  в той час як з експерименту виходить залежність  $\rho \sim T$ .

Найбільш яскравим прикладом розбіжності теорії і дослідів є надпровідність.

Прояв у одних речовин металевих властивостей, а у інших напівпровідниковых і діелектричних може бути пояснено тільки в рамках квантової теорії.

---



## Струм в металах

---

Згідно квантовим уявленням, **енергія електронів** в атомі може змінюватися **дискретним чином**.

Причому, згідно з принципом Паулі, *в одному квантовому стані може знаходитися не більше одного електрона*.

В результаті електрони **не збираються** на якомусь одному енергетичному рівні, а послідовно **заповнюють дозволені енергетичні рівні в атомі**, формуючи його електронні оболонки.

При зближенні великого числа атомів і утворенні кристалічної структури хімічні зв'язки між атомами утворюються за рахунок електронів, що знаходяться у зовнішніх, валентних, електронних оболонках.

Згідно з принципом Паулі, атоми не можуть збитися в щільну масу, **оскільки в цьому випадку в одному квантовому стані виявилося б багато частинок з напівцілим спіном  $\frac{1}{2}$** , тобто з власним моментом кількості руху  $L = \hbar / 2$ .

Такі частинки називаються **ферміонами**, і до них, зокрема, відносяться електрони, протони, нейтрони.

Названі вони так на честь **італійського фізика Е. Фермі**, вперше описав особливості поведінки ансамблів таких частинок.



## Струм в металах

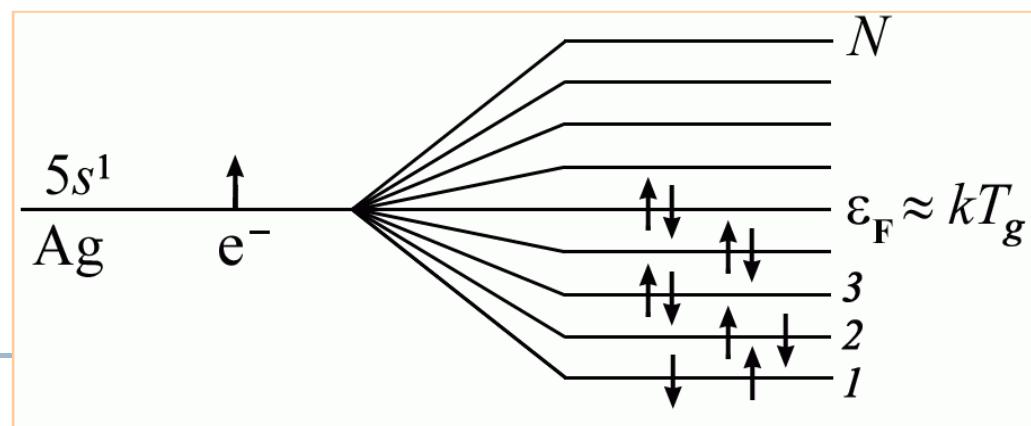
При зближенні великого числа атомів в межах твердого тіла відбувається розщеплення вихідного енергетичного рівня валентного електрона в атомі на  $N$  підрівнів, де  $N$  - число атомів, що утворюють кристал. У результаті **утворюється зона дозволених енергетичних рівнів для електронів в твердому тілі.**

В металах зовнішні валентні оболонки заповнені не повністю, наприклад, у атомів срібла у зовнішній оболонці  $5s^1$  знаходиться один електрон, в той час як, **згідно з принципом Паулі, могло б перебувати два електрона з різними орієнтаціями спінів власних механічних моментів**, але другого електрона в зовнішньому оболонці атома срібла просто немає.

При зближенні  $N$  атомів Ag і розщепленні зовнішнього енергетичного рівня  $5s^1$  на  $N$  підрівнів кожен з них заповнюється вже двома електронами з різними орієнтаціями спінів.

В результаті при зближенні  $N$  атомів срібла виникає енергетична зона, наполовину заповнена електронами.

Енергія, відповідна останньому заповненному електронному рівню при 0 К, називається енергією Фермі  $\epsilon_F \approx kT_g$ .



## Струм в металах

---

Відстань між сусідніми енергетичними рівнями дуже мала, оскільки  $N$  дуже велике, до  $10^{23} \text{ см}^{-3}$   $\epsilon_F \sim 1 \div 10 \text{ эВ}$ ,  $\Delta E = \epsilon F / N \ll kT \approx 0,025 \text{ эВ}$ .

Відстань між сусідніми дозволеними рівнями електронів в металах багато менше енергії теплового руху електронів навіть при найнижчих температурах.

Якщо помістити провідник в електричне поле, включивши його, наприклад, в замкнуте коло з джерелом ЕРС, то електрони почнуть переміщатися з точки з меншим потенціалом до точки провідника з великим потенціалом, так як їх заряд від'ємний. Але рух в електричному полі означає збільшення енергії електрона, а за квантовими уявленнями, перехід на більш високий енергетичний рівень у електрона можливий, якщо цей сусідній рівень вільний.

В металах таких вільних рівнів для електронів, що знаходяться поблизу рівня Фермі, цілком достатньо, тому метали є хорошими провідниками електричного струму.

Однак цю провідність забезпечують не всі вільні електрони металу, а лише ті з них, що розташовані поблизу рівня Фермі.

Концентрація таких електронів приблизно рівна  $nT/T_g$ ,  
де  $T_g = 5 \cdot 10^4 \text{ К}$  – температура виродження.



## Струм в напівпровідниках

### Зонна модель електронно-діркової провідності напівпровідників

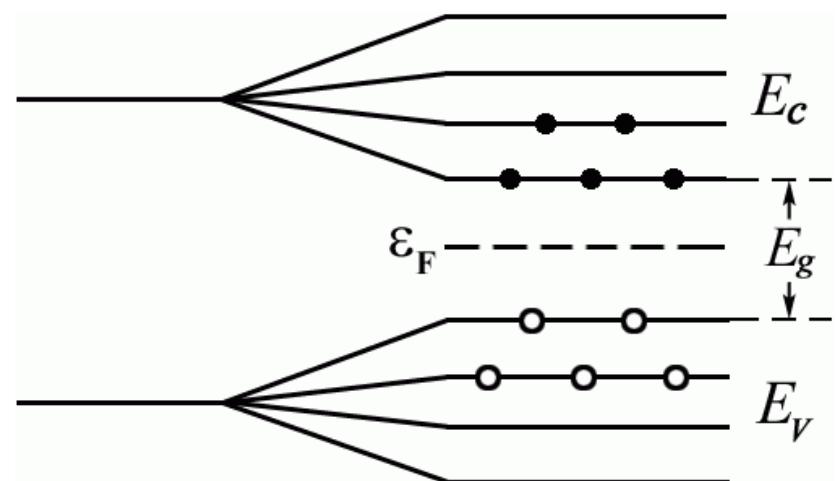
При утворенні твердих тіл можлива ситуація, коли енергетична зона, що виникає з енергетичних рівнів валентних електронів вихідних атомів, **виявляється повністю заповненою електронами**, а найближчі, доступні для заповнення електронами енергетичні рівні відокремлені від валентної зони проміжком **недозволених енергетичних станів - забороненою зоною**.

Вище забороненої зони розташована зона дозволених для електронів енергетичних станів - **зона провідності**.

*Зона провідності при 0 К повністю вільна, а валентна зона повністю зайнята.*

Подібні зонні структури характерні для кремнію, германію, арсеніду галію (GaAs), фосфіду індію (InP) і багатьох інших твердих тіл, які є напівпровідниками.

При підвищенні температури напівпровідників і діелектриків електрони здатні отримувати **додаткову енергію  $kT$ , пов'язану з тепловим рухом**.



## Струм в напівпровідниках

---

Для частини електронів енергії теплового руху виявляється досить для переходу з валентної зони в зону провідності, де електрони під дією зовнішнього електричного поля можуть переміщуватися практично вільно. У цьому випадку, в колі з напівпровідниковим матеріалом при підвищенні температури напівпровідника буде нарости електричний струм.

Цей струм пов'язаний не тільки з рухом електронів в зоні провідності, а й з появою вакантних місць електронів, які перейшли в зону провідності з валентної зони - дірок.

Вакантне місце може бути зайнято валентним електроном з сусідньої пари, тоді дірка переміститься на нове місце в кристалі.

Якщо напівпровідник помістити в електричне поле, то будуть рухатися впорядковано не тільки вільні електрони, а й дірки, які ведуть себе як позитивно заряджені частинки.

Тому струм  $I$  в напівпровіднику складається з електронного  $I_n$  і діркового  $I_p$  струмів:

$$I = I_n + I_p.$$

Електронно-дірковий механізм провідності проявляється тільки у чистих (без домішок) напівпровідників.

Він називається власною електричною провідністю напівпровідників.

► Електрони переходят в зону провідності з рівня Фермі, який розміщений посередині забороненої зони (у власному напівпровіднику).

## Струм в напівпровідниках

Істотно змінити провідність напівпровідників можна, **ввівши** в них дуже невеликі кількості домішок.

У металах домішка завжди зменшує провідність, а додавання **в чистий кремній 10<sup>-30</sup>% атомів фосфору** збільшує електропровідність кристала в 10<sup>5</sup> разів.

Додавання домішки до напівпровідника називається **легуванням**.

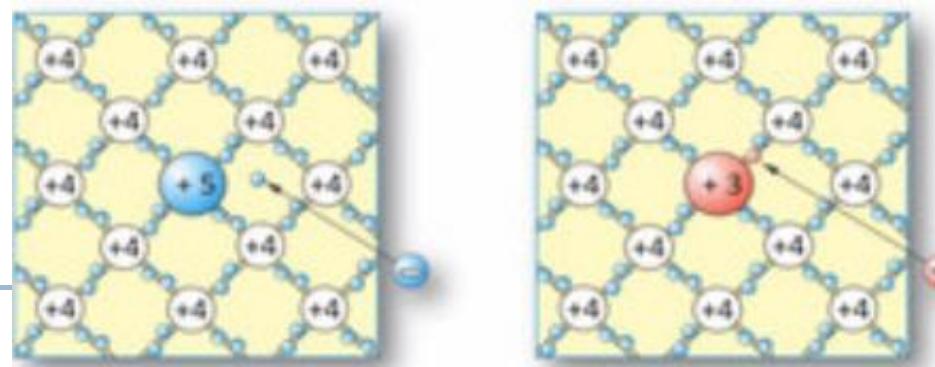
Необхідною умовою різкого зменшення питомої опору напівпровідника при введені домішок **є відмінність валентності атомів домішки від валентності основних атомів кристала**.

Провідність напівпровідників при наявності домішок називається **домішковою провідністю**.

Розрізняють **два типи домішкової провідності - електронну та діркову провідності**.

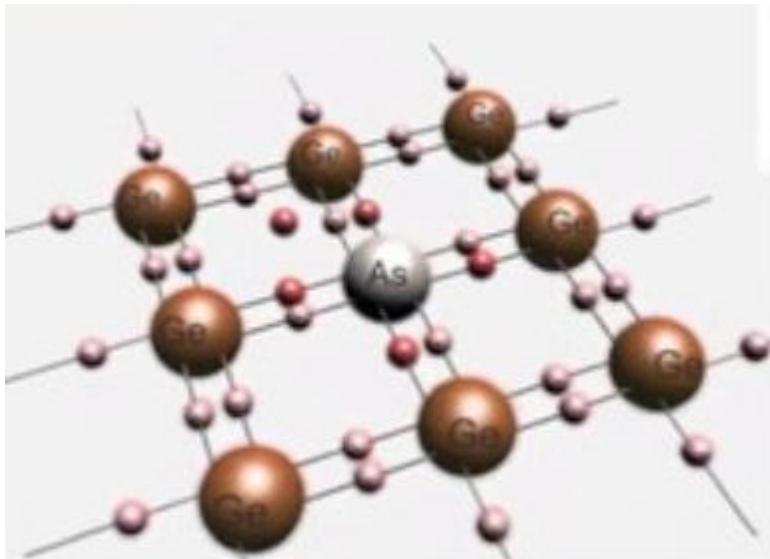
**Електронна провідність** виникає, коли в кристал германію з чотирьохвалентними атомами введені п'ятивалентні атоми (наприклад, атоми миш'яку, As).

**Діркова провідність** виникає, коли в кристал германію з чотирьохвалентного атомами введені трьохвалентні атоми (наприклад, атоми галію , Ga).



## Донорна домішка

---



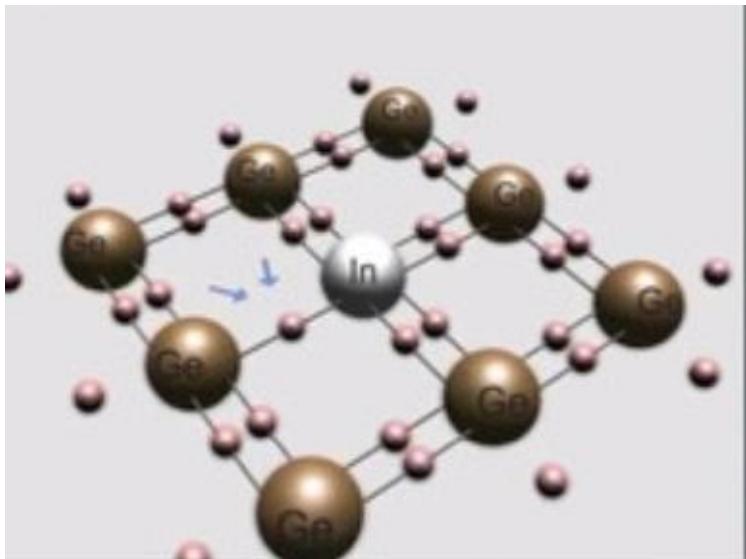
Якщо додати п'ятивалентного атом фосфору в гратку кремнію, то чотири валентних електрони фосфору вступлять в зв'язок з чотирма сусідніми атомами кремнію, у якого в зовнішній оболонці чотири електрона, а п'ятий електрон атома Р може досить легко відриватися у результаті теплового руху і перейти в зону провідності. П'ятий валентний електрон виявився зайвим.

Він легко відривається від атома миш'яку і стає вільним. Атом, що втратив електрон, перетворюється в позитивний іон, розташований у вузлі кристалічної гратки.

Домішка з атомів з валентністю, що перевищує валентність основних атомів напівпровідникового кристала, називається донорною домішкою, провідність, обумовлена вільними електронами, називається електронною, а напівпровідник, що володіє електронною провідністю, називається напівпровідником  $n$ -типу.



## Акцепторна домішка



Якщо додати трьохвалентний **атом індію** в гратку кремнію, то три валентних електрони індію вступлять в зв'язок з трьома сусідніми атомами кремнію, у якого в зовнішній оболонці є чотири електрони. Цей електрон може бути захоплений атомом індію з ковалентного зв'язку сусідніх атомів германію. У цьому випадку атом індію перетворюється в негативний іон, розташований у вузлі кристалічної гратки, а в ковалентного зв'язку сусідніх атомів утворюється вакансія (дірка).

Домішка з атомів з валентністю, що **менша**, ніж валентність основних атомів напівпровідникового кристала, називається **акцепторною** домішкою, провідність, обумовлена **дірками**, називається **дірковою**, а напівпровідник, що володіє дірковою провідністю, називається **напівпровідником р-типу**.

У результаті введення **акцепторної** домішки в кристалі розривається безліч ковалентних зв'язків і утворюються **вакантні місця (дірки)**.

На ці місця можуть перестрибувати електрони із сусідніх ковалентних зв'язків, що призводить **до хаотичного блукання дірок по кристалу**.



## P-п - перехід

У сучасній електронній техніці напівпровідникові прилади грають виняткову роль.

У будь-якому напівпровідниковому приладі є один або кілька електронно-діркових переходів.

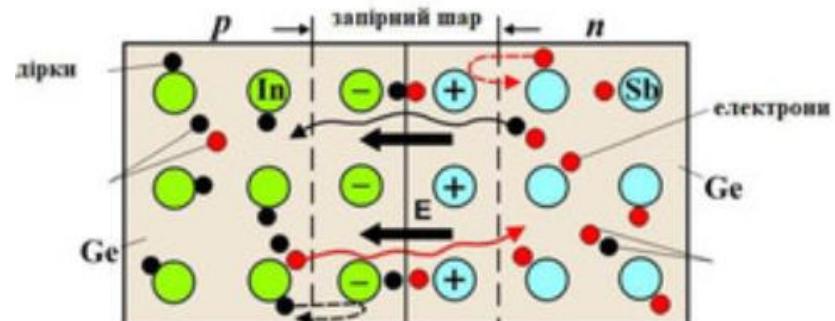
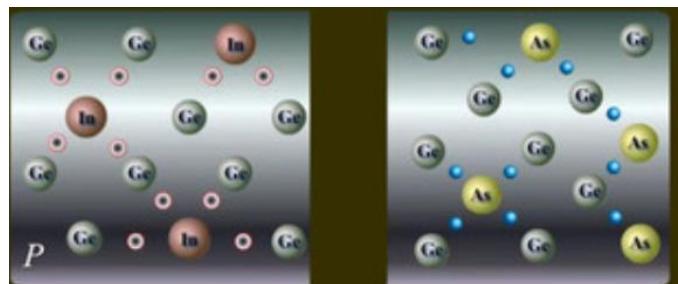
Електронно-дірковий переход (або n-p-перехід) - це область контакту двох напівпровідників з різними типами провідності.

На межі напівпровідників утворюється подвійний електричний шар, електричне поле якого перешкоджає процесу дифузії електронів і дірок назустріч один одному.

Здатність n-p-переходу пропускати струм практично тільки в одному напрямку використовується в приладах, які називаються напівпровідниковими діодами.

*Напівпровідникові діоди виготовляються з кристалів кремнію або германію.*

При їх виготовленні в кристал з будь-яким типом провідності вплавляють домішку, що забезпечує інший тип провідності.

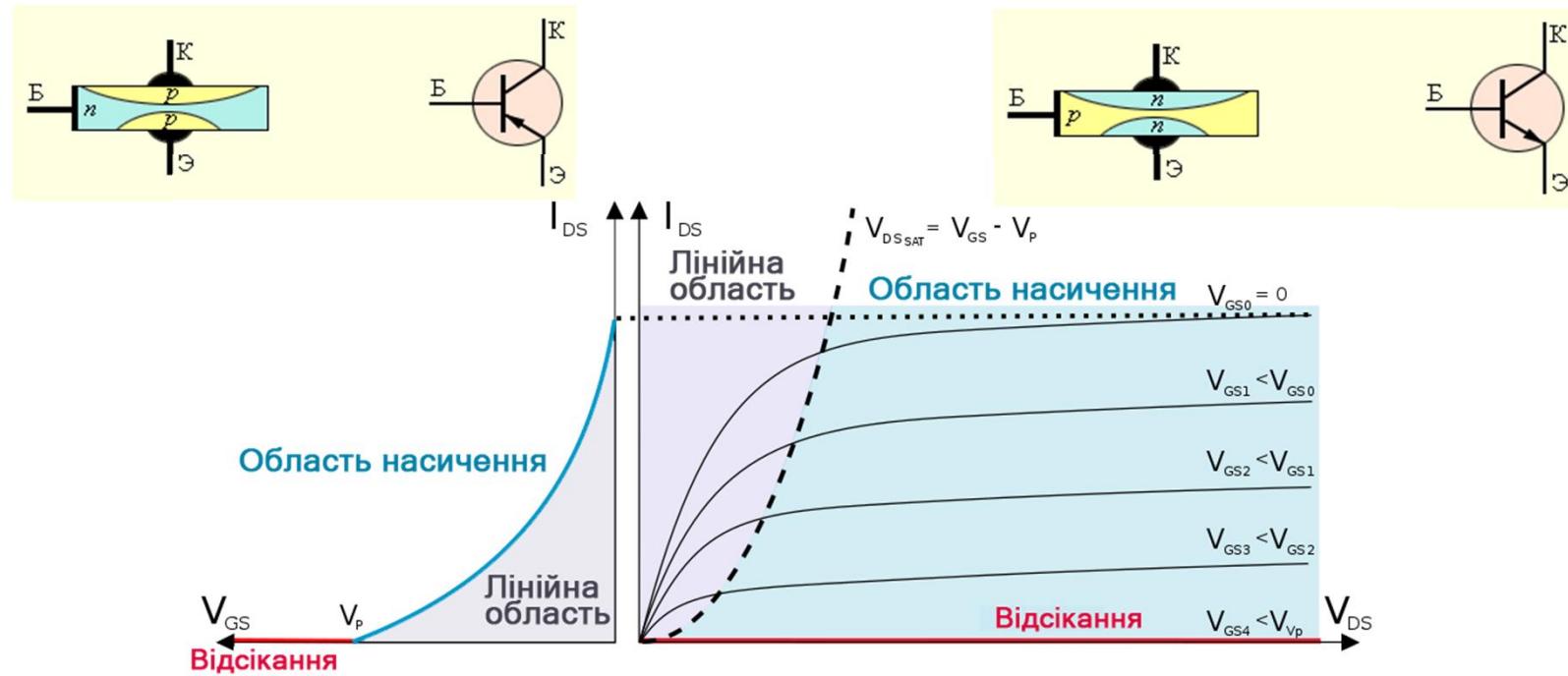


## Р-п - перехід

У транзисторі n-p-n-типу основна германієва пластинка має провідність p-типу, а створені на ній дві області - провідність n-типу.

У транзисторі p - n - p - типу все навпаки.

Пластинку транзистора називають **базою** (Б), одну з областей з протилежним типом провідності - **колектором** (К), а іншу - **емітером** (Е).



## Струм в електролітах

**Електроліти**- це розчини або розплави солей, кислот та лугів, *в яких перебіг електричного струму супроводжується перенесенням речовини.*

Носіями вільних зарядів в електролітах є **позитивно і негативно заряджені іони**.

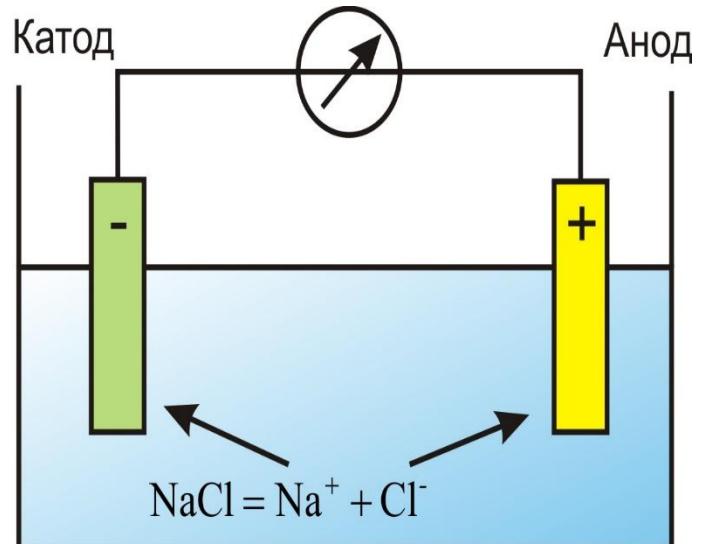
**Електроліз** - проходження електричного струму через електроліт з виділенням речовин на електродах.

Електричний струм в електролітах – це переміщення іонів обох знаків у протилежних напрямках.

*Позитивні іони рухаються до негативного електрода (катоду), негативні іони - до позитивного електрода (анода).*

Іони обох знаків з'являються у водних розчинах солей, кислот і лугів в результаті розщеплення частини нейтральних молекул.

Це явище називається **електролітичною дисоціацією**.



## Струм в електролітах

---

Закони електролізу був експериментально встановлений англійським фізиком М. Фарадеєм в 1833 році.

I. Маса  $m$  речовини, яка виділяється на електроді, прямо пропорційна заряду  $q$ , що пройшов через електроліт:

$$m = kq = kIt.$$

Величину  $k$  називають електрохімічним еквівалентом.

II. Заряд іона дорівнює добутку валентності речовини  $n$  на елементарний заряд  $e$  ( $q = ne$ ), то вираз для електрохімічного еквівалента  $k$  можна записати у вигляді

$$k = \frac{m_0}{q_0} = \frac{m_0 N_A}{n e N_A} = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n}$$

$F = e N_A = 96485$  Кл / моль- стала Фарадея

III. Об'єднаний закон Фарадея:

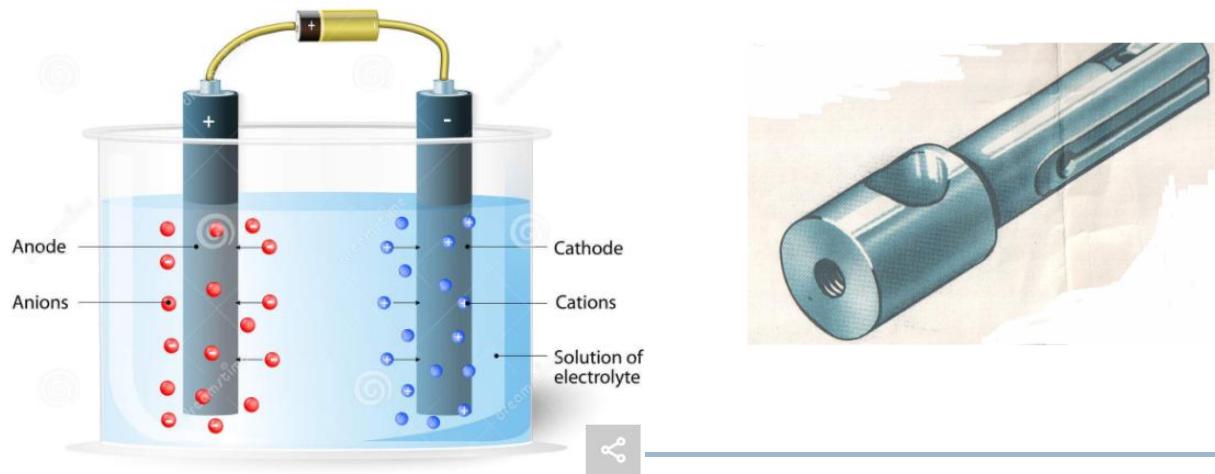
$$m = \frac{1}{F} \frac{\mu}{n} It$$



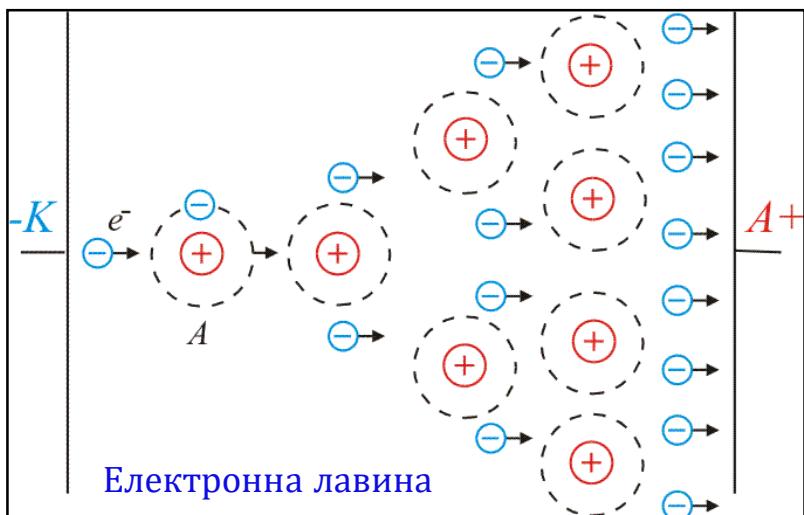
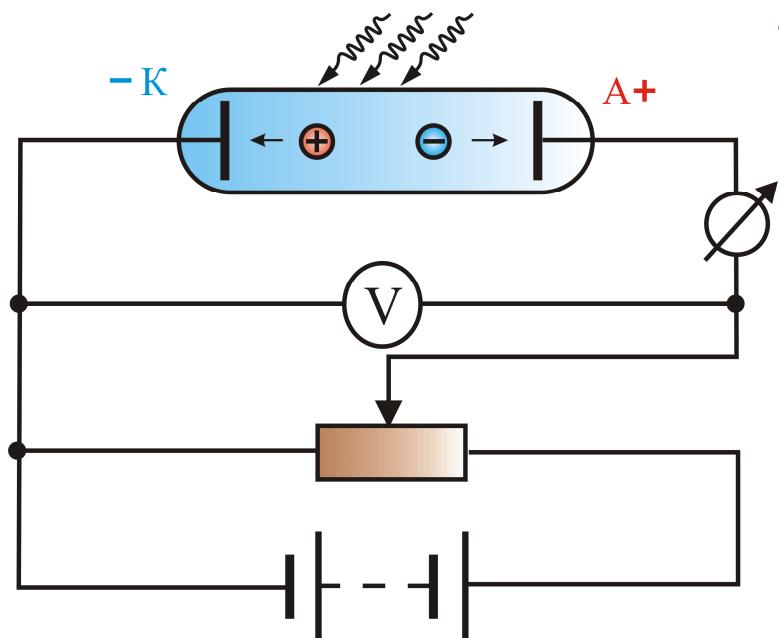
## Струм в електролітах

### Застосування електролітичних процесів:

отримання неорганічних речовин (водню, кисню, хлору, лугів і т.д.)  
отримання металів (літій, натрій, калій, берилій, магній, цинк, алюміній, мідь і т.д.)  
рафінування - очищення металів (мідь, срібло, ...)  
отримання металевих сплавів  
гальваностегія - отримання гальванічних покриттів  
гальванопластика – отримання металічних чітких копій тіл  
обробка поверхонь металів (азотування, борування, електрополірування, очищення)  
отримання органічних речовин  
електродіаліз і знесолення води  
нанесення плівок за допомогою електрофорезу



## Струм в газах



Під дією іонізатора (нагрів, опромінення частинками великих енергій) нейтральні молекули (атоми) газу розщеплюються на іони і вільні електрони - **іонізація газу**.

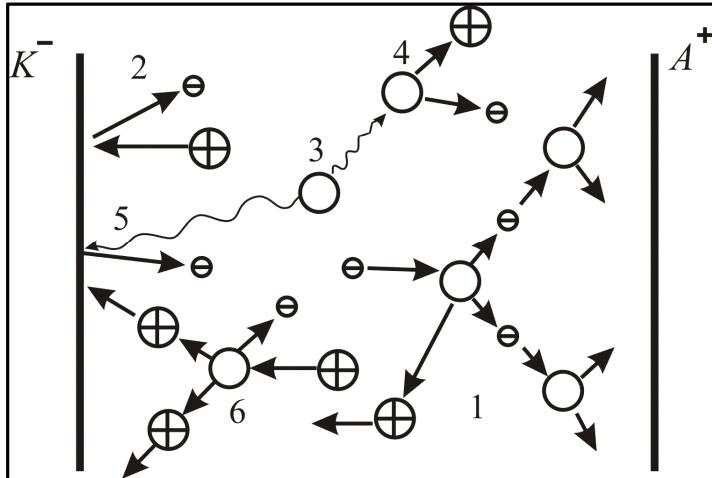
**Енергія іонізації** – енергія, яку треба затратити, щоб з молекули (атома) вибити один електрон.

**Рекомбінація** - процес, зворотний до іонізації: позитивні і негативні іони, позитивні іони і електрони, зустрічаючись об'єднуються, утворюючи нейтральні атоми і молекули.

**Газовий розряд** - проходження електричного струму через іонізований газ.

**Несамостійний газовий розряд** - розряд, який існує тільки під дією зовнішніх іонізаторів.

**Самостійний газовий розряд** - розряд, що триває після припинення дії зовнішнього іонізатора.



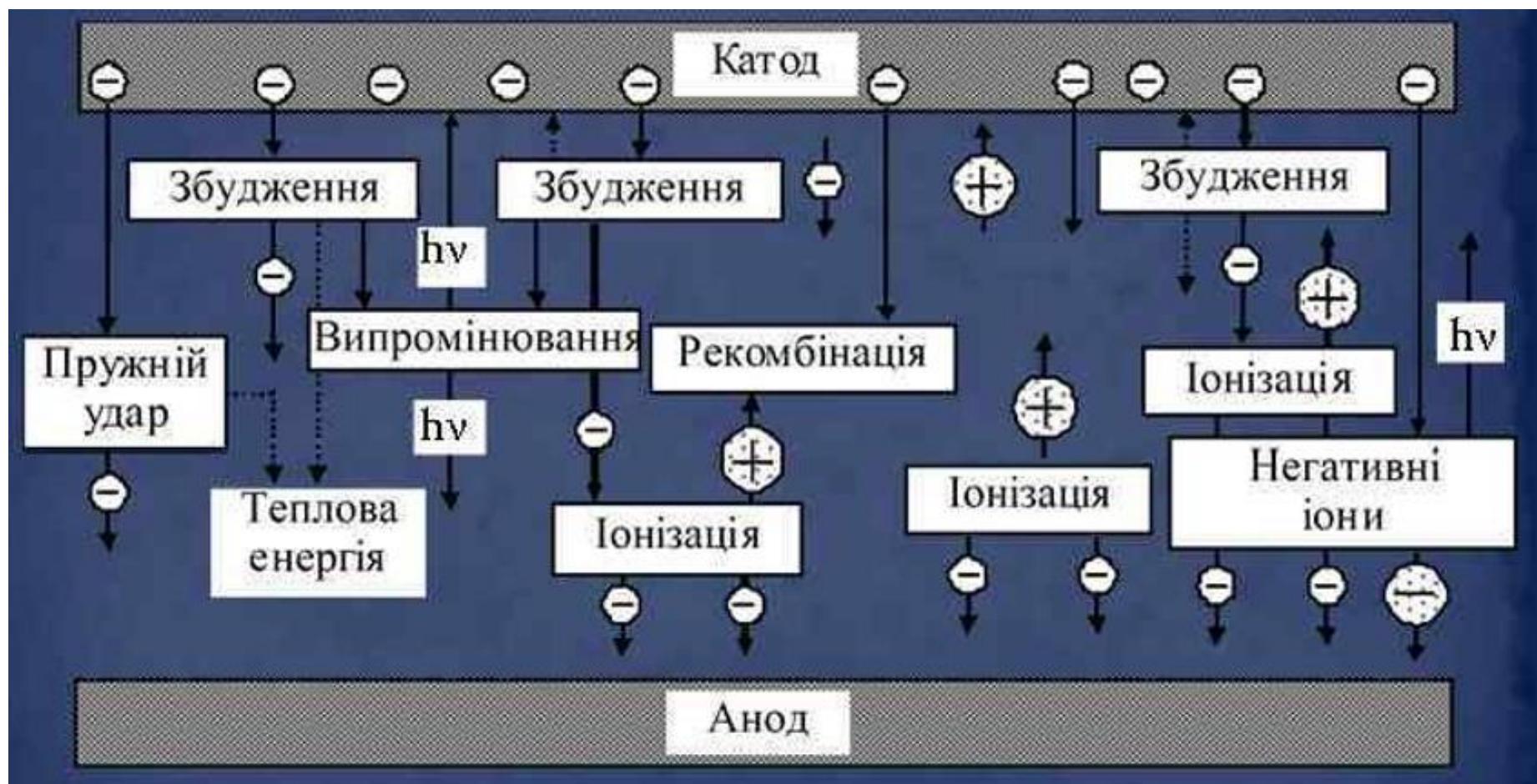
## Струм в газах

### Умови підтримки самостійного розряду

- 1) При великій напрузі між електродами газового проміжку струм сильно зростає. Це відбувається внаслідок того, що виникають під дією зовнішнього іонізатора електрони, сильно прискорені електричним полем, стикаються з нейтральними молекулами газу і іонізують їх, в результаті чого утворюються вторинні електрони і позитивні іони.
- 2) прискорені електричним полем позитивні іони, б'ючись об катод, вибивають з нього електрони;
- 3) позитивні іони, стикаючись з молекулами газу, переводять їх в збуджений стан; перехід таких молекул в основний стан супроводжується випусканням фотонів ;
- 4) фотон, поглинений нейтральною молекулою, іонізує її, відбувається процес фотонної іонізації молекул;
- 5) вибивання електронів з катода під дією фотонів;
- 6) нарешті, при значних напругах між електродами настає момент, коли позитивні іони, що володіють меншою довжиною вільного пробігу, ніж електрони, набувають енергії, достатньої для іонізації молекул газу, і до негативної пластини спрямовуються іонні лавини. Коли виникають, крім електронних лавин, ще й іонні, сила струму зростає вже практично без збільшення напруги.



Схематичний вигляд проходження газового розряду



## Струм в газах

---

Нехай в об'ємі  $V$  знаходиться  $N = (vt \cdot S)n$  зарядів. Густина струму обумовлена переміщенням зарядів двох знаків, концентрації яких вирівнюються.

$$j = \frac{J}{S} = \frac{Ne}{tS} = nev$$

В електричному полі напруженістю  $E$  на кожен заряд діє сила  $F = Ee$ , різноменні заряди рухаються у протилежних напрямках, сила тертя зустрічних потоків зростає. У той момент, коли сили зрівнюються за величиною, заряди починають рухатися рівномірно. За величиною швидкості не рівні, тому що не рівні рухливості іона і електрона:

$$v_+ = \beta_+ E, \quad v_- = \beta_- E,$$

Підставляючи замість швидкостей їх вирази через рухливість, отримаємо

$$j = ne(\beta_+ + \beta_-)E$$

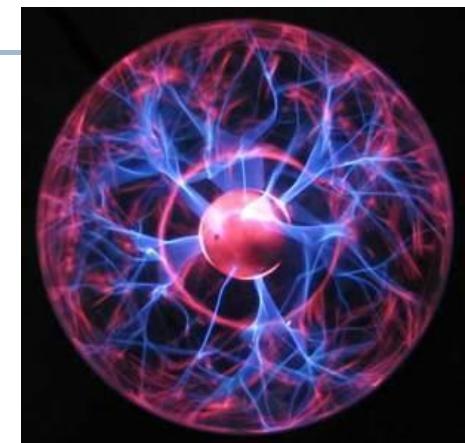
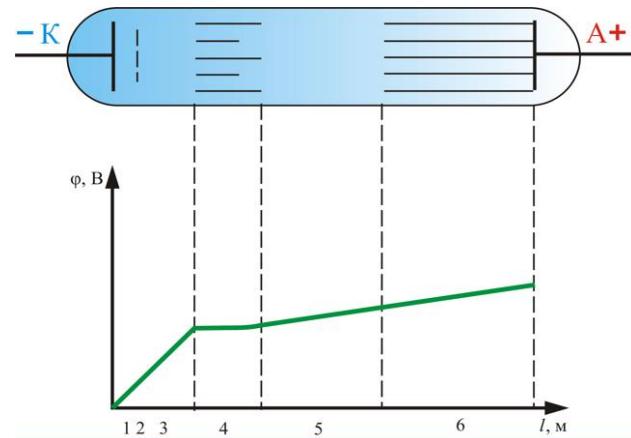
Ця формула еквівалентна закону Ома у диференціальній формі. Для газів остання умова не завжди виконується і залежність між  $j$  і  $E$  не завжди лінійна. Згідно експериментальної кривої для слабких і сильних полів процеси, протікають в газах, не рівнозначні.



## Струм в газах

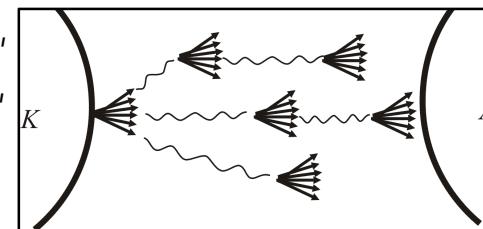
### Типи самостійного розряду

1. Тліючий розряд – виникає при низькому тиску.



2. Іскровий розряд – виникає при великій напруженості електричного поля в газі, знаходиться під тиском порядку атмосферного

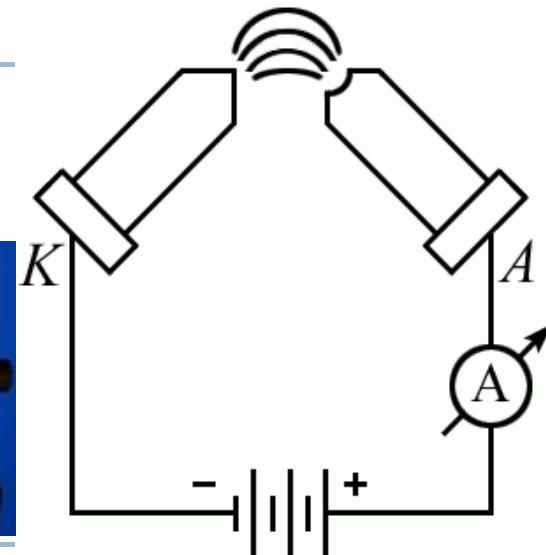
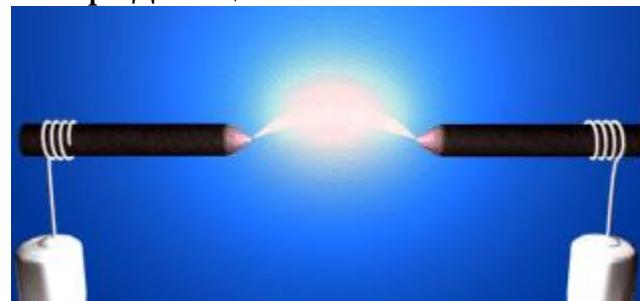
- Діаметр каналу блискавки 1 см,
- Температура в каналі  $25\,000^\circ\text{C}$ ,
- Тривалість розряду 0,01 с
- Струм -1 млн ампер
- Стример- напрям поширення іскри



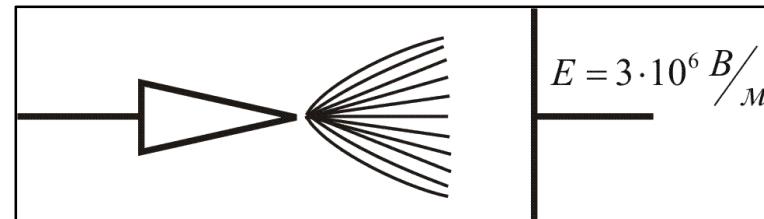
## Струм в газах

3. Дуговий розряд – виникає якщо після запалювання іскрового розряду від потужного джерела поступово зменшувати відстань між електродами:

$$P_{\text{ат}} \\ U=50-100 \text{ В} \\ I = 100 \text{ А}$$



4. Коронний розряд – виникає при високому тиску в різко неоднорідному полі поблизу електродів з великою кривизною поверхні.



### Застосування газового розряду

Найпоширенішими приладами, заснованими на явищі газового розряду, є точні прилади, які можна розділити на наступні груп шість груп.

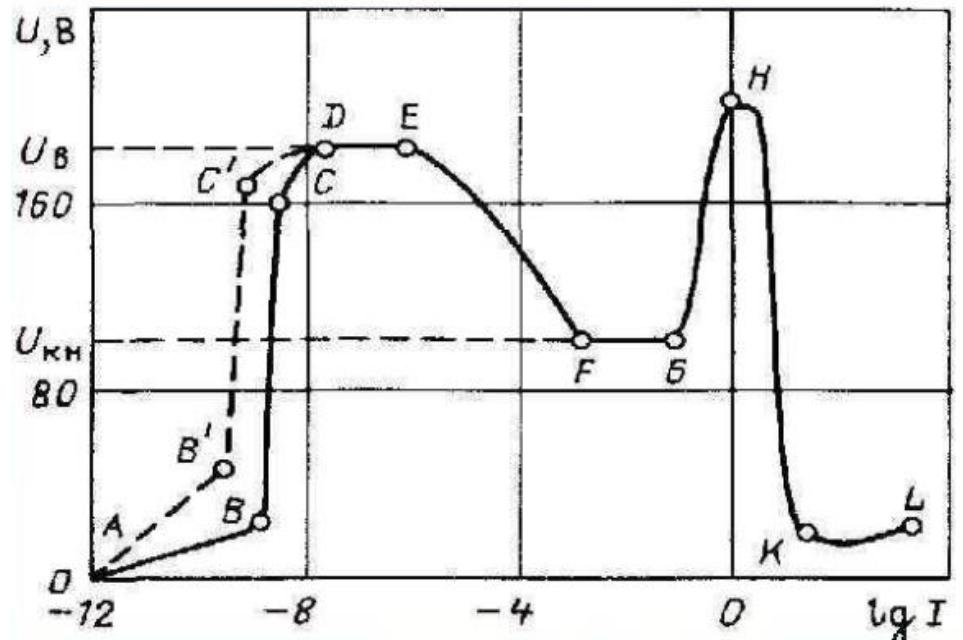
- *Тиратрони і газотрони тліючого розряду.*
- *Стабілітрони тліючого і коронного розрядів.*
- *Лічильники комутаторні векоторони.*
- *Індикатори тліючого розряду.*
- *Газотрон тиратрони з наповненим катодом.*
- *Імпульсні водневі тиратрони з наповненим катодом.*

### Використання

- Дугового розряду для зварювання та освітлення.
- Надвисокочастотний розряд
- Тліючий розряд як джерело світла в люмінесцентних лампах і плазмових екранах.
- Іскровий розряд для запалювання робочої суміші в двигунах внутрішнього згоряння.
- Коронний розряд для очищення газів від пилу та інших забруднень, для діагностики стану конструкцій.
- Плазмотрони для різання і зварювання.
- Розряди для накачування лазерів, наприклад гелій-неонового лазера, азотного лазера, ексимерних лазерів і т. д.



## Струм в газах



AB При малих напругах на електродах (до 40 -50 В), газ є майже ідеальним діелектриком, а невеликий струм в  $10^{-12}$ - $10^{-10}$  А викликаний зовнішніми факторами (радіаційний фон, космічне випромінювання, температура катоду).

BC Струм між електродами незначною мірою збільшується з причини збільшення кількості заряджених частинок, що доходять до електродів без рекомбінації.

CD Ділянка газового посилення, при якій електрони вже мають достатню енергію для іонізації газу. Виникають вторинні електрони та іони, але процеси рекомбінації або деіонізації поки переважають.

AD Область несамостійного газового розряду, бо при ослабленні впливу зовнішніх факторів відбудеться зменшення струму розряду.

## Струм в газах

---

**DL** Область самостійного розряду, яка характеризується несуттєвим впливом зовнішніх факторів.

**DE** Ділянка тихого (таунсівського) розряду, потенціалом достатнім для виникнення самостійного розряду. Розвивається лавинний розряд.

**EF** Збільшення струму викривляє поле між електродами, основне падіння потенціалу приходиться на катодну область біля катоду за рахунок концентрації в ній позитивних іонів. Виникає самостійний розряд, який підтримується за рахунок вибивання іонами вторинних електронів з поверхні катоду.

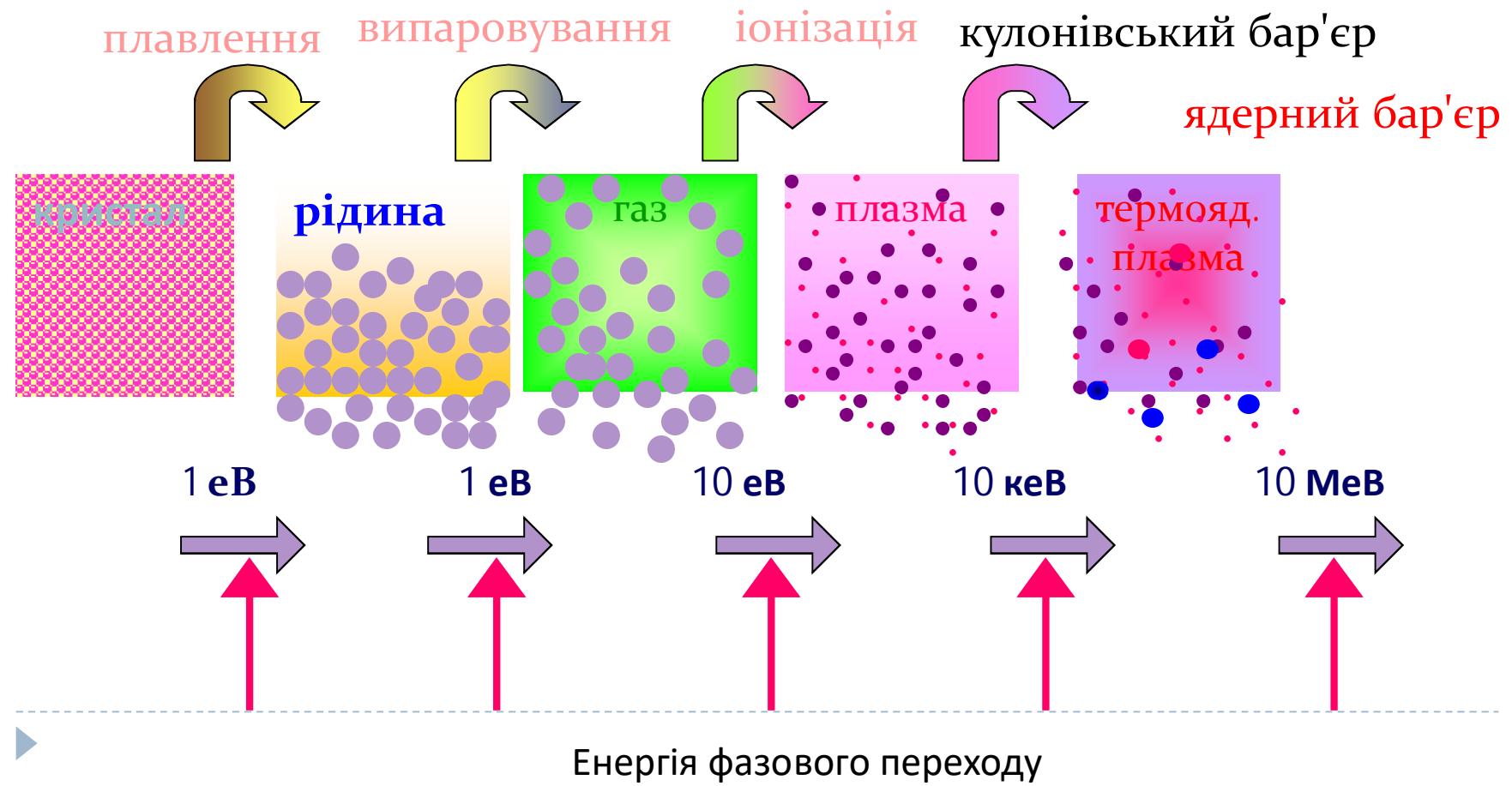
**FG** Ділянка нормального тліючого або, при високих тисках, іскрового та коронного розрядів. Незначне збільшення потенціалу, за рахунок збільшення площини вторинно-електронної емісії при постійній щільноті вторинного струму, приводить до значного збільшення струму

**GH** Ділянка аномального тліючого розряду, початок якої характеризується охопленням всієї поверхні катоду процесами вторинно-іонно-електронної емісії. Опір зростає, для збільшення кількості вторинних електронів необхідно збільшити енергію іонів. Кінцева ділянка характеризується розігрівом та збільшенням потенціалу біля катоду, що приводить до розвитку та виникнення дугового розряду НК.

**KL** Ділянка дугового розряду, що характеризується збільшенням потужності, яка виділяється на катоді, струмами більшими ніж 1 А, локалізацією струму на малій поверхні катоду (катодна пляма). Катодна пляма рухається по поверхні катода і є причиною виникнення термоелектронної емісії, автоелектронної емісії та термоіонізації.

## Струм в газах

При достатньо сильному нагріванні будь-яка речовина випаровується, перетворюючись у газ. Якщо збільшити температуру, різко посилиться процес термічної іонізації (молекули газу почнуть розпадатися на їх атоми, які потім перетворяться в іони). Іонізація газу, крім того, може бути викликана його взаємодією з електромагнітним випромінюванням (фотоіонізація) або бомбардуванням газу зарядженими частинками.



## Струм в газах

**Плазма** (від грець. plasma — зліплене, оформлене), частково або повністю іонізований газ, в якому густини позитивних та негативних зарядів практично однакові.

Термін «плазма» в фізиці був уведений у 1923 американськими вченими І. Ленгмюром і Л. Тонксом, що робили зондові вимірювання параметрів низькотемпературної газорозрядної плазми.

Відмінність властивостей плазми від властивостей нейтральних газів:

1. Взаємодія частинок плазми між собою характеризується кулонівськими силами притягання та відштовхування, що зменшуються із відстанню повільніше, ніж сили взаємодії нейтральних частинок. Це означає, що взаємодія частинок у плазмі є не «парним», а «колективним» — одночасно взаємодіє один з одним велика кількість частинок.
2. Електричні та магнітні поля сильно діють на плазму (у той же час як вони слабо діють на нейтральний газ), викликаючи появу у плазмі об'ємних зарядів і струмів та забезпечують ряд специфічних властивостей плазми.



Рух частинок у плазмі



90 відсотків Всесвіту знаходитьться у стані плазми

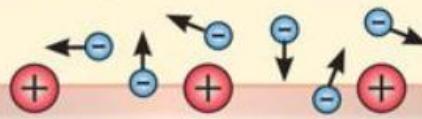
## Струм у вакуумі

**Вакуум** – це розріджений до такої міри газ, що середня довжина вільного пробігу молекул перевищує лінійні розміри посудини.

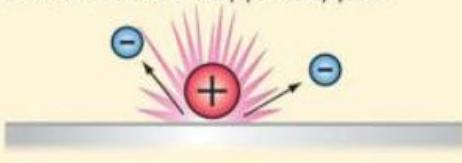
У вакуумі практично відсутні вільні носії заряду, тому струм у вакуумі можливий тільки завдяки зарядженим частинкам, що виникають при емісійних явищах.

**Електричний струм у вакуумі** — напрямлений рух вільних електронів, отриманих завдяки електронній емісії.

- **Термоелектронна емісія** — процес випускання електронів нагрітими тілами.



- **Вторинна електронна і йонно-електронна емісії** — випускання електронів із поверхні тіла внаслідок його бомбардування електронами або йонами відповідно.



- **Фотоелектронна емісія** відбувається під дією випромінювання, яке падає на поверхню тіла.



- **Автоелектронна емісія** зумовлена наявністю біля поверхні тіла сильного електричного поля, яке «вириває» електрони з металу.

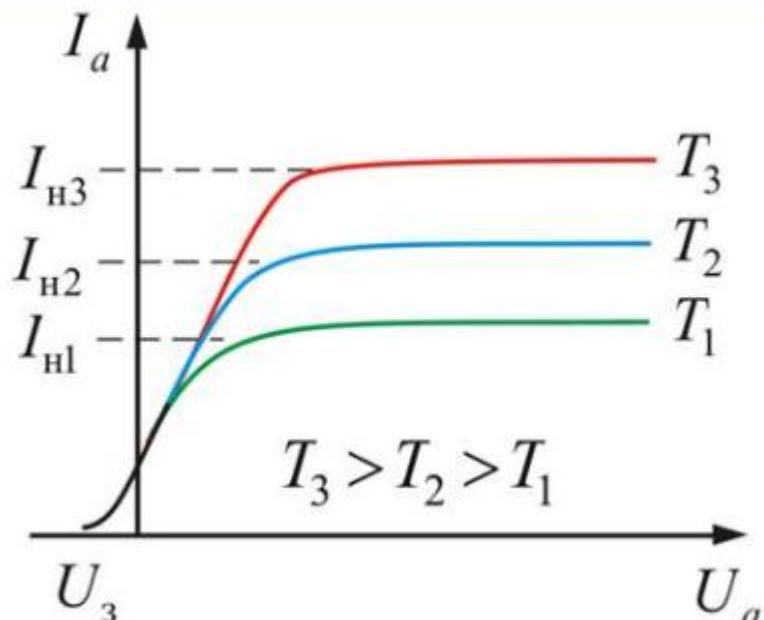
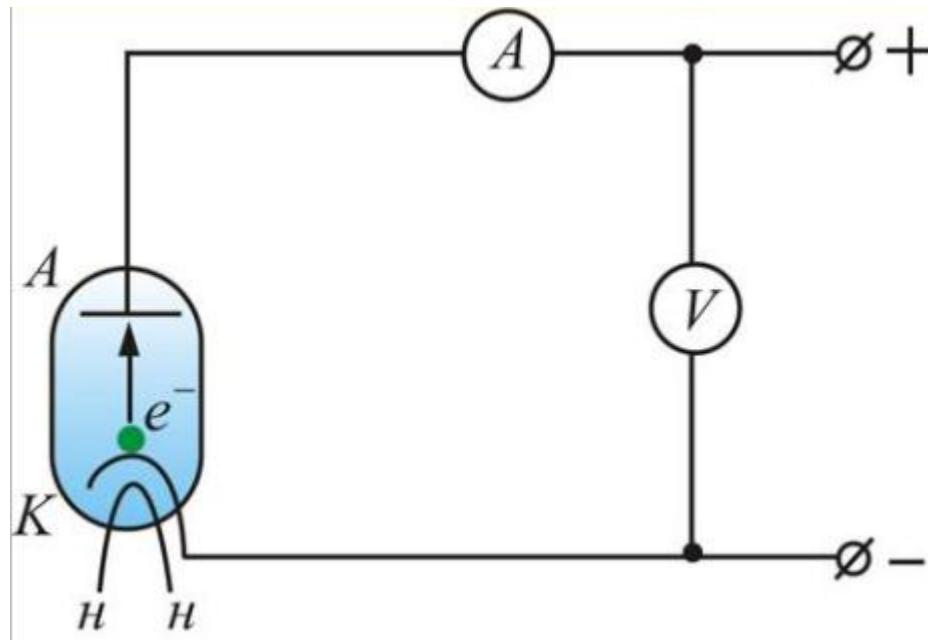
- **Вибухова електронна емісія** — емісія електронів унаслідок переходу мікроскопічних ділянок катода в плазму (локальний вибух).



## Струм у вакуумі

Електрон зможе вилетіти, якщо його кінетична енергія буде більша за роботу виходу:

$$mv^2/2 = e\varphi$$



При деякому значенні напруги, що залежить від температури катода, струм досягає максимального значення і далі не змінюється, всі електрони досягають анода. Це значення сили струму називають струмом насиження  $I_h$ . Щоб збільшити струм, потрібно збільшити температуру  $T$  катода. Діод пропускає струм тільки в одному напрямі, коли анод з'єднано з позитивним полюсом джерела. Цю властивість діода використовують для випрямлення змінного струму.



**Метали**

Електрони, які вилетіли з поверхні електродів внаслідок емісії

**Напівпровідники**

**Вільні  
електрони**

**Електроліти**

**Позитивні та  
негативні іони**

**Гази**

**Вільні електрони  
та дірки**

**Вакуум**

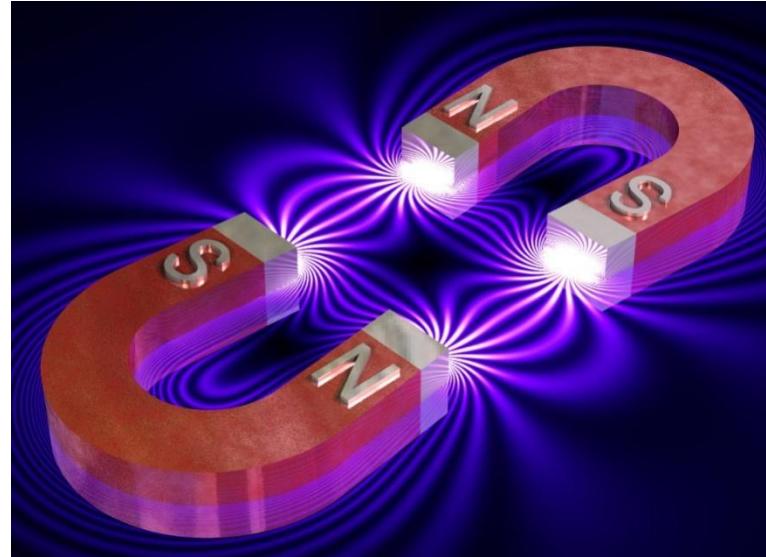
**Вільні електрони  
та іони**

---

## Лекція 6

### Магнітне поле

1. Магнітне поле
2. Дослід Ампера
3. Напрям магнітного поля
4. Вектор магнітної індукції
5. Лінії магнітної індукції
6. Потік вектора магнітної індукції
7. Сила Ампера
8. Сила Лоренца
9. Робота по переміщенню провідника із струмом в магнітному полі
10. Явище електромагнітної індукції. Досліди Фарадея
11. Закон електромагнітної індукції Фарадея
12. Індуктивність контуру
13. Самоіндукція
14. Енергія магнітного поля



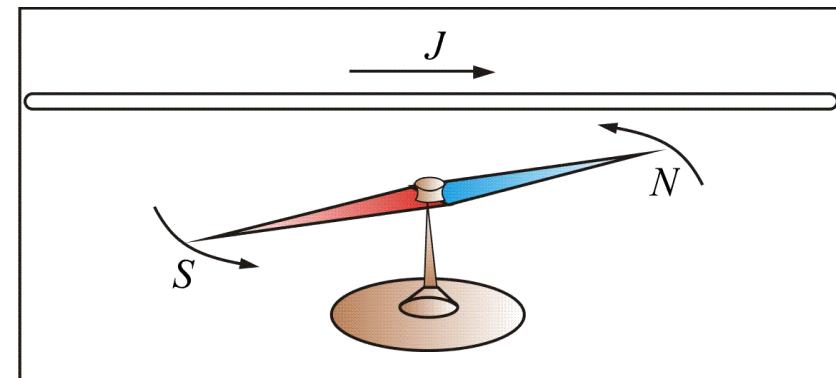
## Магнітне поле

Подібно тому, як в просторі навколо електричних зарядів, виникає **електростатичне поле**, в просторі, що оточує струми і постійні магніти, виникає **магнітне поле**.

**Магнітне поле** - фізичне поле, яке діє на рухомі електричні заряди і на тіла, що володіють магнітним моментом, незалежно від стану їх руху, складова електромагнітного поля, за допомогою якої здійснюється взаємодія між рухомими електрично зарядженими частинками.

### *Основні властивості*

- 1) магнітне поле діє тільки на рухомі заряди
- 2) магнітне поле діє на провідники зі струмом
- 3) магнітне поле діє на постійні магніти



*Матеріальним носієм магнітного поля є електричний струм*

### *Основні властивості*

- 1) магнітне поле виникає навколо рухомих зарядів
- 2) магнітне поле виникає навколо провідників зі струмом
- 3) магнітне поле виникає навколо постійних магнітів



## Дослід Ампера

При приміщенні магнітної стрілки в біля провідника зі струмом, стрілка відхиляється; після виключення струму стрілка повертається у вихідне положення.

### Висновок

*навколо прямолінійного провідника зі струмом існує магнітне поле.*

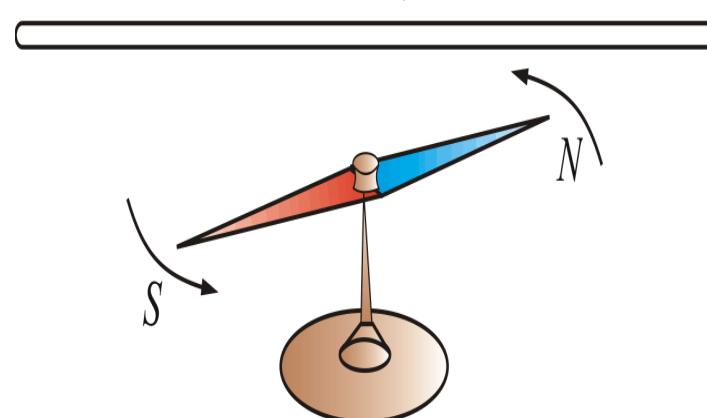
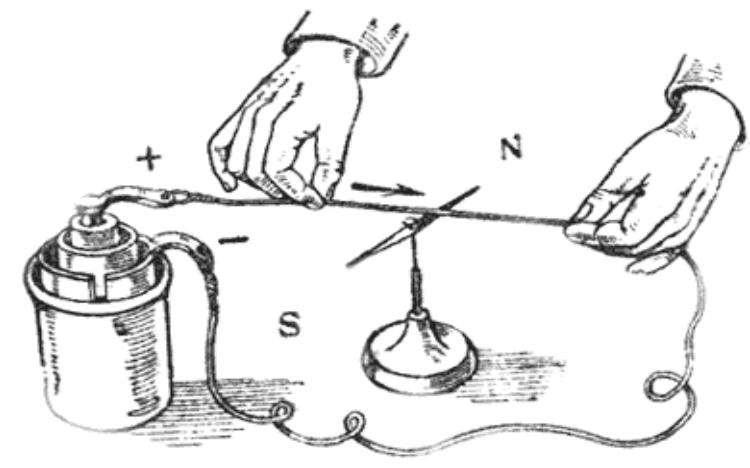
### Були встановлено

- 1) магнітне поле діє на рухомі заряди;
- 2) рухомі заряди створюють магнітне поле.

*Магнітне поле не діє на нерухомі заряди.*

Характер дії магнітного поля на струм залежить від

- (1) форми провідника, по якому тече струм;
- (2) розташування провідника
- (3) напряму струму.



## Магнітна індукція

Візьмемо контур з струмом  $I$  і помістимо його в магнітне поле.

Основна властивість магнітного поля - **здатність діяти на рухомі електричні заряди** з певною силою, тому у магнітному полі контур зі струмом буде орієнтуватися певним чином.

**Обертовий момент** прямо пропорційний величині струму  $I$ , площи контура  $S$  і синусу кута між напрямом магнітного поля і нормалі

$$M \sim I S \sin(\vec{n}, \vec{B}),$$

$$IS = P_m$$

**магнітний момент контуру**

Для даної точки магнітного поля відношення магнітного обертового моменту до магнітного моменту контуру буде однаковим, і називається **магнітною індукцією**:

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

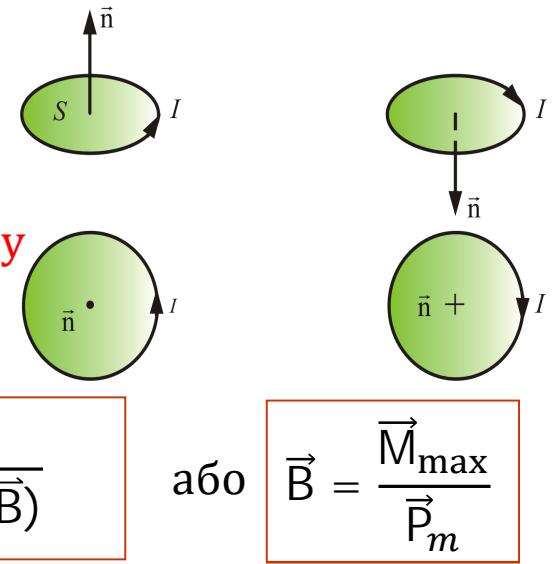
або

$$\vec{B} = \frac{\vec{M}_{\max}}{\vec{P}_m}$$

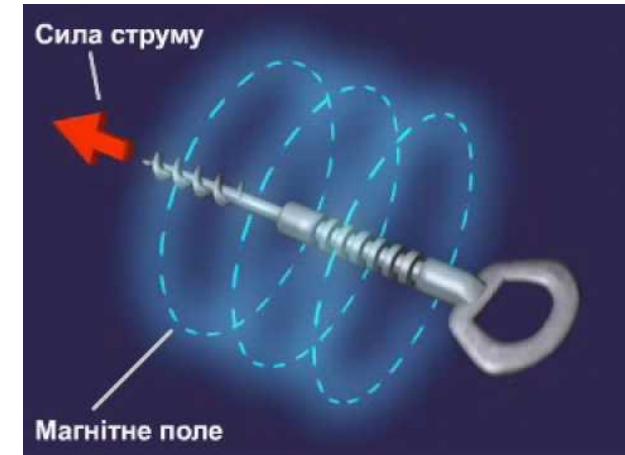
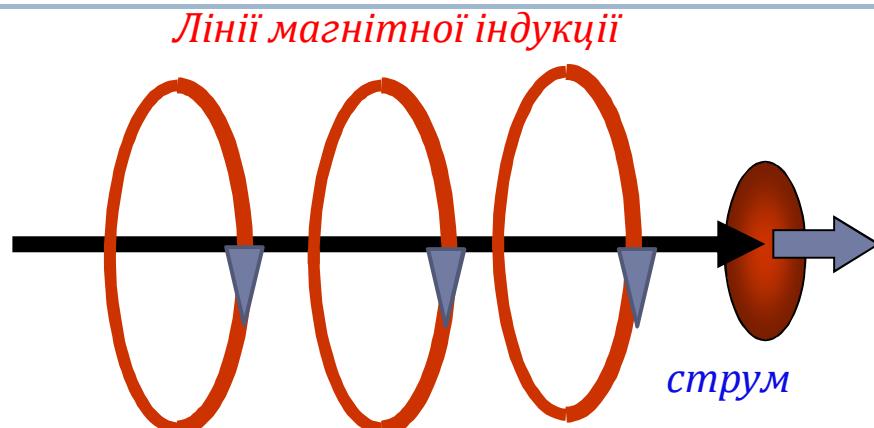
**Магнітна індукція ( $B$ )** характеризує силову дію магнітного поля на струм (аналогічно,  $E$  характеризує силову дію електричного поля на заряд).

**$B$  - силова характеристика магнітного поля**, її можна зобразити за допомогою магнітних силових ліній.

Оскільки  $M$  - момент сили і  $P_m$  - магнітний момент є характеристиками обертального руху, то можна припустити, що магнітне поле - вихрове.



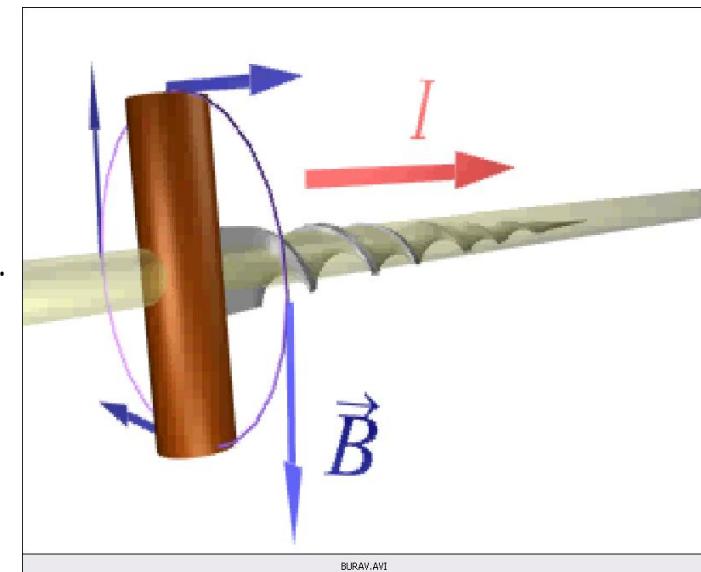
## Напрям магнітного поля



### Напрямок магнітного поля

Правило гвинта (свердлика) — правило для визначення напряму вектора магнітної індукції залежно від напряму електричного струму, який збуджує магнітне поле.

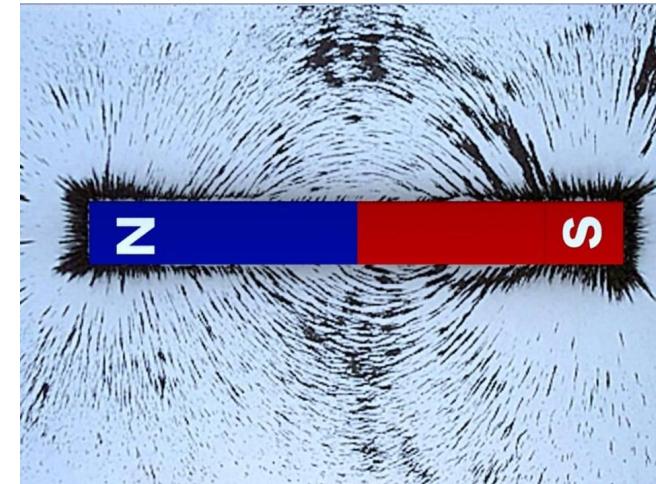
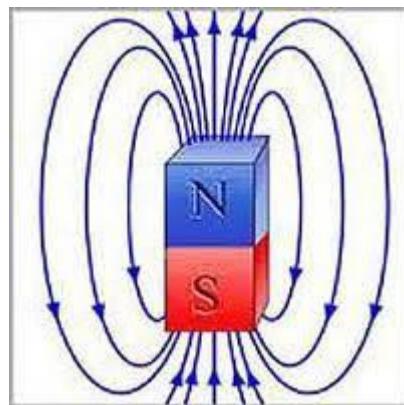
*Правило гвинта* формулюється так: якщо напрям струму збігається з напрямом руху гвинта (з правою різьбою), то напрям ліній магнітної індукції збігається з напрямом його обертовального руху.



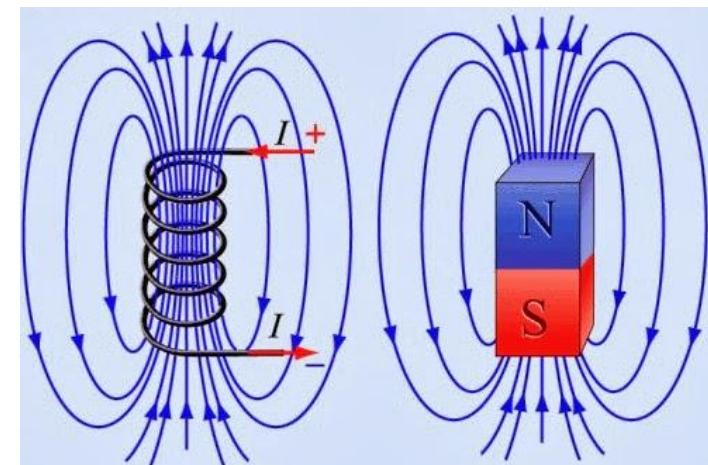
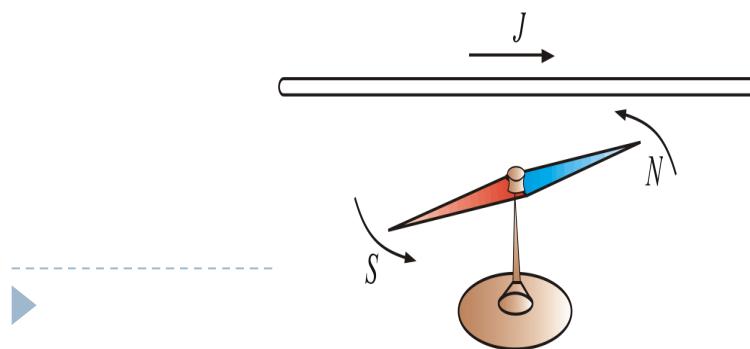
## Напрям магнітного поля

### Лінії магнітної індукції

За напрям магнітного поля прийнято напрям, який співпадає з напрямом сили, діючої на північний полюс ( $N$ ) магнітної стрілки, поміщений в дану точку поля.



### Напрямок магнітної стрілки



## Вектор магнітної індукції

Силова характеристика електростатичного поля – напруженість сили, що діє на пробний заряд

Силова характеристика магнітного поля – магнітна індукція

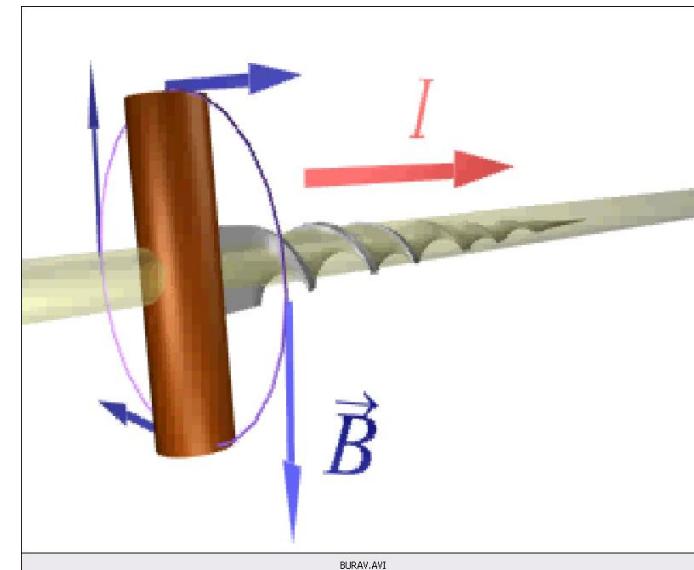
Магнітна індукція визначається силою, що діє на провідник зі струмом в магнітному полі .

Графічно магнітне поле, так само як електричне, зображують за допомогою **ліній магнітної індукції** – ліній, дотичні до яких в кожній точці співпадають з напрямом вектора  $\vec{B}$

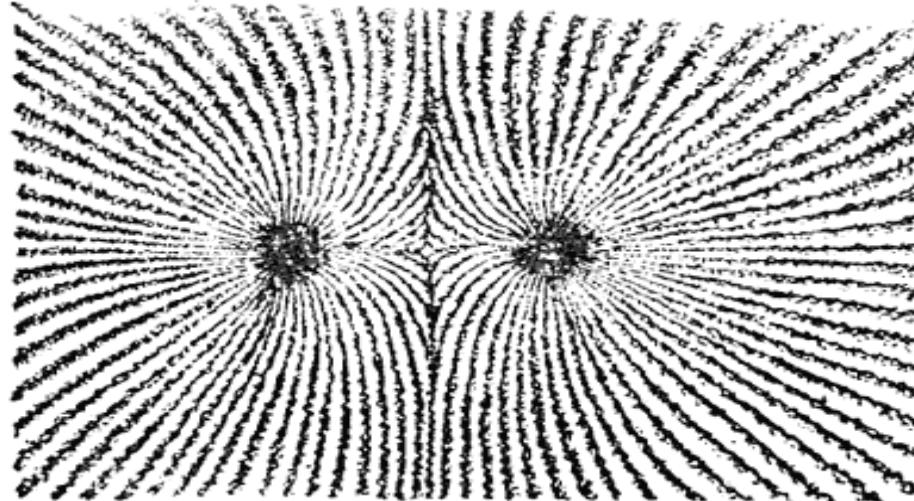
$$\vec{B}$$

Лінії магнітної індукції замкнуті і охоплюють провідники із струмом,

Лінії напруженості електростатичного поля розімкнуті (вони починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах).



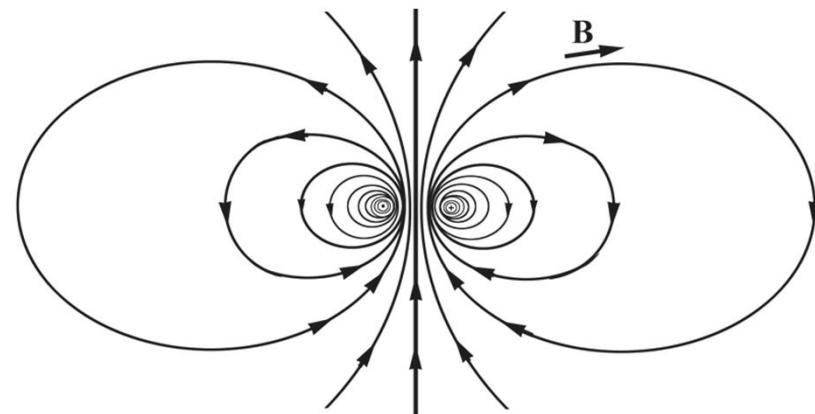
## Лінії магнітної індукції



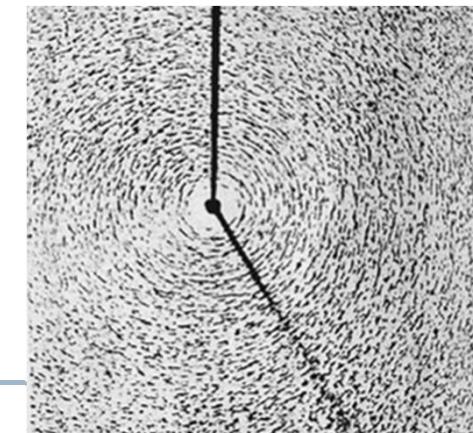
Два однійменні полюси



► Два різнойменні полюси

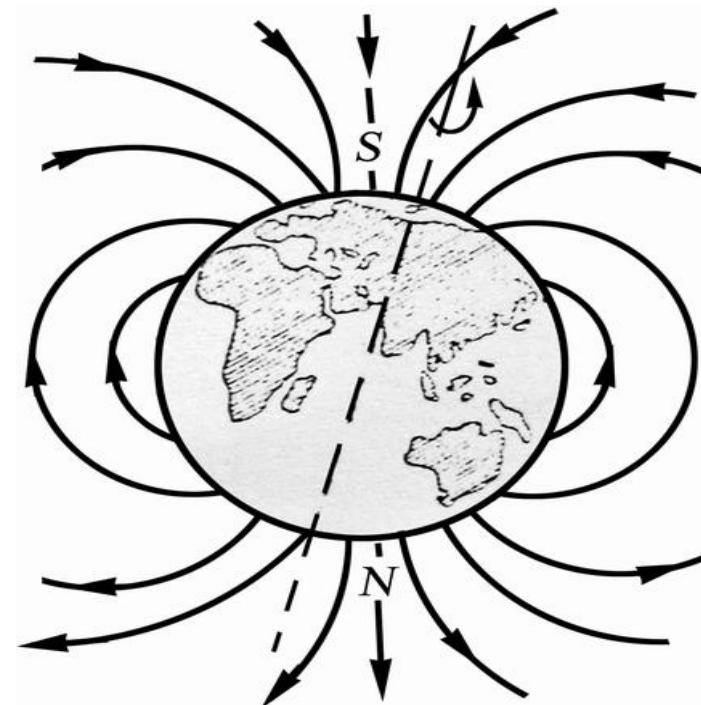
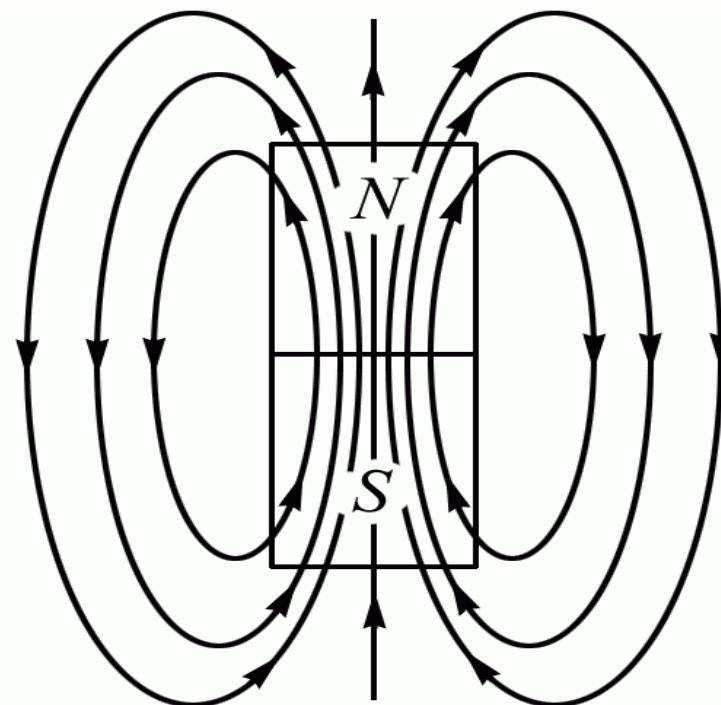


Домовилися, за напрям вектора  
вважати напрямок північного  
полюсу магнітної стрілки



## Вектор магнітної індукції

Силові лінії (лінії магнітної індукції) виходять з північного полюса, а входять в південний полюс магніту.



У 1820 р французькі фізики [Жан Батист Біо](#) і [Фелікс Савар](#), провели дослідження магнітних полів струмів різної форми, а французький математик [П'єр Лаплас](#) узагальнив ці дослідження.

*Елемент струму довжини  $dI$  створює поле з магнітною індукцією:*

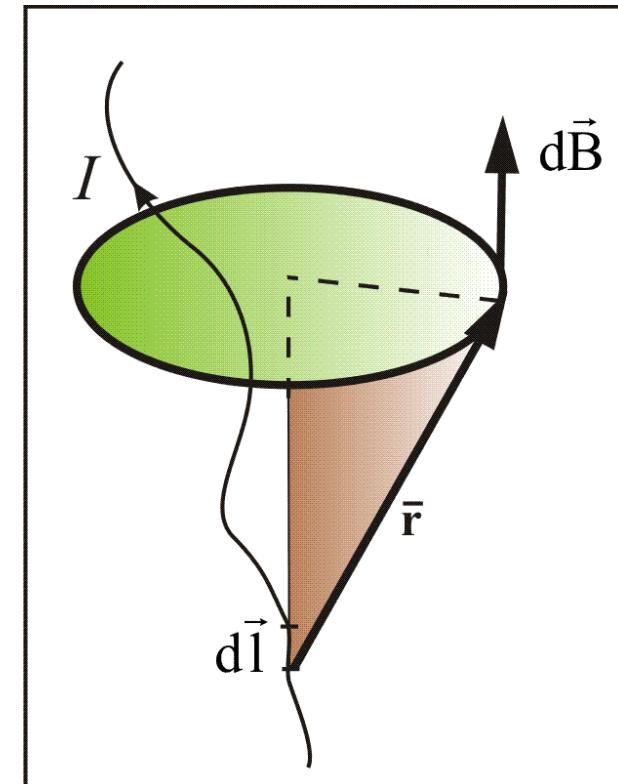
$$d\vec{B} = k \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Вектор магнітної індукції направлений перпендикулярно до площини, що проходить через точку, в якій обчислюється поле.

Закон [Біо-Савара-Лапласа](#) встановлює величину і напрямок вектора  $d\vec{B}$  у довільній точці магнітного поля, створеного провідником  $dI$  зі струмом  $I$ .

*Модуль вектора визначається співвідношенням:*

$$dB = k \frac{Idlsina}{r^2}$$



$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \text{ Тл.}$$

## Напруженість магнітного поля

**Напруженістю магнітного поля** називають векторну величину, що характеризує магнітне поле і визначається наступним чином:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

Напруженість магнітного поля заряду  $q$ , що рухається у вакуумі рівна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3} \quad (\text{Закон} \quad \textit{Біо-Савара-Лапласа})$$



## Значення вектора магнітної індукції

### Магнітне поле рухомого заряду

Електричний струм - впорядкований рух зарядів, ми довели тільки що, магнітне поле породжується рухомими зарядами.

Знайдемо магнітне поле, яке створюється одним рухомим зарядом

У рівнянні  $d\vec{B} = k \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$  замінимо струм  $I$

на  $jS$ , де  $j$  – густина струму.

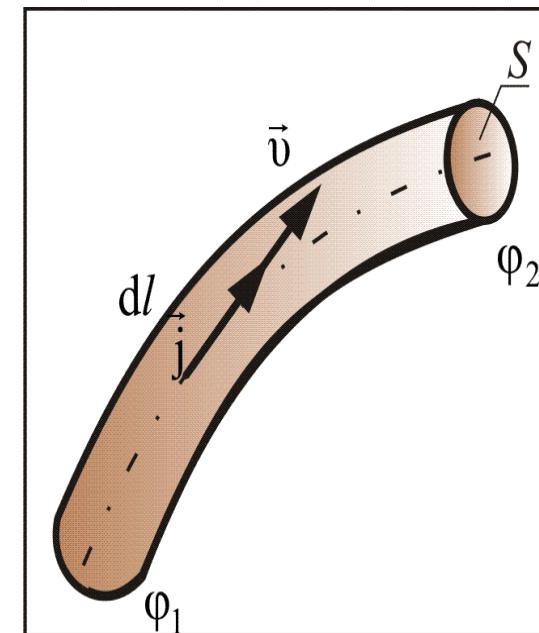
Вектори  $d\vec{l}$  і  $\vec{j}$  мають одинаковий напрям, значить

$$Idl = Sjdl.$$

Якщо всі заряди однакові по  $q$ , то:

$$\vec{j} = qn\vec{v}$$

де  $n$  – концентрація носіїв заряду,  $v$  – дрейфова швидкість зарядів.



## Значення вектора магнітної індукції

Якщо всі заряди **додатні**, то вони мають **однаковий напрям руху**, то підставивши отримаємо:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{S dlnq[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Якщо цей вираз **розділити на кількість зарядів**, що знаходяться у відрізку  $dl$ , то отримаємо вираз **для індукції магнітного поля, яке створюється одним зарядом**

$$\vec{B}_1 = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

У скалярній формі **індукція магнітного поля одного заряду** у вакуумі:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2}.$$

Ця формула справедлива при швидкостях заряджених частинок

$$v \ll c$$



## Значення вектора магнітної індукції

### Магнітне поле прямого провідника зі струмом

Нехай **точка**, в якій ми шукаємо магнітне поле, з**находиться** на відстані  $b$  від провідника.

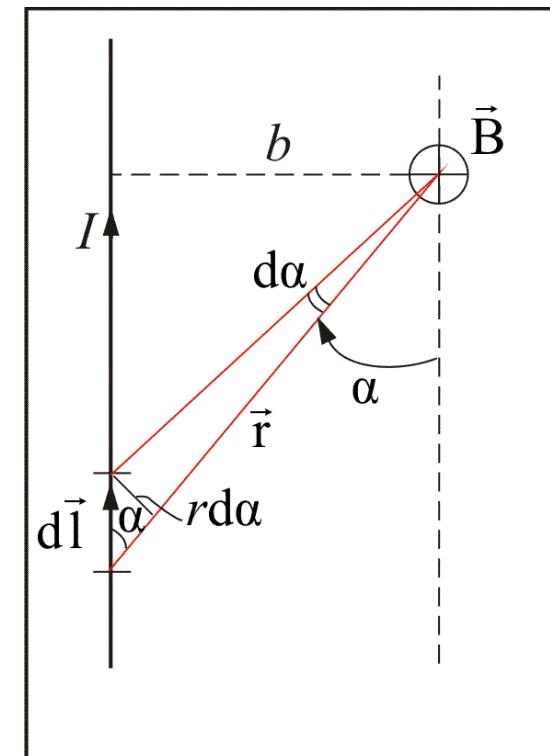
$$r = \frac{b}{\sin\alpha}; dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{bd\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Підставимо знайдені значення  $r$  і  $dl$  в закон Біо–Савара–Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ibd\alpha \sin\alpha \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha \cdot b^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin\alpha d\alpha.$$

Для провідника  $\alpha$  змінюється **від**  $\alpha_1$  **до**  $\alpha_2$

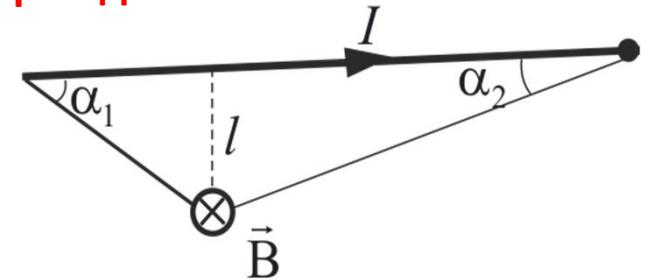
$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$



## Значення вектора магнітної індукції

Для обмеженого (кінцевого) провідника

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$



Для необмеженого (нескінченно довгого) провідника

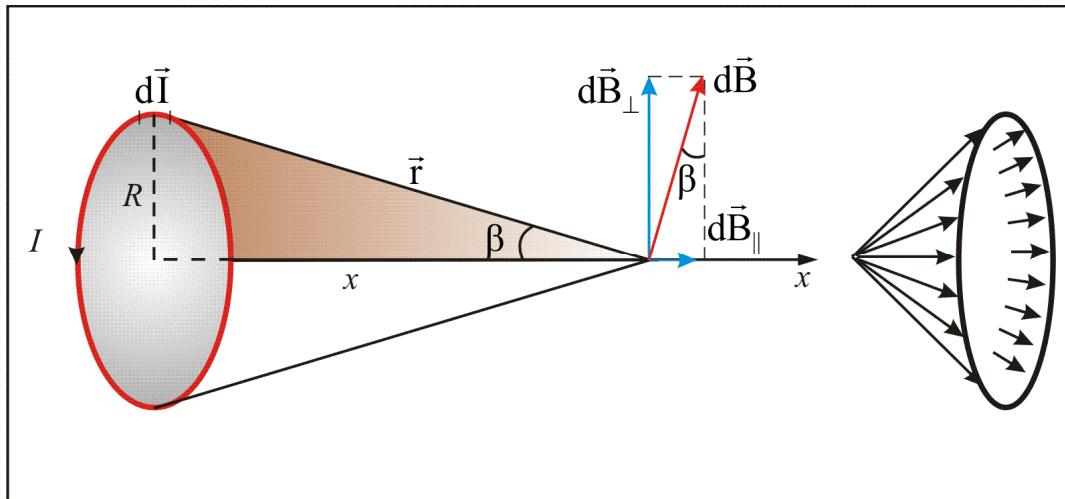
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \quad \alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \pi$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$



## Значення вектора магнітної індукції

### Магнітне поле колового провідника зі струмом



Розглянемо поле, що створюється струмом  $I$ , який протікає по тонкому проводу у формі кола радіуса  $R$

$$\sin \beta = \frac{R}{r}$$

$$dB_{||} = dB \sin \beta$$

Оскільки, кут між  $dl$  та  $r$  прямий і  $\sin \alpha = 1$ ,

$$dB_{||} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \frac{R}{r}.$$



## Значення вектора магнітної індукції

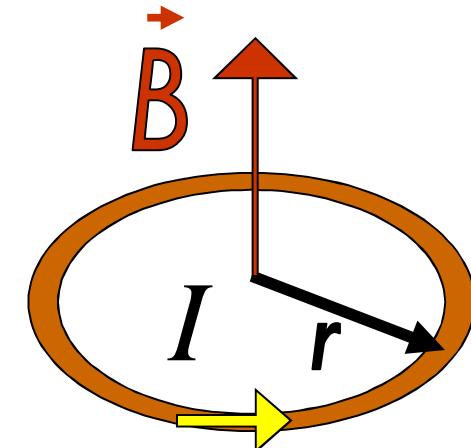
Підставимо величини

$$r = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$l = 2\pi R$$

То тоді:

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{||} = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$



При  $x=0$  отримаємо магнітну індукцію в центрі колового струму:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

На відстані  $x$  отримаємо магнітну індукцію:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

На відстані  $x >> R$  отримаємо магнітну індукцію:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{x^3}.$$

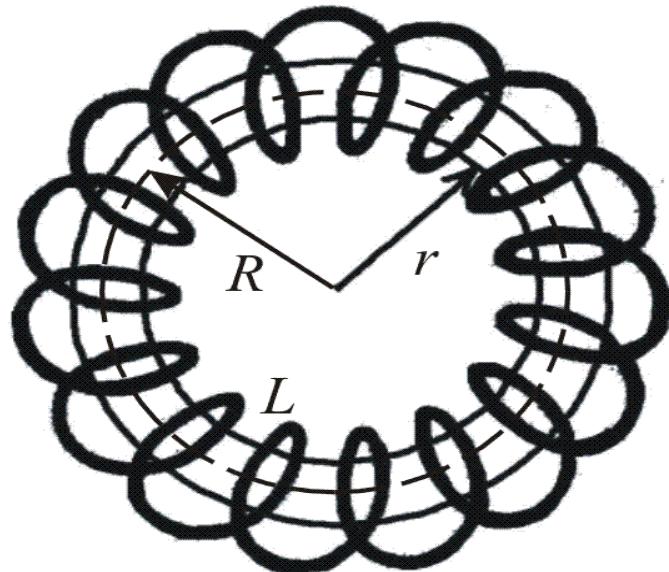


## Значення вектора магнітної індукції

**Тороїд** – це тонкий провід, що щільно намотаний на каркас у формі тора:

Візьмемо контур  $L$  у формі кола радіус  $r$ , центр якого співпадає з центром тора  $R$ .

Відповідно до симетрії, вектор  $B$  у кожному струмі напрямлений по дотичній до контуру.



$$\oint_L B_l dl = B \cdot 2\pi r = Bl$$
$$l = 2\pi r$$

всередині тороїда

$$B = \mu\mu_0 n I \frac{R}{r}$$

поза тороїдом

$$B = 0$$



## Потік вектора магнітної індукції

Потоком вектора магнітної індукції (магнітним потоком) через площинку  $dS$  називається скалярна фізична величина, рівна

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n dS$$

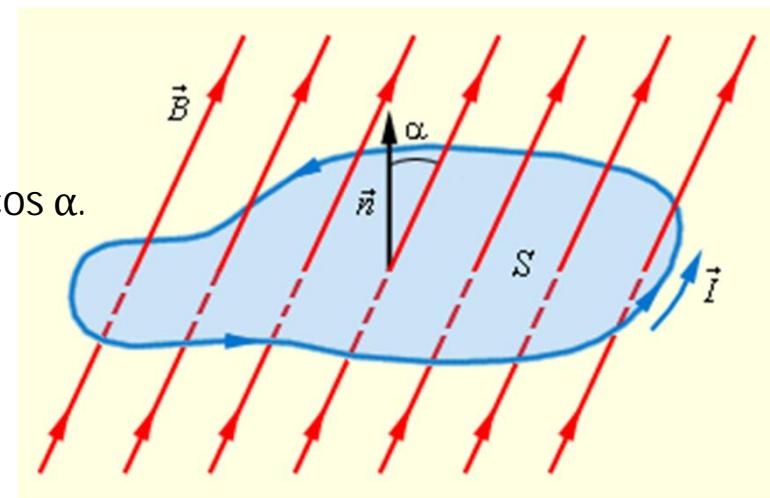
$B_n = B \cos \alpha$  – проекція вектора  $\vec{B}$  на напрям нормалі  $\vec{n}$  до площинки  $dS$ ,

$\alpha$  - кут між векторами  $\vec{B}$  і  $\vec{n}$

Потік вектора магнітної індукції може бути як позитивним, так і негативним, залежно від знаку  $\cos \alpha$ .

Якщо поле однорідне і перпендикулярно йому розташована плоска поверхня з площею  $S$ , то

$$\Phi_B = BS$$



Одниця магнітного потоку – вебер (Вб):

1 Вб – магнітний потік, що проходить крізь плоску поверхню площею 1 м<sup>2</sup>, розташовану перпендикулярно до однорідного магнітного поля, індукція якого рівна 1 Тл (1 Вб = 1 Тл·м<sup>2</sup>).



## Теорема Гауса

---

Теорема Гауса для магнітного потоку  $\Phi_B$  (в інтегральної формі):  
потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю.

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Тобто, у природі немає магнітних зарядів - джерел магнітного поля, на яких починалися і закінчувалися б лінії магнітної індукції, магнітне поле є **безджерельне**.

Або для магнітного поля **дивергенція магнітної індукції** дорівнює нулю:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Напруженість електростатичного поля може бути виражена скалярним потенціалом  $\varphi$ , а магнітне поле - вихрове, або соленоїдальне. Такий запис є **першим законом магнітостатики**.

**Друге рівняння говорить**, що магнітні поля створюються струмами, а магнітних зарядів немає.

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$



## Порівняння

Порівнявши рівняння магнітостатики

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 j$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

та

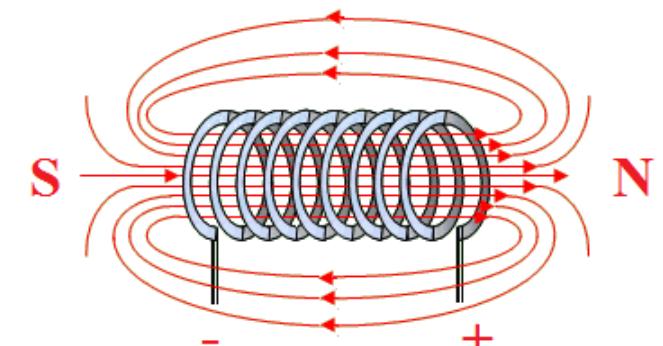
електростатики

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

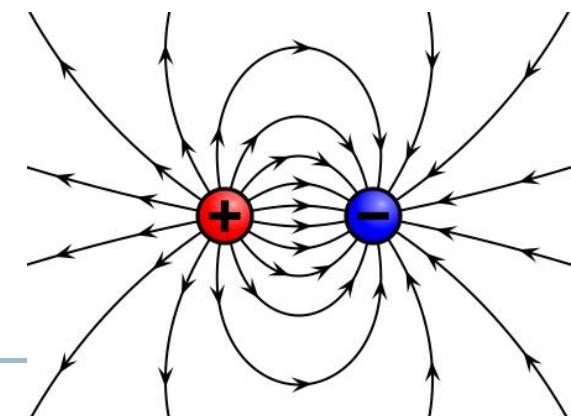
$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

**можна твердити, що**

➤ магнітне поле вихрове і створюється струмами, а магнітних зарядів не існує



➤ електричне поле завжди є потенціальним, а його джерелами є електричні заряди

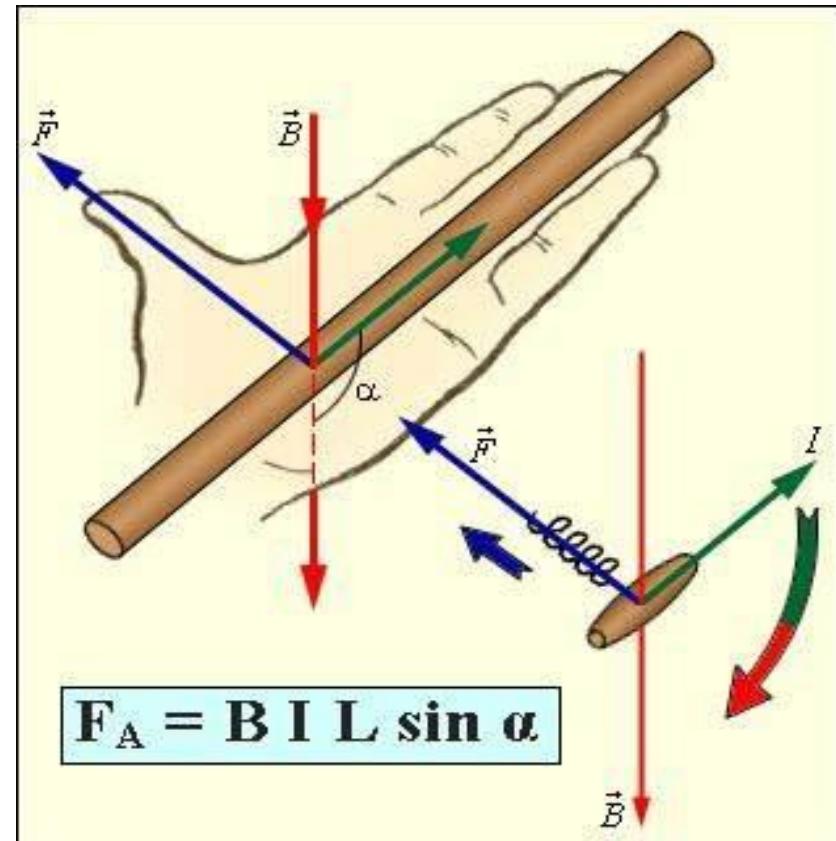


## Дія магнітного поля. Закон Ампера

Сила, з якою магнітне поле діє на поміщений в нього провідник зі струмом дорівнює добутку сили струму, модуля вектора магнітної індукції, довжини відрізка провідника і синуса кута між напрямками струму і магнітної індукції

$$F_A = I \cdot B \cdot \Delta l \cdot \sin \alpha$$

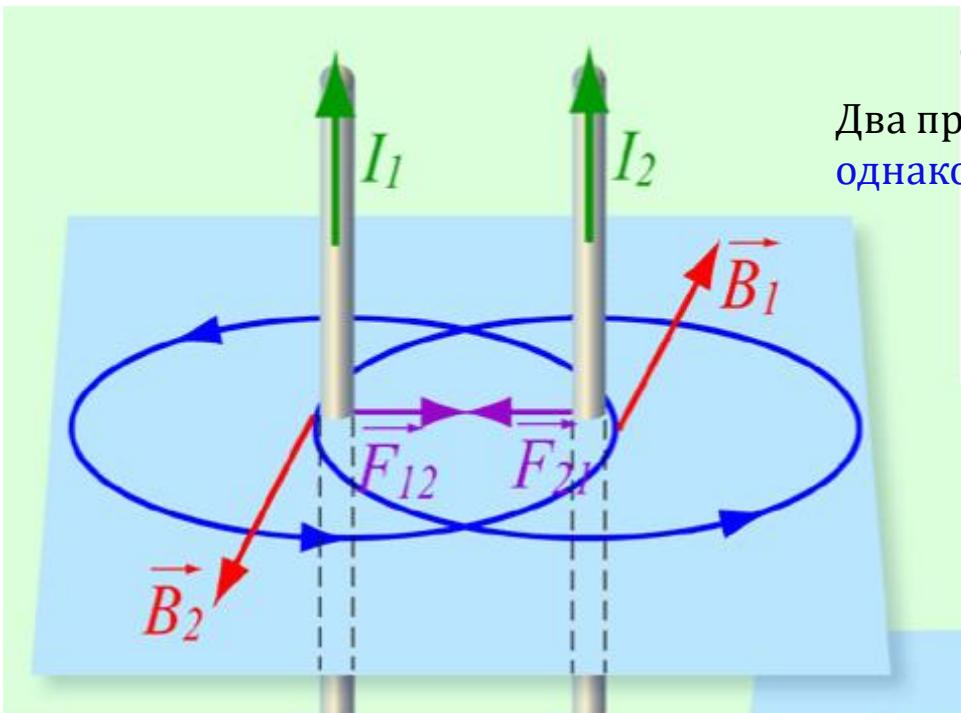
Напрям сили Ампера прийнято визначати за правилом лівої руки:  
якщо долоню лівої руки розташувати так, щоб в неї входив вектор магнітної індукції, а чотири витягнуті пальці розташувати по напряму струму в провіднику, то відігнутий великий палець вкаже напрям сили Ампера



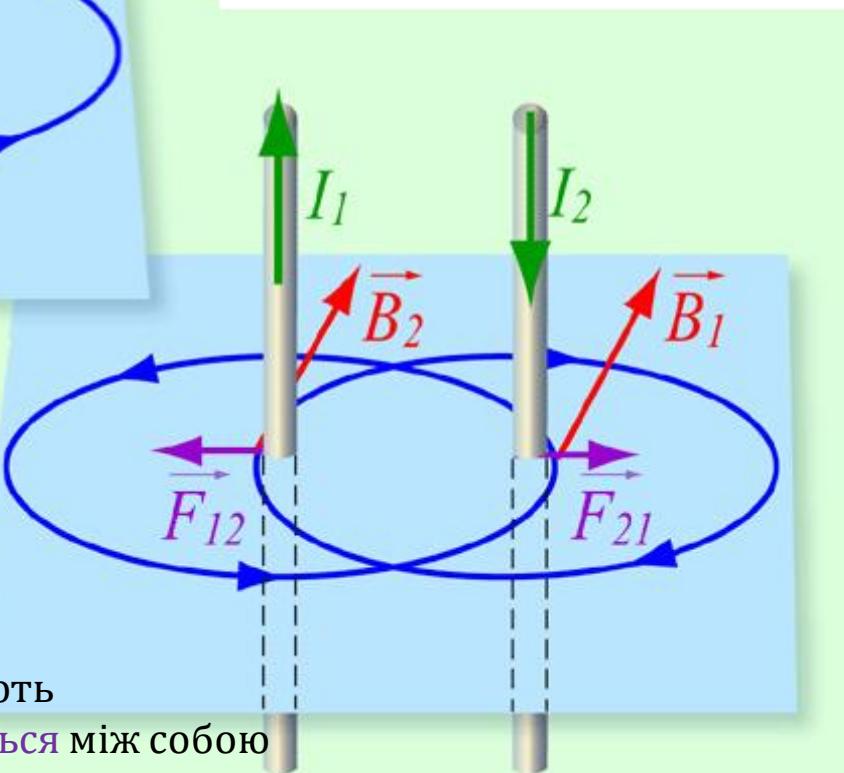
Одниця магнітної індукції – тесла (Тл) – магнітна індукція такого магнітного поля, яке діє з силою 1 Н на кожен метр довжини провідника, розташованого перпендикулярно напряму поля, якщо по цьому провіднику проходить струм 1 А:

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \times \text{м}}$$

## Сила Ампера



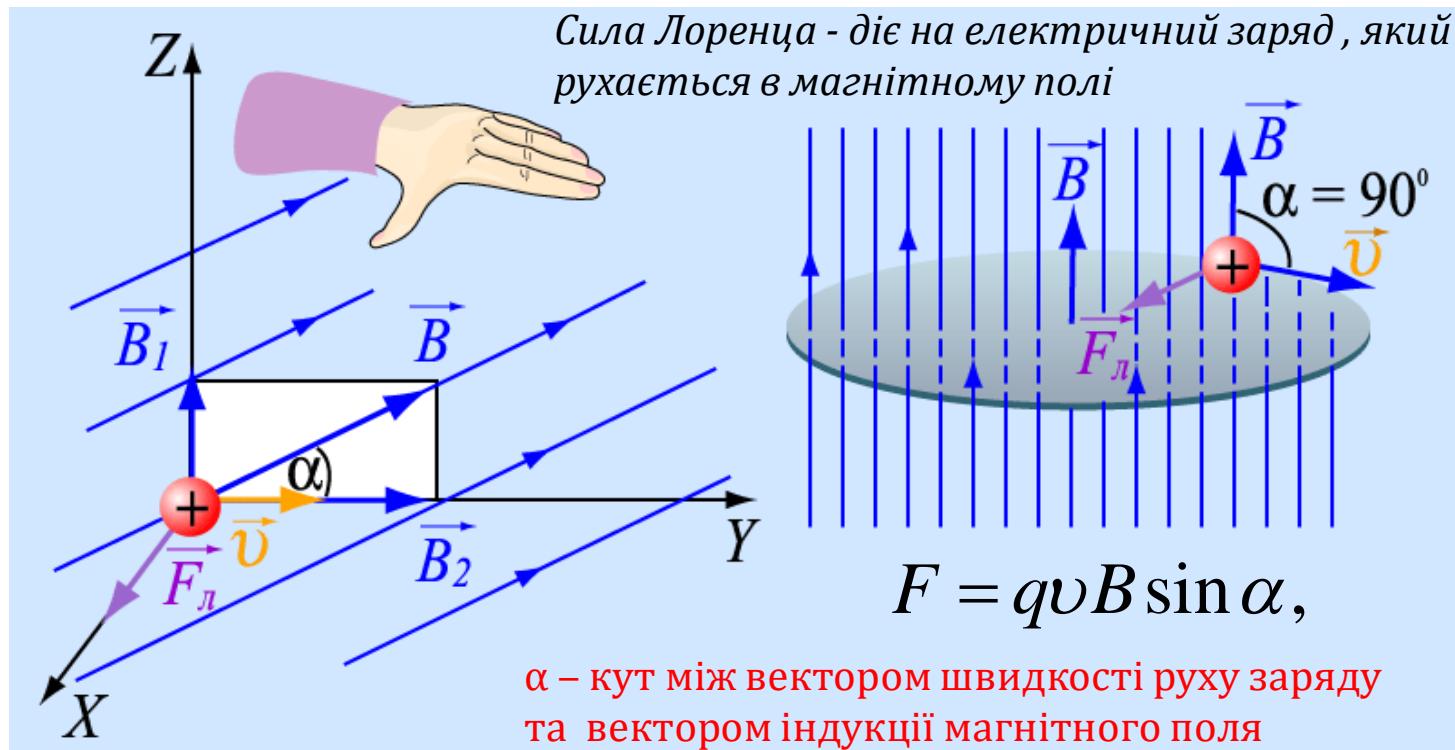
Два провідники з струмами , які мають  
однакові напрямки притягуються між собою



Два провідники з струмами , які мають  
протилежні напрямки відштовхуються між собою



## Дія магнітного поля. Сила Лоренца



Напрям сили Лоренца, що діє на позитивно заряджену частинку визначається за правилом лівої руки.

Сила Лоренца завжди перпендикулярна до швидкості руху зарядженої частинки, тому вона змінює тільки напрям цієї швидкості, не змінюючи її модуля.

Постійне магнітне поле **не виконує роботи** над зарядженою частинкою, яка рухається в ньому; кінетична енергія частинки при русі в магнітному полі не змінюється.



## Робота по переміщенню провідника із струмом в магнітному полі

Провідник довжиною  $l$  із струмом  $I$  може вільно переміщуватися в однорідному магнітному полі.

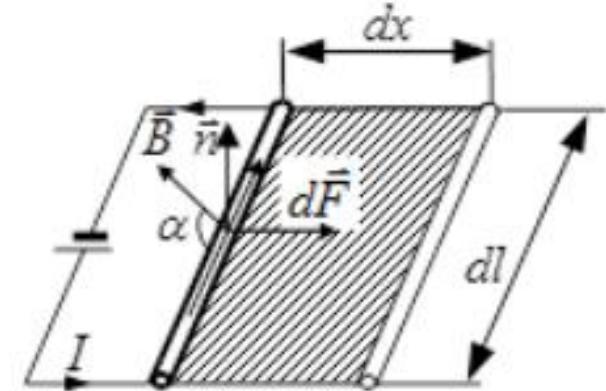
Поле направлене перпендикулярно до площини малюнка.

Сила Ампера, що діє з боку магнітного поля на провідник зі струмом  $F = IBl$

Під дією сили Ампера провідник перемістився з положення 1 в положення 2.

Робота, виконана магнітним полем:

$$dA = \vec{F} d\vec{x} = IB l dx = IB dS = Id\Phi$$



$dS = l dx$  - площа, що замітає за собою провідник при його переміщенні в магнітному полі

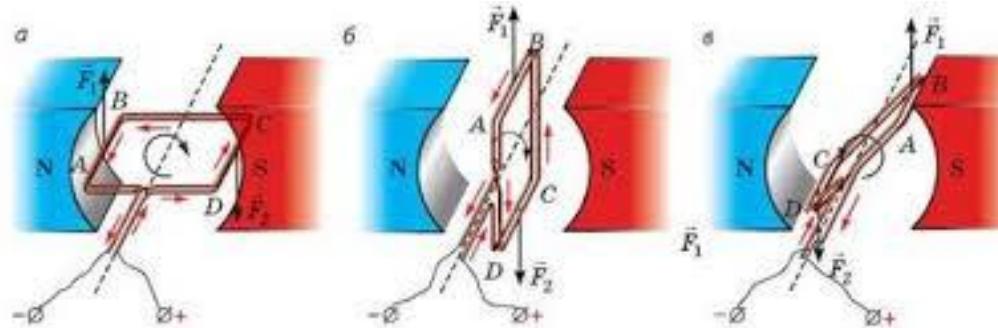
$BdS = d\Phi$  – потік вектора магнітної індукції, що пронизує цю площеу

*Робота по переміщенню провідника із струмом в магнітному полі рівна добутку сили струму на магнітний потік, що перетинається рухомим провідником.*



## Дія магнітного поля

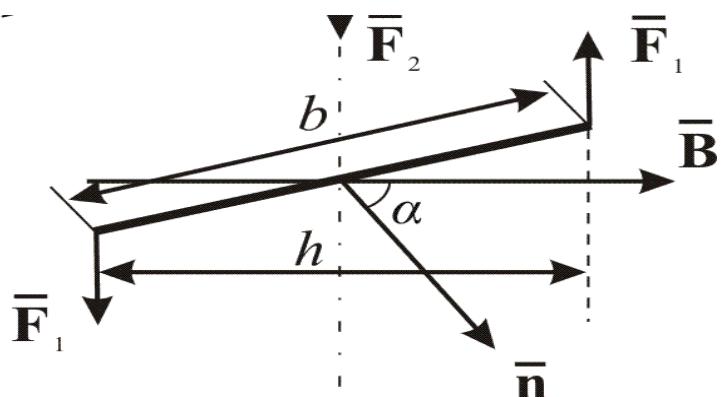
На сторони рамки зі струмом у магнітному полі діє сила Ампера, якщо :  $(\vec{B} \perp \vec{l})$ .



Оскільки таких сторін буде дві, то виникає пара сил і, відповідно, обертовий магнітний момент

$$M = F_1 h = I l B b \sin \alpha$$

з плечем  $h = b \sin \alpha$ .



Врахувавши значення площині рамки, отримаємо:

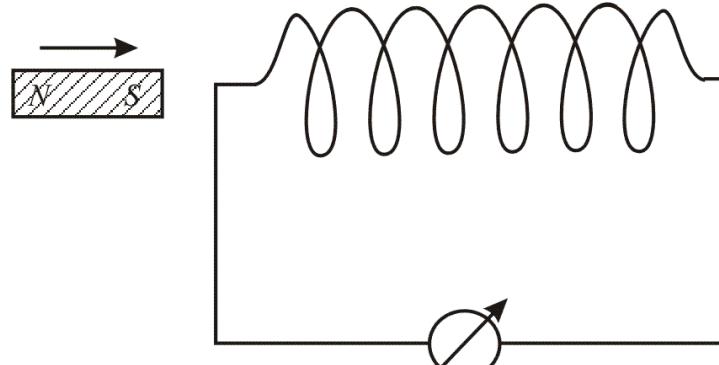
$$M = I B S \sin \alpha = P_m \sin \alpha$$



## Явище електромагнітної індукції. Досліди Фарадея

### Дослід 1.

Котушка підключена до гальванометра.



Фарадей Майкл

*Якщо в котушку вводити (або виводити з неї ) постійний магніт, то в моменти введення (виведення) спостерігається відхилення стрілки гальванометра, тобто в котушці індукується ЕРС.*

Напрям відхилення стрілки при введенні та виведенні протилежні.

Якщо постійний магніт розвернути так, щоб полюси помінялися місцями, то і напрям відхилення стрілки зміниться на протилежний.

Відхилення стрілки гальванометра тим більше, чим більша швидкість руху магніту відносно котушки.

Такий же ефект буде, якщо постійний магніт залишити нерухомим, а відносно нього переміщувати котушку.



## Явище електромагнітної індукції. Досліди Фарадея

### Дослід 2.

Дві катушки впливають одна на одну

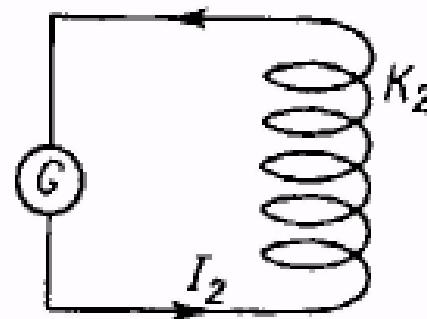
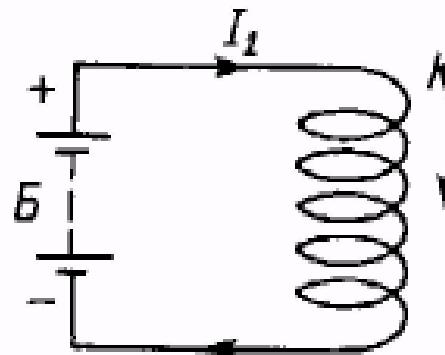
Котушка К підключена до джерела струму.

Котушка К2 підключена до гальванометра.

Відхилення стрілки гальванометра спостерігається в моменти появи чи зникнення струму, в моменти його збільшення або зменшення або при переміщенні котушок одна відносно іншої.

При цьому стрілка відхиляється в різні боки, тобто знак індукованої ЕРС в цих випадках різний.

Наведення в котушці К2 ЕРС різного знаку спостерігається при збільшенні або зменшенні струму в котушці К та при зближенні або віддаленні котушок.



## Явище електромагнітної індукції. Досліди Фарадея

---

У дослідах Фарадея відкрито **явище електромагнітної індукції**:  
в замкнутому провідному контурі при зміні потоку магнітної індукції, що  
охоплюється цим контуром, виникає індукційний електричний струм



### Основні властивості індукційного струму:

1. індукційний струм виникає завжди, коли відбувається **зміна** потоку магнітної індукції через площину поверхні, охоплену контуром.
2. сила індукційного струму не залежить від способу зміни потоку магнітної індукції, а визначається лише **швидкістю його зміни**.

### Відкриття явища електромагнітної індукції:

1. показало взаємозв'язок між електричним і магнітним полем;
2. виявило спосіб отримання електричного струму за допомогою магнітного поля.



## Закон електромагнітної індукції Фарадея

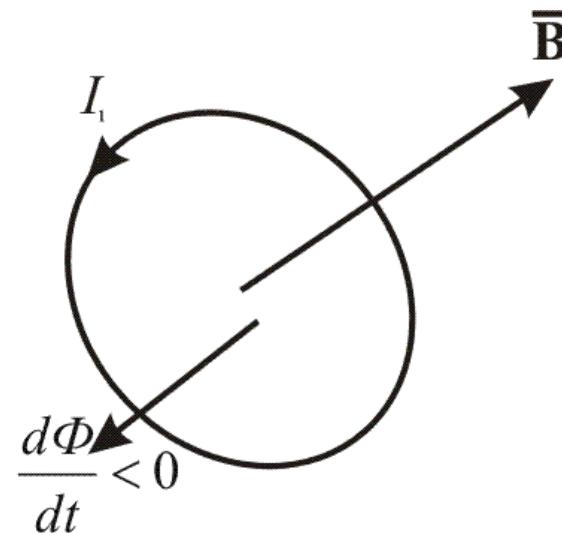
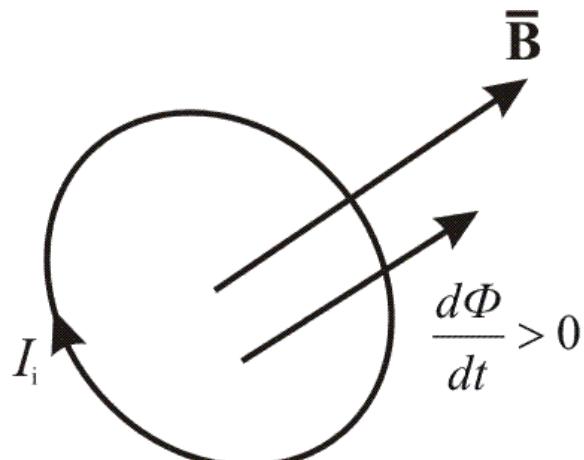
**Закон Фарадея:** електрорушійна сила електромагнітної індукції в контурі чисельно рівна і протилежна по знаку швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Напрям індукційного струму визначається за **правилом Ленца**:

*при будь-якій зміні магнітного потоку крізь поверхню, обмежену на замкнутий провідний контур, в останньому виникає індукційний струм такого напряму, що його магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку.*

$$\left[ \frac{d\Phi}{dt} \right] = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \frac{\text{Tл} \times \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \times \text{м}^2}{\text{А} \times \text{м} \times \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \times \text{с}} = \frac{\text{А} \times \text{В} \times \text{с}}{\text{А} \times \text{с}} = \text{В}$$



Х. Ленц



## Індуктивність контуру

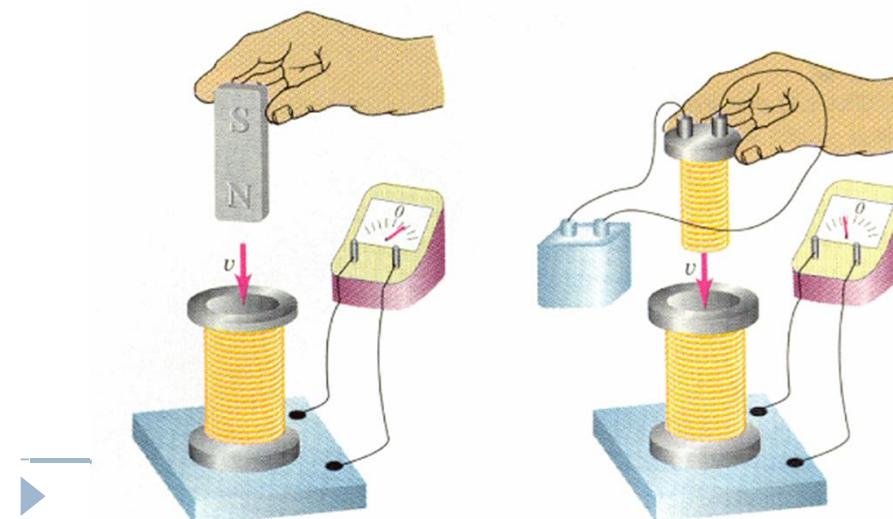
Електричний струм, який тече в замкнутому контурі, створює навколо себе магнітне поле, індукція якого пропорційна величині струму.

Магнітний потік через площину контуру пропорційний струму в контурі:  $\Phi = LI$

$L$  - індуктивність контуру.

Індуктивність контуру в залежить тільки від геометричної форми контуру, його розмірів і магнітної проникності того середовища, в якому він знаходиться.

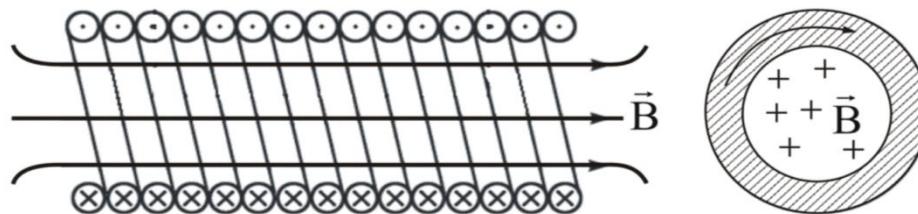
Індуктивність контуру – аналогія електричної ємності провідника, яка також залежить тільки від форми провідника, його розмірів і діелектричної проникності середовища.



## Самоіндукція

**Ідея :** при зміні сили струму в контурі змінюватиметься і породжуваний ним магнітний потік, а це, в свою чергу індуктуватиме ЕРС в цьому контурі.

**Самоіндукція - виникнення ЕРС індукції в провідному контурі при зміні в сили струму, який тече в цьому самому контури.**



$$\text{ЕРС самоіндукції} \quad \varepsilon_{si} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

знак мінус показує, що наявність індуктивності в контурі приводить до уповільнення зміни струму в ньому

- Якщо **сила струму** з часом **збільшується**, то **струм самоіндукції** направлений **назустріч** струму, обумовленому зовнішнім джерелом і уповільнює його ріст.
- Якщо **сила струму** з часом **зменшується**, то **струм самоіндукції** має **такий же напрям**, як і спадаючий струм в контурі і уповільнює його зменшення.

**Одиниця індуктивності – генрі (Гн):** 1 Гн – індуктивність такого контуру, магнітний потік самоіндукції якого при струмі в 1 А рівний 1 Вб (1 Гн = 1 Вб/А = 1 В·с/А).



## Енергія магнітного поля

---

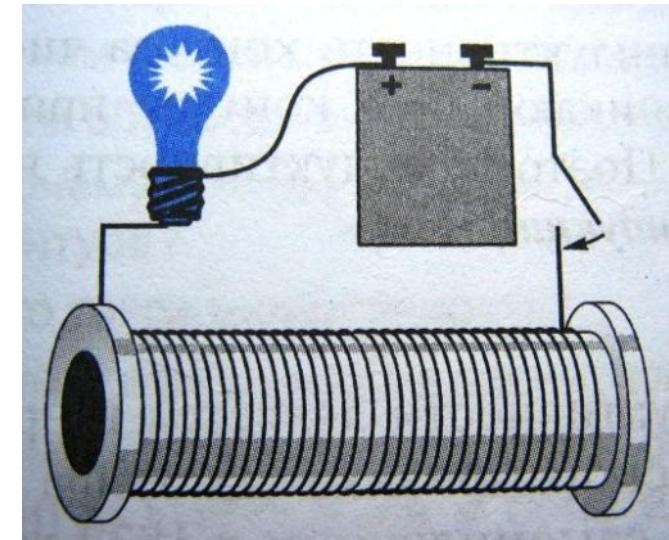
Провідник, по якому протікає електричний струм, завжди оточений магнітним полем.

Магнітне поле з'являється і зникає разом з появою і зникненням струму.

Магнітне поле, подібно електричному, є носієм енергії.

*Енергія магнітного поля рівна роботі, яку витрачає струм для створення цього поля.*

Енергія магнітного поля, пов'язаного з контуром:  $W = \frac{LI^2}{2}$



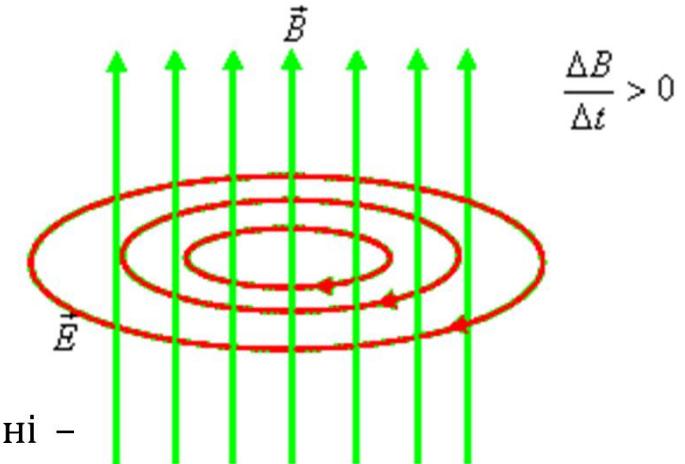
## Електромагнітна індукція.

*ЕРС електромагнітної індукції виникає в нерухомому контурі, що знаходитьться в змінному магнітному полі.*

Змінне магнітне поле породжує в навколоишньому просторі вихрове електричне поле, яке і є причиною виникнення індукційного струму в провіднику.

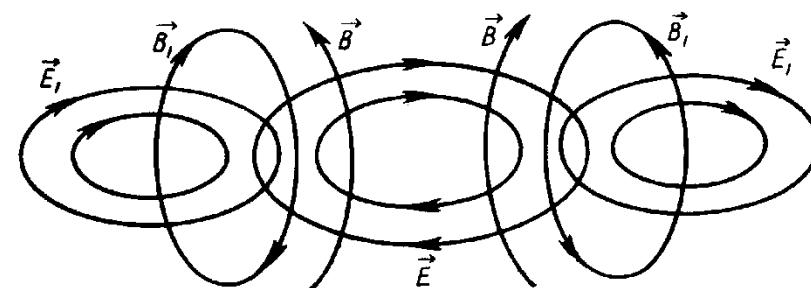
### Властивості Вихрового ЕСП

1. Вихрове електричне поле не є електростатичним.
2. Силові лінії електростатичного поля завжди розімкнені – вони починаються і закінчуються на електричних зарядах.



### Основний наслідок:

Змінне в часі магнітне поле породжує змінне в часі електричне поле і навпаки – змінне в часі електричне поле породжує змінне в часі магнітне поле



**Результат – електромагнітне поле**

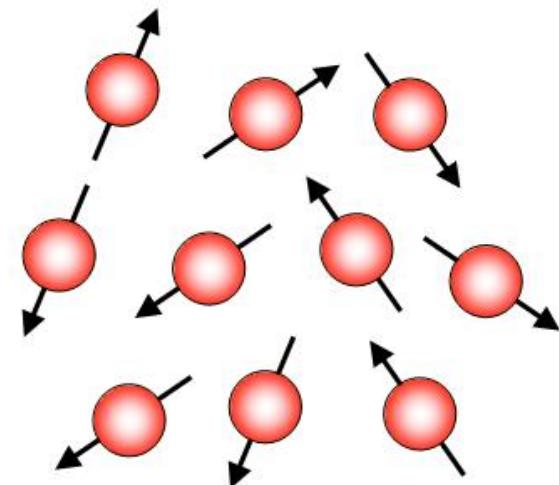


---

## Лекція 7

### Магнітні властивості речовини

1. Магнітні моменти електронів і атомів
2. Орбітальний магнітний момент електрона
3. Спіновий магнітний момент електрона.
4. Проекція спінового магнітного моменту електрона
5. Орбітальний магнітний момент атома
6. Атом в магнітному полі
7. Ларморівська прецесія
8. Теорема Лармора
9. Орбітальний магнітний момент атома в магнітному полі
10. Спін електрона

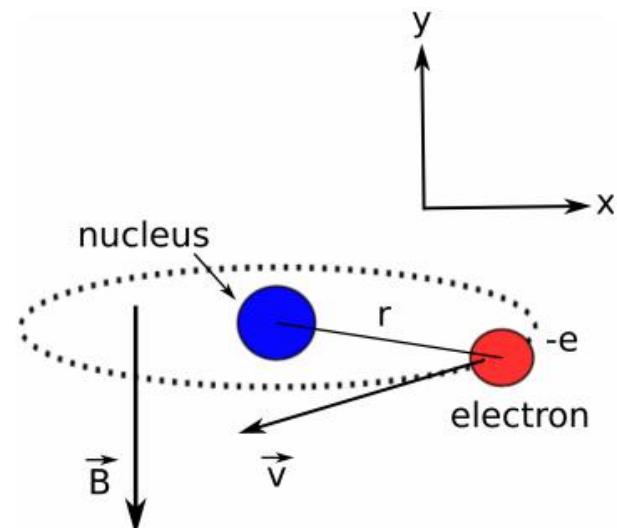


## Магнітні моменти електронів і атомів

- Конденсовані середовища при розгляді їхніх магнітних властивостей називають **магнетиками**.
- Всі речовини в тій чи іншій мірі взаємодіють з магнітним полем. У деяких матеріалів магнітні властивості зберігаються і під час відсутності зовнішнього магнітного поля.
- Намагнічення матеріалів відбувається за рахунок струмів, що циркулюють всередині атомів - обертання електронів і руху їх в атомі («струмів Ампера»).

Під час відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти атомів речовини орієнтовані безладно, тому створювані ними магнітні поля **компенсиують** одне одного.

При накладанні зовнішнього магнітного поля атоми прагнуть зорієнтуватися своїми магнітними моментами у напрямку зовнішнього магнітного поля, і тоді компенсація магнітних моментів порушується, тіло набуває магнітні властивості - **намагнічується**.



## Орбітальний магнітний момент електрона

Всі тіла при внесенні їх у зовнішнє магнітне поле **намагнічуються** в тій чи іншій мірі, тобто створюють власне магнітне поле, яке накладається на зовнішнє магнітне поле.  
*Магнітні властивості речовини визначаються магнітними властивостями електронів і атомів*

Електрон, що «рухається» по орбіті в атомі еквівалентний замкнутому контуру з орбітальним струмом  
де  $e$  - заряд електрона,  
 $v$  - частота його обертання по орбіті.

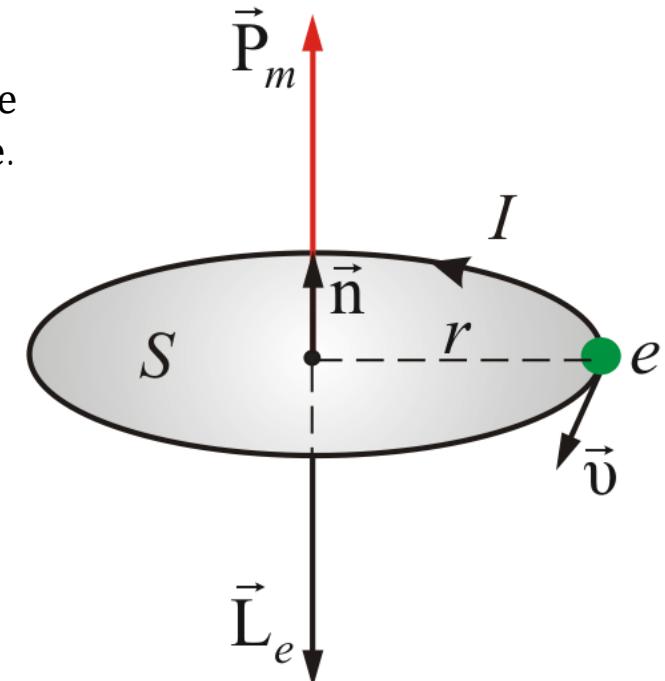
$$I = ev,$$

Орбітальному струму відповідає  
**орбітальний магнітний момент електрона**

$$\vec{P}_m = IS \vec{n} = \frac{e\vec{v}}{2\pi r},$$

де  $S$  - площа орбіти,  
 $\vec{n}$  - одиничний вектор нормалі до  $S$ ,  
 $\vec{v}$  - швидкість електрона.

Електрон, що рухається по орбіті володіє орбітальним моментом імпульсу  $\vec{L}_e$ , який має протилежний напрямок по відношенню до  $\vec{P}_m$  і пов'язаний з ним співвідношенням:



$$\vec{P}_m = \gamma \vec{L}_e. \quad \gamma = -\frac{e}{2m}$$

Коефіцієнт пропорційності  $\gamma$  називається **гіромагнітним співвідношення**

## Спіновий магнітний момент електрона

Електрон володіє власним моментом імпульсу  $L_{eS}$ , який називається спіном електрона:

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}; \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$$

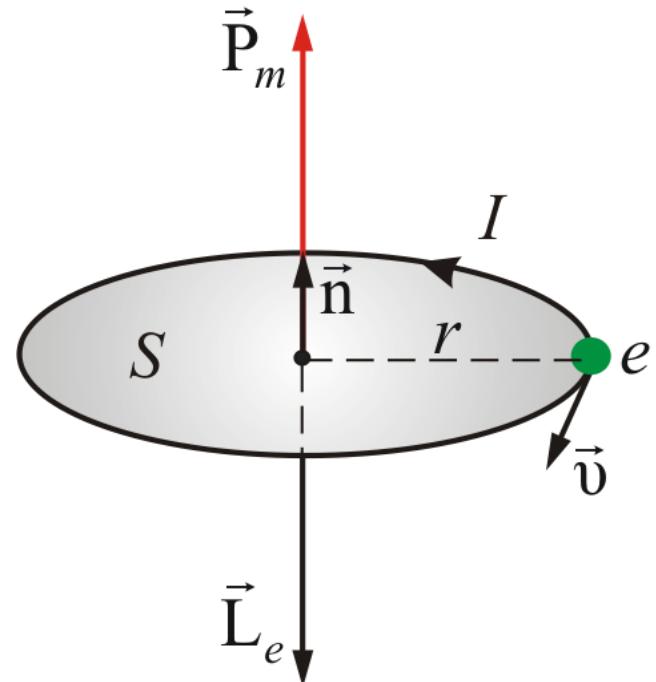
Спіну електрона  $L_{eS}$  відповідає спіновий магнітний момент електрона  $\vec{P}_{mS}$ , спрямований у протилежний бік відносно спінового магнітного моменту:

$$\vec{P}_{mS} = \gamma_S \vec{L}_{eS}.$$

Величину  $\gamma_S$  називають гіромагнітним відношенням спінових моментів

$$\gamma_S = -\frac{e}{m}.$$

$$L_{eS} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$$

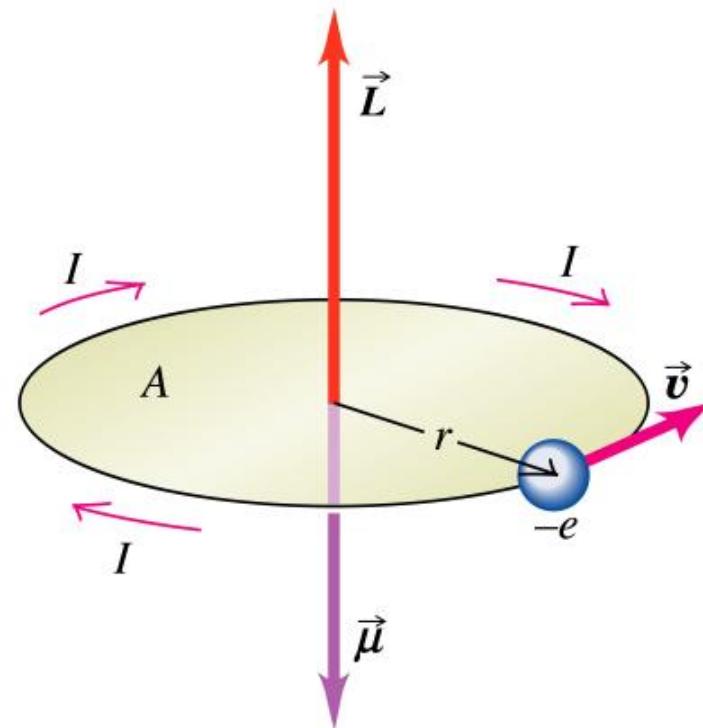


## Проекція спінового магнітного моменту електрона

Проекція спінового магнітного моменту електрона  $P_{mS}$  на напрямок вектора індукції магнітного поля  $\mathbf{B}$  може приймати тільки одне з таких двох значень

$$P_{mSB} = \pm \frac{e\hbar}{2m} = \pm \mu_B$$

де  $\mu_B$  - квантовий магнітний момент електрона  
- магнетон Бора.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

## Орбітальний магнітний момент атома

---

Орбітальним магнітним моментом  $\vec{P}_m$  атома називається геометрична сума орбітальних магнітних моментів всіх електронів атома

$$\vec{P}_m = \sum_{i=1}^Z \vec{P}_{mi};$$

де  $Z$  - число всіх електронів в атомі - порядковий номер елемента в періодичній системі Менделєєва.

Орбітальним моментом імпульсу  $\vec{L}$  атома називається геометрична сума моментів імпульсу всіх електронів атома:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^Z \vec{L}_{ei}.$$

Загальний орбітальний момент атома дорівнює векторній сумі магнітних моментів (орбітальних і спінових) всіх електронів:

$$\vec{P}_a = \sum \vec{P}_m + \sum \vec{P}_{mS}$$



У магнітне поле з індукцією  $\mathbf{B}$  на електрон, що рухається по орбіті еквівалентний замкнутому контуру зі струмом, діє момент сил  $\mathbf{M}$ :

$$\vec{\mathbf{M}} = [\vec{\mathbf{P}}_m, \vec{\mathbf{B}}].$$

При цьому змінюється орбітальний момент імпульсу електрона:

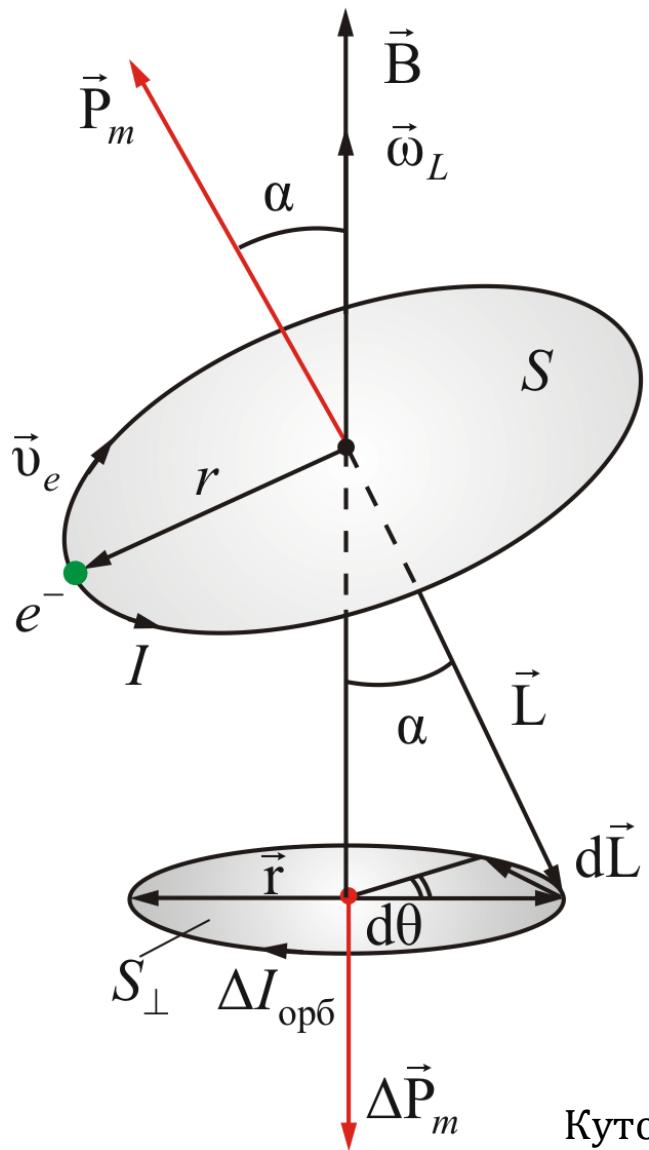
$$\boxed{\vec{\mathbf{P}}_m = \gamma \vec{\mathbf{L}}_e.}$$

$$\frac{d\vec{\mathbf{L}}_e}{dt} = [\vec{\mathbf{P}}_m, \vec{\mathbf{B}}] = [-\gamma \vec{\mathbf{B}}, \vec{\mathbf{L}}_e].$$

Аналогічно змінюється вектор орбітального магнітного моменту електрона

$$\frac{d\vec{\mathbf{P}}_m}{dt} = [-\gamma \vec{\mathbf{B}}, \vec{\mathbf{P}}_m].$$





## Ларморівська прецесія

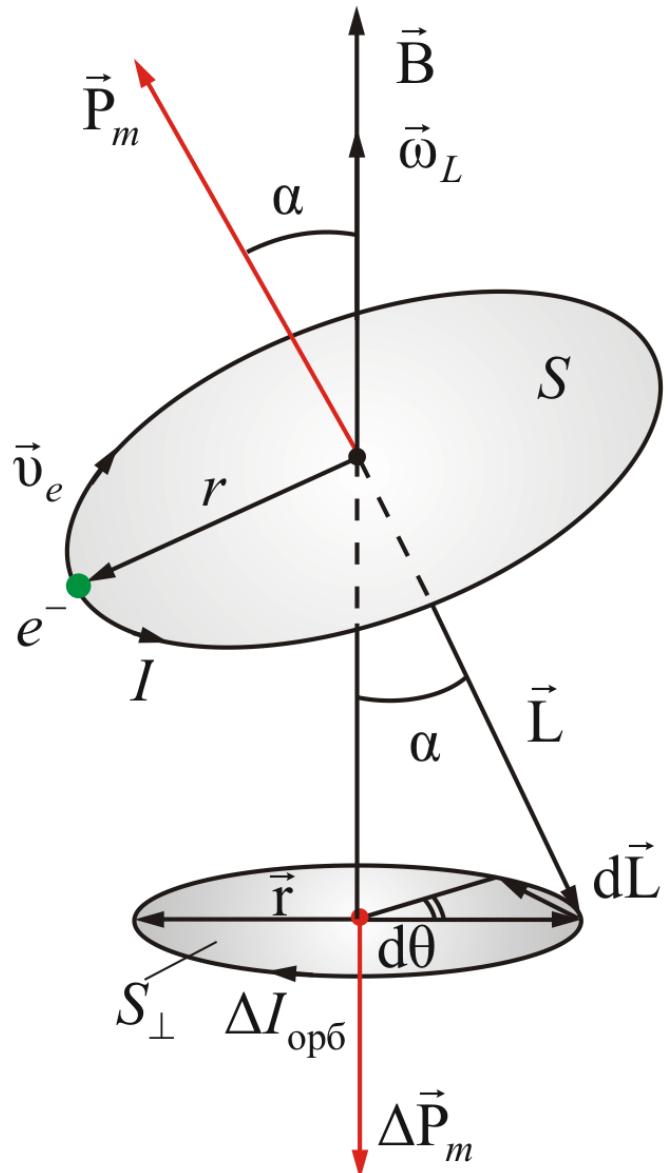
З цього випливає, що для векторів  $L$  і  $P_m$ , а також самої орбіти спостерігається прецесія навколо напрямку вектора індукції магнітного поля  $B$



Кутова швидкість цієї прецесії  $\omega_L$  залежить тільки від індукції магнітного поля і збігається з нею за напрямком:

$$\vec{\omega}_L = \frac{e}{2m} \vec{B}$$





## Теорема Лармора

**Теорема Лармора:**

єдиним результатом впливу магнітного поля на орбіту електрона в атомі є прецесія орбіти і вектора орбітального магнітного моменту електрона з кутовою швидкістю  $\omega_L$  навколо осі, що проходить через ядро атома паралельно вектору індукції магнітного поля.

Прецесія орбіти електрона в атомі призводить до появи додаткового **орбітального струму**, спрямованого протилежно струму  $I$

$$\Delta I_{\text{орб}} = e \frac{\omega_L}{2\pi}$$

і відповідного йому наведеного **орбітального магнітного моменту**  $\Delta \vec{P}_m$

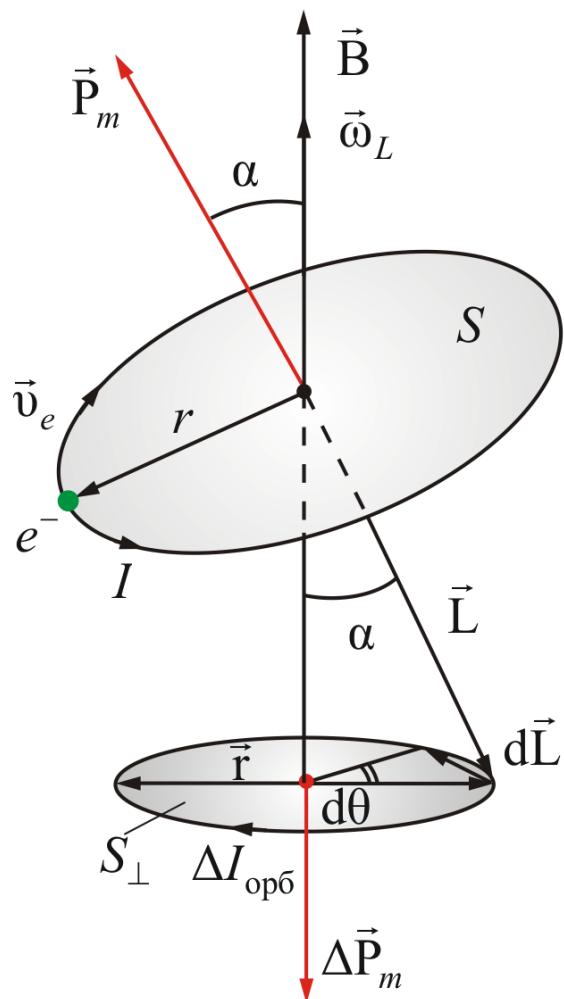
$$\Delta \vec{P}_m = -\Delta I_{\text{орб}} S_{\perp} = -\frac{e^2 S_{\perp}}{4\pi m} \vec{B}$$

де  $S_{\perp}$  - площа проекції орбіти електрона на площину, перпендикулярну вектору.

Знак мінус говорить, що напрямок  $\Delta \vec{P}_m$  протилежний до вектора  $\vec{B}$ .



## Орбітальний магнітний момент атома в магнітному полі



Загальний орбітальний момент атома в магнітному полі дорівнює векторній сумі:

$$\vec{P}_m = \sum \vec{P}_{m_i} + \sum \Delta \vec{P}_{m_i}$$

Перший доданок - повний магнітний момент дорівнює нулю.

Тоді орбітальний момент атома

$$\vec{P}_m = -\frac{e^2 Z S_\perp}{4\pi m} \vec{B}$$

$Z$  - число електронів в атомі

.



## Спін електрона

Якщо основною фізичною причиною діамагнетизму можна вважати обітальний рух електронів у атомах та іонах, то парамагнетизм зумовлений спіновими моментами частинок.

Спін – не наслідок просторового обертання, а деяка властивість елементарної частинки, що визначає зокрема її поводження в «колективі» інших частинок. Проекції спінового моменту для одних частинок можуть бути лише цілими, а для інших – тільки півцілими; нульовий спін зараховують до цілого

Зі спіном пов'язаний механічний момент імпульсу  $S$ :  $S = [s(s+1)]^{\frac{1}{2}} \hbar$ .

Величину спіну позначають буквою  $s$ , а частинка зі спіном  $s$  володіє моментом імпульсу  $S$

Як показав Дірак, частинка зі спіном  $1/2$  та електричним зарядом  $e$  має магнітний момент

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

магнетон Бора

Частинка	Заряд	Маса	Спін	Магнітний момент
$e$	-1	1	$\frac{1}{2}$	-1
$n$	0	1840	$\frac{1}{2}$	$\frac{1,9}{1840}$
$p$	+1	1838	$\frac{1}{2}$	$\frac{2,8}{1838}$

Магнітний момент електрона може орієнтуватися у просторі тільки двома способами: або за полем, або проти нього. Відповідно, момент імпульсу електрона завжди орієнтується  $2s + 1$  способами; якщо спін  $s = 1/2$ , то цих способів лише **два**.



# Лекція 8

## Магнетики

---

1. Макроструми і мікроструми.
2. Магнітне поле в речовині
3. Намагніченість
4. Магнітне поле в речовині
5. Закон повного струму
6. Магнітне поле в речовині
7. Магнітна проникність
8. Порівняння магнітного і електричного полів
9. Мікромагнетизм
10. Речовина в магнітному полі
11. Діамагнетизм-причини виникнення
12. Діамагнетизм. Поірвняльний аналіз.
13. Парамагнетизм
14. Феромагнетизм
15. Магнетики
16. Основні властивості феромагнетиків
17. Температура Кюри
18. Петля гістерезису. Намагніченість насищення. Коерцитивна сила
19. Феромагнетизм . Домени
20. Феромагнетизм. Енергія кристала.
21. Ефект Баркгаузена
22. Типи феромагнетітного впорядкування
23. Ферити



## Макроструми і мікроструми. Магнітне поле в речовині

---

При вивченні магнітного поля в речовині розрізняють два типи струмів - макроструми і мікроструми.

*Макрострумами* називаються струми провідності і конвекційні струми, пов'язані з рухом заряджених макроскопічних тел.

*Мікрострумами* (молекулярними струмами) називають струми, обумовлені рухом електронів в атомах, молекулах і іонах.

Магнітне поле в речовині є суперпозицією двох полів:

**зовнішнього** магнітного поля, створюваного *макрострумами* і  
**внутрішнього** або власного, магнітного поля, створюваного *мікрострумами*.

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{зовн}} + \vec{B}_{\text{внутр}}.$$

Кількісною характеристикою намагніченого стану речовини служить **намагніченість**, рівна відношенню магнітного моменту малого об'єму речовини до величини цього об'єму:

де  $\vec{P}_{m i}$  - магнітний момент  $i$ -го атома з числа  $n$  атомів, що містяться в об'ємі  $\Delta V$ .

$$\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{P}_{m i},$$



## Намагніченість

---

Намагніченість  $M$  – це густина магнітного моменту, тобто магнітний момент одиниці об'єму  $V$  речовини, характеристика магнітного стану тіла.

*У системі СІ розмірність  $M$  збігається з розмірністю напруженості поля ( $[M] = A/m$ ) і становить таку намагніченість, за якої  $1\text{m}^3$  речовини має магнітний момент  $1\text{A}\cdot\text{m}^2$ .*



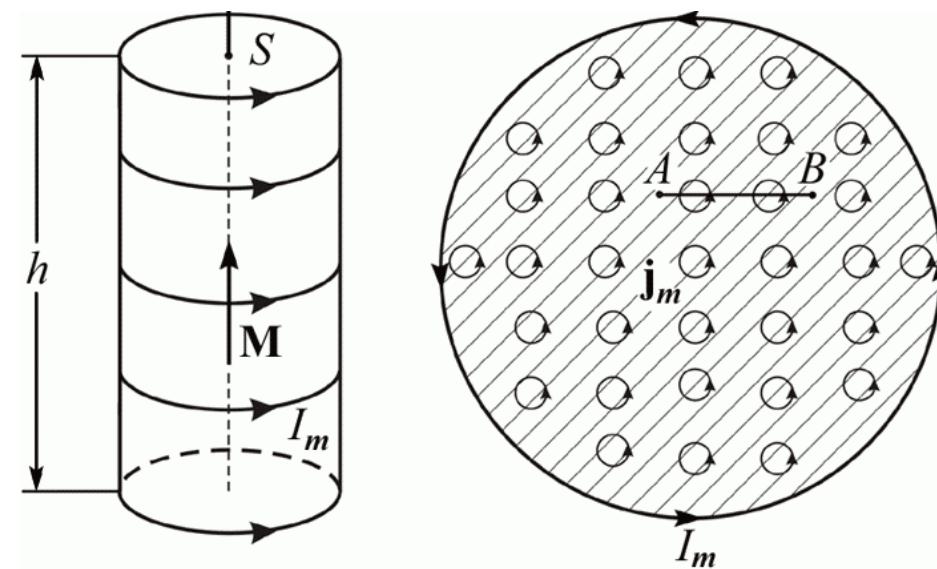
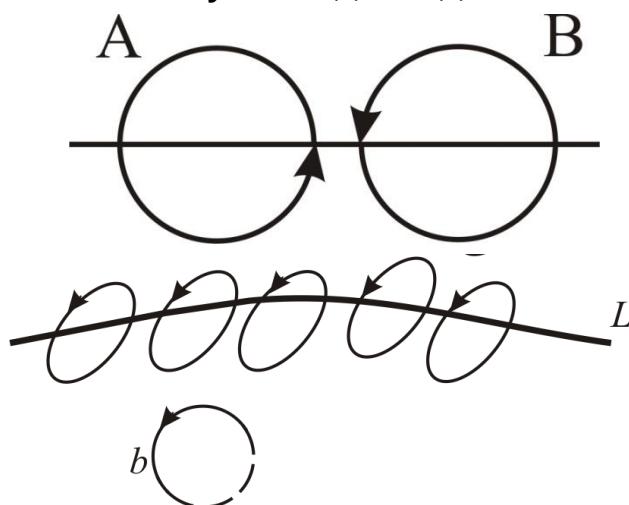
Для того щоб зв'язати вектор  $\vec{J}$  з величиною струмів  $I_{\text{мікро}}$  розглянемо рівномірно намагнічений паралельно осі циліндричний стержень:

## Магнітне поле в речовині

Кожен атомний струм в площині перерізу стержня, перпендикулярній до його осі, представляє собою мікроскопічний контур, причому всі мікроструми течуть в одному напрямку - проти годинникової стрілки.

Рівномірна намагніченість означає, що щільність атомних циркулюючих струмів всередині матеріалу  $I_{\text{мікро}}$  всюди постійна.

У місцях контакту окремих атомів і молекул молекулярні струми протилежно спрямовані і компенсують один одного.



Некомпенсованими залишаються лише струми, що течуть поблизу поверхні матеріалу, створюючи на поверхні матеріалу мікрострум  $I_{\text{мікро}}$ , який створює в просторі магнітне поле, рівне полю, яке створюється всіма молекулярними струмами.



## Закон повного струму

Закон повного струму для магнітного поля в речовині:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_{\text{макро}} + I_{\text{мікро}}),$$

де  $I_{\text{мікро}}$  і  $I_{\text{макро}}$  - алгебраїчна сума макро- і мікрострумів крізь поверхню, що охоплює замкнутий контур  $L$ .

Вклад в  $I_{\text{мікро}}$  дають тільки молекулярні струми, нанизані на замкнутий контур  $L$ .

Алгебраїчна сума сил мікрострумів пов'язана з циркуляцією вектора намагніченості співвідношенням:

$$I_{\text{мікро}} = \oint_L \vec{J} d\vec{l},$$

$$\oint_L \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I_{\text{макро}}.$$

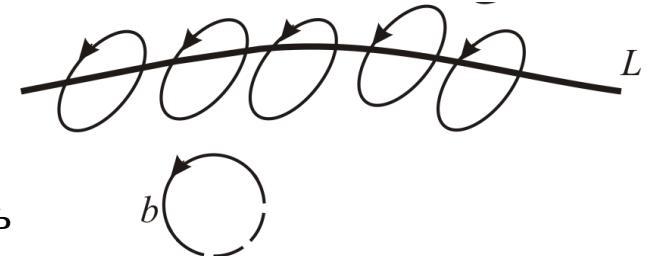
тоді закон повного струму можна записати у вигляді

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

Вектор  $\vec{H}$  називається напруженістю магнітного поля.

Закон повного струму для магнітного поля в речовині: циркуляція вектора напруженості магнітного поля уздовж довільного замкнутого контуру  $L$  дорівнює алгебраїчній сумі макрострумів різь поверхню натягнуту на цей контур:

$$\oint_L \vec{H} dl = I_{\text{макро}}.$$



## Магнітне поле в речовині

Намагніченість ізотропного середовища **M**  
та напруженість магнітного поля **H**  
пов'язані співвідношенням

$$\vec{M} = \chi \vec{H}$$

де  $\chi$  - магнітна сприйнятливість середовища.  
коєфіцієнт пропорційності, що **характеризує**  
**магнітні властивості речовини.**

Магнетики	$\chi \cdot 10^4$	Магнетики	$\chi \cdot 10^6$
<b>Діамагнетики</b>		<b>Парамагнетики</b>	
<b>Елементы</b>		<b>Елементы</b>	
Гелій He . . . . .	-2,02	Магній Mg . . . . .	13,25
Медь Cu . . . . .	-5,41	Натрій Na . . . . .	16,1
Неон Ne . . . . .	-6,96	Рубідій Rb . . . . .	18,2
Берилій Be . . . . .	-9,02	Барій Ba . . . . .	20,4
Цинк Zn . . . . .	-11,40	Калій K . . . . .	21,35
Аргон Ar . . . . .	-19,23	Літій Li . . . . .	24,6
Серебро Ag . . . . .	-21,5	Цезій Cs . . . . .	29,9
Золото Au . . . . .	-29,59	Кальцій Ca . . . . .	44,0
Висмут Bi . . . . .	-284,0	Вольфрам W . . . . .	55
<b>Неорганічес- кіє соеди- ненія</b>		Стронцій Sr . . . . .	91,2
$H_2O$ (жидкость) . . . . .	-13,0 (0 °C)	Титан Ti . . . . .	161,0
$CO_2$ (газ) . . . . .	-21	Платина Pt . . . . .	189,0
$AgCl$ . . . . .	-49,0	Уран U . . . . .	414,0
$BiCl_3$ . . . . .	-100,0	Плутоній Pu . . . . .	627,0
<b>Органічес- кіє соеди- ненія</b>		<b>Неорганічес- кіє соеди- ненія</b>	
Метан $CH_4$ (газ) . . . . .	-16,0	$UF_6$ . . . . .	43
Бензол $C_6H_6$ . . . . .	-54,85	$FeS$ . . . . .	1074
Анілин $C_6H_5N$ . . . . .	-62,95	$MnCl_2$ . . . . .	14 350
Нафталин $C_{10}H_8$ . . . . .	-91,8	$EuCl_3$ . . . . .	26 500
Октан $C_8H_{18}$ . . . . .	-96,63	$CoCl_3$ . . . . .	121 660
Дифениламін $C_{12}H_{11}N$ . . . . .	-107,1		



## Магнітна проникність

---

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \rightarrow \quad \vec{B} = \vec{M}_m \mu_0 + \vec{H} \mu_0. \\ \vec{M} = \chi \vec{H}.$$

Магнітна проникність, як і магнітна сприйнятливість – відносні безрозмірні величини.

У вакуумі відносна магнітна проникність  $\mu = 1$ , оскільки без речовини магнітна сприйнятливість дорівнює нулю:  $\chi = 0$ .

Аналогія - відносна діелектрична проникність вакууму  $\epsilon = 1$  і діелектрична сприйнятливість без речовини  $\chi = 0$ .

$$\mu = (1 + \chi)$$

$$\vec{B} = \vec{H} \mu_0 \mu$$

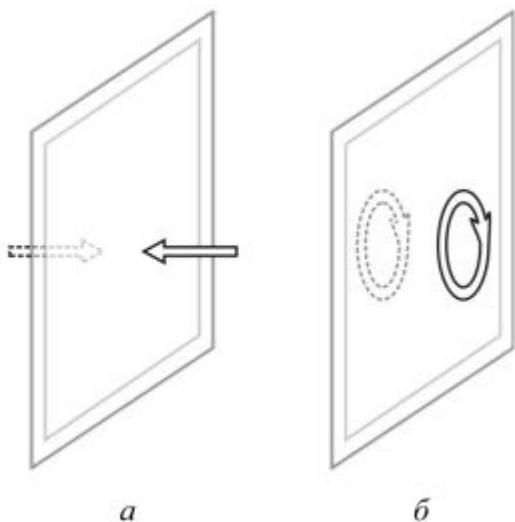
Магнітна проникність  $\mu$



## Порівняння магнітного і електричного полів

**Електричний диполь** – система двох розділених у просторі електричних зарядів, однакових за значенням і протилежних за знаком, тобто полярний (звичайний) вектор (електричний диполь позначають стрілкою).

**Магнітний диполь**, утворений рухом електричних зарядів, умовно зображують коловим електричним струмом; він є аксіальним вектором (тобто вектором в орієнтованому просторі, який зі зміною орієнтації простору на протилежну перетворюється на протилежний вектор).



Дзеркальне відбиття:  
а – електричного диполя;  
б – магнітного диполя

У макроскопічному процесі магнітним диполем є замкнений контур електричного струму в провіднику. Магнітні властивості речовини під час мікроскопічних процесів зумовлено внутрішніми формами мікроруху електричних зарядів, які описуються квантовою механікою.

**Мікроскопічний магнітний диполь створюється за рахунок таких процесів:**

1. зміни орбіタルного моменту електронної оболонки атома (іона, молекули), яка приводить до діамагнітної складової намагніченості;
2. «власного обертання», тобто спіну електронів, який зумовлює утворення парамагнітної та феромагнітної складових намагніченості;
3. наявності магнетизму в атомному ядрі (ядерний магнетизм дуже слабкий).

## Мікромагнетизм

---

В основному стані атома водню ( $1s^1$ -стані) *орбітальний момент дорівнює нулю – тому магнітний момент зумовлюється тільки спіном електрона.*

В атомі гелію ( $1s^2$ ) як спіновий, так і орбітальний моменти дорівнюють нулю, тому можливий лише індуктований зовнішнім полем момент. Аналогічно для молекули водню  $H_2$ .

*В атомах, іонах та молекулах із повністю заповненими електронними оболонками спіновий, і орбітальний моменти рівні нулю, якщо електронні оболонки частково незаповнені то моменти відмінні від нуля.*

Для електронів може бути два типи моментів («мікроскопічного струму»):  
орбітальні, зумовлені перенесенням центра ваги електронів у атомі;  
спінові, зумовлені власним моментом електронів.

Характеристикою магнетизму є орбітальний і спіновий магнітні моменти електронів.

Протони й нейтрони також мають магнітні моменти, але ядерний магнетизм порівняно з електронним малий (приблизно у тисячу разів менший), оскільки власні магнітні моменти обернено пропорційні масам частинок.

Таким чином магнітні властивості речовини визначаються властивостями електронів (електрон має масу приблизно на три порядки меншу в порівнянні з протоном).

В окремих випадках – (важливих для спеціальних досліджень і застосувань у фізиці, хімії та біології) – ядерний магнетизм становить значний інтерес (ефекти ядерного магнітного резонансу та розмагнічування ядер, який застосовують для глибокого охолодження і досягнення наднизьких температур).



## Речовина в магнітному полі

Мікроскопічні густини струмів в намагніченому речовині складні і змінюються навіть в межах одного атома.

Характеристикою намагніченого стану речовини служить векторна величина  $\vec{M}$  намагніченість, що дорівнює відношенню магнітного моменту об'єму речовини до величини цього об'єму:

$$\vec{M} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{P}_{m i},$$

де  $\vec{P}_{m i}$  - магнітний момент  $i$ -го атома з числа  $n$  атомів, що містяться в об'ємі  $\Delta V$ .

Магнетики поділяються на групи: діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики.

Якщо магнітне поле **слабо посилюється** в речовині, то ця речовина називається **парамагнетиком**  $(Ce^{3+}, Pr^{3+}, Ti^{3+}, V^{3+}, Fe^{2+}, Mg^{2+}, Li, Na)$

$$\mu = \frac{B}{B_0} > 1$$

Якщо магнітне поле **послаблюється** в речовині, то ця речовина називається **діамагнетиком**  $(Bi, Cu, Ag, Au \text{ і ін.})$ .

$$\mu = \frac{B}{B_0} < 1$$

Речовини, що **багатократно посилюють** магнітне поле називають **феромагнетиками**  $(Fe, Co, Ni \text{ та ін.})$

$$\mu = \frac{B}{B_0} \gg 1$$



## Діамагнетизм-аналіз

---

Діамагнетизм пов'язаний з орбітальним рухом електронів, що відбувається як в атомах. Діамагнетизм зумовлює незначне зменшення кутової швидкості орбітального руху при внесенні атома в магнітне поле. Рух електрона орбітою можна розглядати як замкнений струм.

У разі внесення контуру зі струмом у магнітне поле, згідно із законом електромагнітної індукції Фарадея, у ньому виникає додаткова електрорушійна сила (ЕРС), у результаті чого сила струму в контурі змінюється, і з'являється додатковий магнітний момент. Відповідно принципу Ленца цей момент напрямлений так, щоб протидіяти зовнішньому полю, яке зумовлює індукцію, тобто індуктований момент напрямлений проти поля, що за означенням є основною ознакою діамагнетика.

З принципу Ленца випливає, що діамагнетик має виштовхуватися з магнітного поля. Оскільки стан електронних оболонок атомів та іонів майже не залежать від температурних коливань кристалічної гратки, то й діамагнітна напрямленість, маючи від'ємне значення, слабко змінюється залежно від температури.

Діамагнетизм, наведений зовнішнім магнітним полем  $H$ , нагадує електричну поляризацію

зміщення електронних орбіталей, індуковану зовнішнім електричним полем  $E$ .



## Діамагнетизм

Діамагнетизм (від грец. Dia - розбіжність) - властивість речовин намагнічуватися протилежно до прикладеного магнітного поля.

Діамагнетиками називаються речовини, магнітні моменти атомів яких при відсутності зовнішнього поля дорівнюють нулю, тому що магнітні моменти всіх електронів атома взаємно скомпенсовані (наприклад інертні гази, водень, азот, NaCl, Bi, Cu, Ag, Au і ін.). При внесенні діамагнітного речовини в магнітне поле його атоми набувають наведених магнітних моментів  $\Delta P_m$  спрямованих протилежно до вектора  $\vec{B}$ .

Вектор намагніченості діамагнетика дорівнює  $\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \chi = \vec{H} \cdot \chi$ ,  
Для всіх діамагнетиків  $\chi < 0$

Вектор магнітної індукції власного магнітного поля, створюваного діамагнетиком при його намагнічуванні в зовнішньому полі спрямований в бік, протилежний до напрямку зовнішнього поля (на відміну від діелектрика в електричному полі).

Для діамагнетиків  
магнітна сприйнятливість середовища.

$$|\chi| \sim 10^{-6} \div 10^{-5}.$$

Речовина	$i_{\text{мол}} \cdot 10^{-6}$
He	-2,02
Cu	-5,41
Zn	-11,40
Ag	-21,50
Au	-29,59
Bi	-284,0
CO <sub>2</sub>	-21

## Парамагнетизм

Парамагнетизм (від грец. Para - біля) - властивість речовин в зовнішньому магнітному полі намагнічуватися в напрямку цього поля. Як результат всередині парамагнетика до дії зовнішнього поля додається дія наведеного внутрішнього поля.

Парамагнетиками називаються речовини, атоми яких мають при відсутності зовнішнього магнітного поля, відмінний від нуля магнітний момент  $\mathbf{P}_m$ .

До парамагнетиків належать лужні метали,  $O_2$ ,  $NO$ ,  $FeCl_2$ ,  $Ce^{3+}$ ,  $Ti^{3+}$ ,  $V^{3+}$ ,  $Fe^{2+}$ ,  $Mg^{2+}$ ,  $Li$ .

При відсутності зовнішнього магнітного поля намагніченість парамагнетика  $J = 0$ , оскільки вектори різних атомів орієнтовані безладно.

При внесенні парамагнетика в зовнішнє магнітне поле, відбувається переважна орієнтація власних магнітних моментів атомів у напрямку поля, тому парамагнетик намагнічується.

Значення магнітної сприйнятливості для парамагнетиків дотатні  $\chi > 0$

і знаходяться в межах  $\sim 10^{-5} \div 10^{-3}$ , тобто за модулем приблизно як і у діамагнетиків.

Речовина	$\chi_{\text{мол}} \cdot 10^{-6}$	Речовина	$i_{\text{мол}} \cdot 10^{-6}$
Mg	13,25	Sr	91,2
Na	15,1	Ti	161,0
Rb	18,2	U	414,0
Ba	20,4	Pu	627,0
K	21,25	FeS	1074,0
Li	24,6	$EuCl_3$	2650,0
Ca	44,0	$CoCl_3$	121660,0



## Феромагнетизм

До феромагнетиків (ferrum - залізо) відносяться речовини, магнітна сприйнятливість яких позитивна і велика.

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad \vec{B} = (\vec{H} + \vec{M}) \mu_0$$

$\chi$

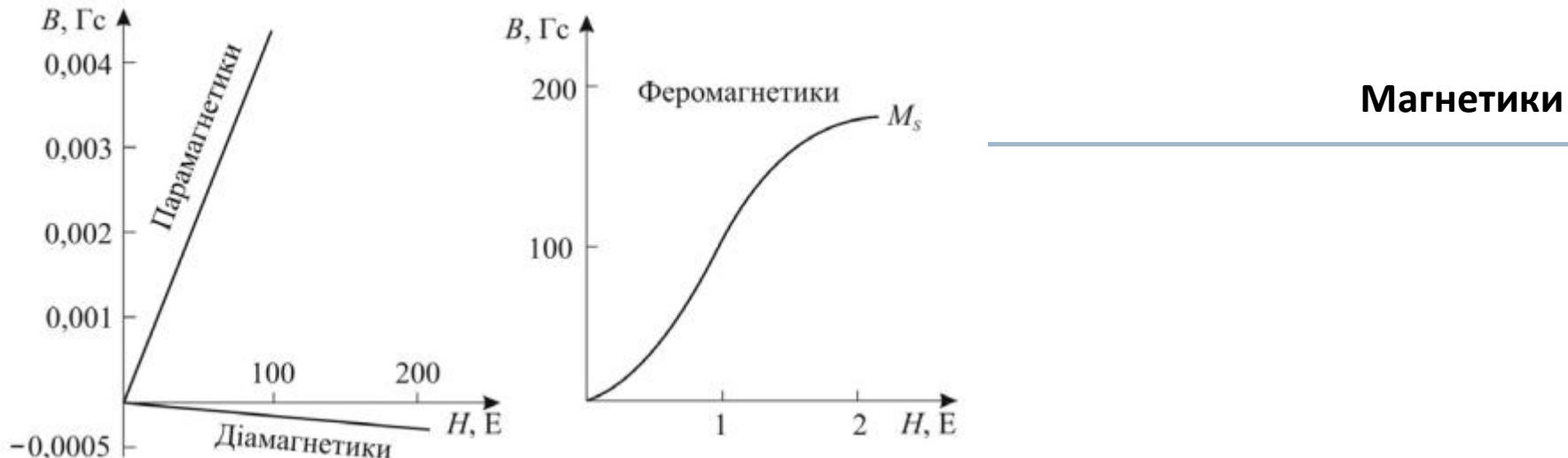
Намагніченість і магнітна індукція ферромагнетиков ростуть зі збільшенням напруженості магнітного поля нелінійно, і в полях  $\sim 8 \cdot 10^3$  А/м намагніченість феромагнетиків досягає граничного значення, а вектор магнітної індукції зростає лінійно з ростом напруженості поля :

$$\vec{B} = \vec{M}_m \mu_0 + \vec{H} \mu_0.$$

*Наявність у феромагнетиків спонтанного магнітного моменту при відсутності зовнішнього магнітного поля означає, що електронні спіни і магнітні моменти атомних носіїв магнетизму **впорядковано** орієнтовані в речовині.*

1. Ферромагнетики - речовини, що володіють спонтанною намагніченістю, залежною під зовнішніх впливів - магнітного поля, деформації, температури.
2. У феромагнетиків магнітна сприйнятливість позитивна і велика – близько  $10^4$ -  $10^5$ .
3. В феромагнетиках відбувається різке посилення зовнішніх магнітних полів.
4. **Магнітна сприйнятливість феромагнетиків складним чином залежить від величини магнітного поля.**
5. Типовими феромагнетиками є Fe, Co, Ni, Gd, Dy, Ho, Er, Tm, а також сполуки феромагнітних матеріалів з неферомагнітними:  $\text{Fe}_3\text{Al}$ ,  $\text{Ni}_3\text{Mn}$ ,  $\text{ZnCMn}_3$
6. Внутрішнє магнітне поле в ферромагнетиках, на відміну від діа- і парамагнетиків, може в сотні разів перевершувати зовнішнє магнітне поле.





**Залежність індукованого магнітного моменту від прикладеного магнітного поля**

На магнітні властивості речовини впливають внутрішні взаємодії (електричної і магнітної природи) між частинками – носіями магнітного моменту (атомами, іонами, молекулами).

Завдяки цим взаємодіям іноді енергетично вигідніша ситуація, за якої речовина має самовільну (без дії зовнішнього магнітного поля) впорядкованість орієнтації магнітних моментів частинок – **феромагнетизм**

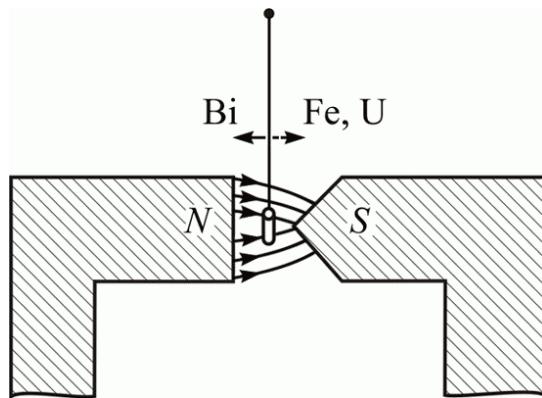
У **діамагнетиках** власних магнітних моментів немає – намагнічування індукується зовнішнім полем.

**Парамагнетизм** зумовлюється наявністю власних магнітних моментів, але вони без невпорядковані при відсутності зовнішнього магнітного поля.

Намагнічування в парамагнетиках індукується зовнішнім магнітним полем через орієнтацію вже існуючих власних магнітних моментів.

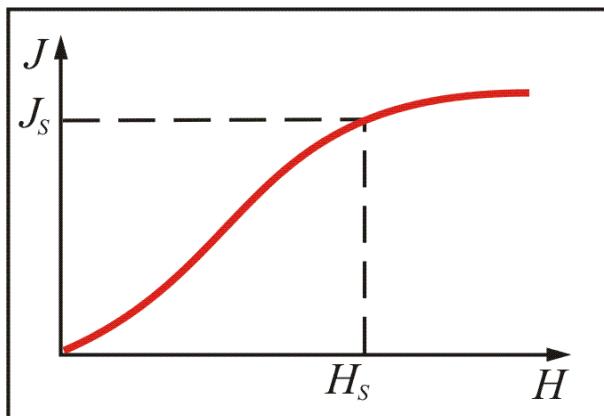
## Магнетики



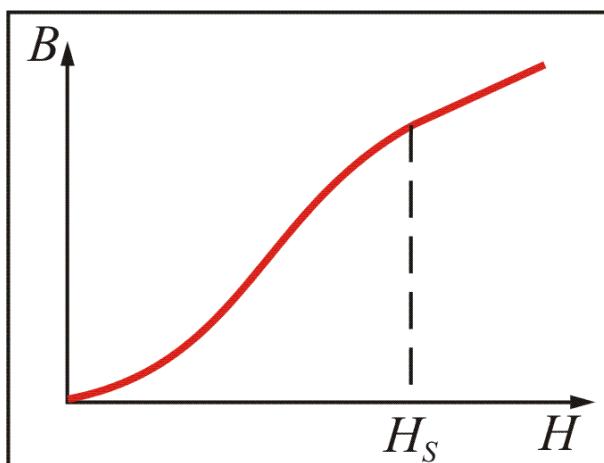


## Основні властивості феромагнетиків

Ферромагнетики (Fe, Co, Ni та ін.) і парамагнетики (U, Ru, FeS) **втягуються** в область сильнішого поля,  
Діамагнетики (Bi) - **виштовхуються** з області сильного поля.

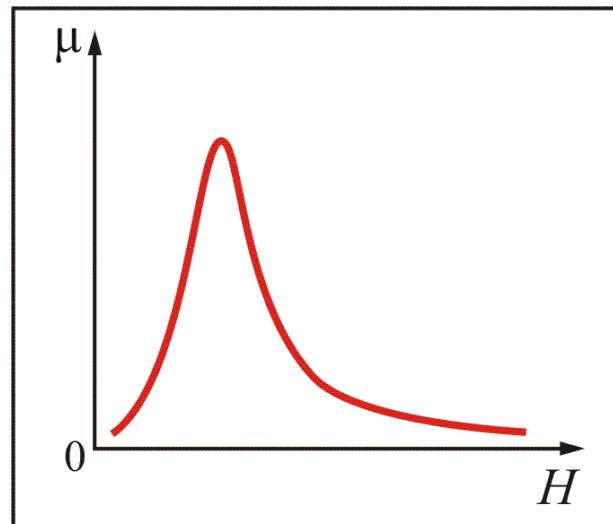


Спостерігається нелінійна залежність намагніченості від напруженості магнітного поля  $H$ .  
При  $H > H_s$  спостерігається магнітне насычення.

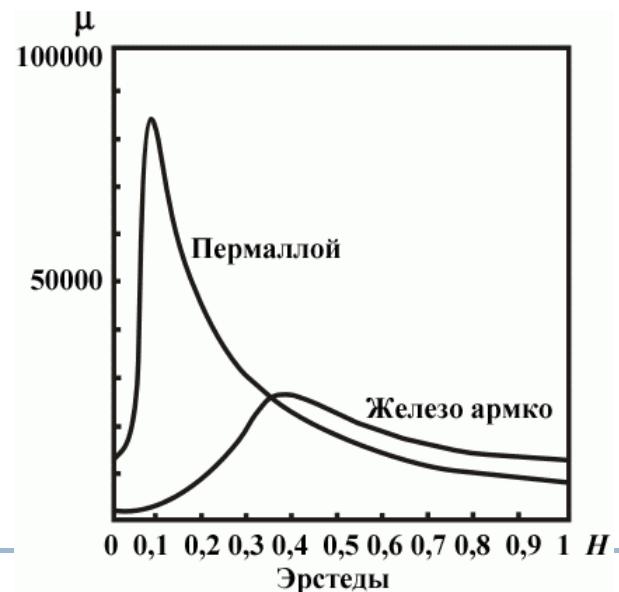


При  $H < H_s$  залежність магнітної індукції  $B$  від  $H$  нелінійна,  
а при  $H > H_s$  - лінійна

## Основні властивості феромагнетиків

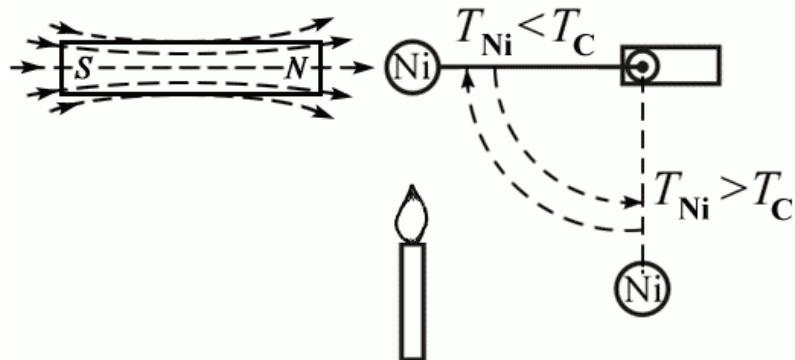


Залежність відносної магнітної проникності  $\mu$  від  $H$  має складний характер , причому максимальні значення  $\mu$  дуже великі ( $10^3 \div 10^6$ ).



Залежність магнітної проникності феромагнетиків від напруженості магнітного поля - *крива Столетова*.

## Температура Кюрі



Для кожного феромагнетика існує характеристична температура, вище якої ця речовина втрачає свої магнітні властивості – **температура Кюрі** ( $T_K$ ) .

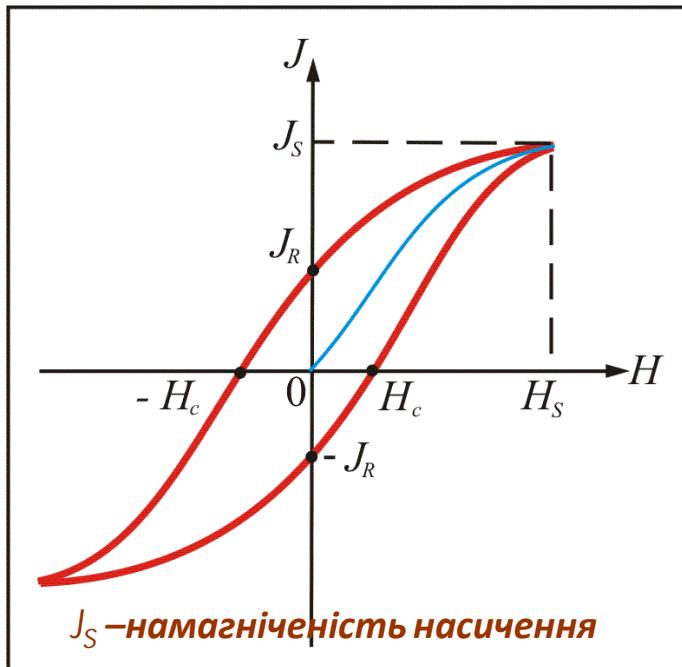
Для нікелю температура Кюрі дорівнює  $360^{\circ}C$ . Якщо підвісити зразок нікелю поблизу полум'я пальника так, щоб він знаходився в полі постійного магніту, то холодний зразок може розташовуватися горизонтально притягаючись до магніту.

У міру нагрівання зразка і досягнення температури  $T > T_K$  феромагнітні властивості у нікелю зникають і зразок нікелю падає. Охолонувши до температури нижче точки Кюрі, зразок знову притягнеться до магніту. Нагрівши, знову падає. Періодичні коливання триватимуть поки горить пальник.

Наявність температури Кюрі пов'язано з руйнуванням при  $T > T_K$  упорядкованого стану магнітної підсистеми кристалу (паралельної орієнтації магнітних моментів).

Матеріал	Fe	Co	Ni	Gd	Dy	Ho	Tm
Температура Кюрі, K	1043	1403	631	289	87	20	25



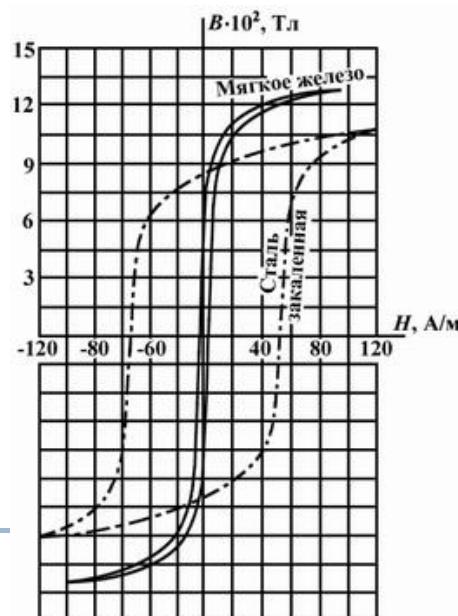


## Петля гістерезису. Намагніченість насиження. Коерцитивна сила

Для феромагнетиків спостерігається існування магнітного **гістерезису**.

**Петля гістерезису** - графік залежності намагніченості речовини від напруженості магнітного поля  $H$ .

- Намагніченість  $M_S$  при  $H = H_S$  називається **намагніченістю насиження**.
- Намагніченість  $M_R$  при  $H = 0$  називається **залишковою намагніченістю** (використовується для створення постійних магнітів)
- Напруженість  $H_c$  магнітного поля, за умови, коли феромагнетик повністю розмагнічений, називається коерцитивної силою (характеризує здатність феромагнетика зберігати намагнічений стан).
- Великою коерцитивної силою (широкою петлею гістерезиса) характеризуються **магнітотверді** матеріали (використовуються для виготовлення постійних магнітів)*
- Малу коерцитивної сили мають **магнітомягкі** матеріали (використовуються для виготовлення осердь трансформаторів).*



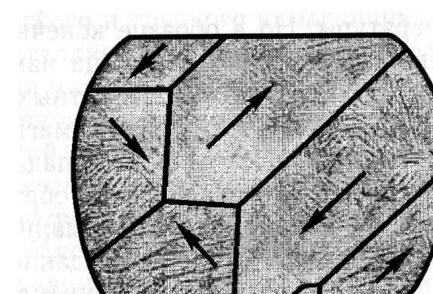
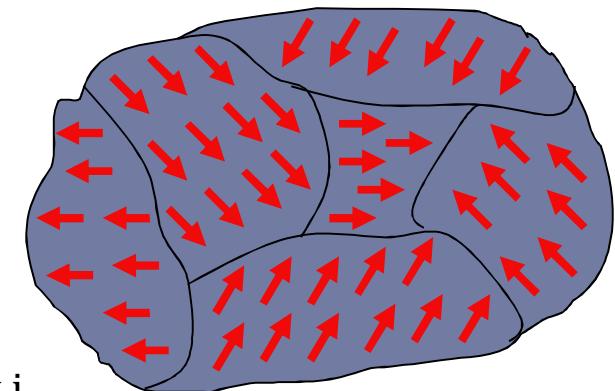
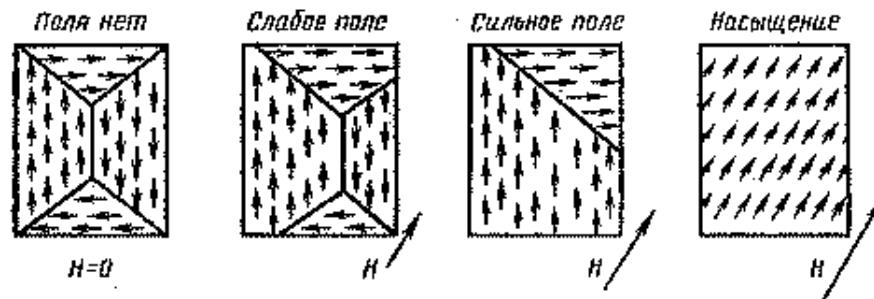
## Феромагнетизм.

Атоми феромагнетиків володіють постійним магнітним моментом і можуть утворити систему з іншими атомами з паралельним магнітним моментом з переходом в стан з нижчою енергією

Результат - виникають мікроскопічні області (магнітні домени), в яких магнітні диполі є паралельними.

При температурах вищих критичної температури Кюрі тепловий рух атомів руйнує феромагнітне впорядкування і матеріал перестає бути феромагнетиком

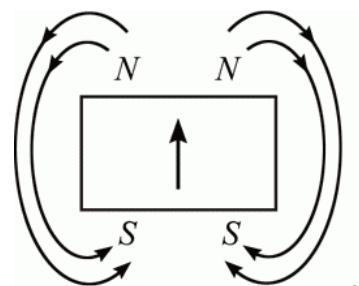
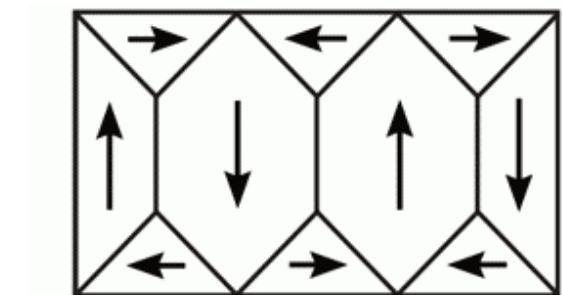
У сильному магнітному полі домени змушені об'єднуватися в більші області, орієнтовані по зовнішньому полю - коли зовнішнє поле вимикають, електрони в оболонках підтримують впорядкування і спостерігається залишковий магнетизм (явище гістерезису)



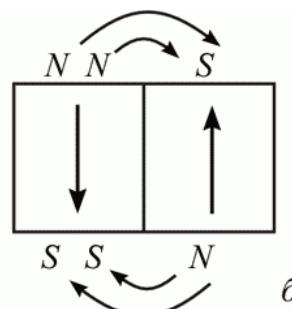
## Феромагнетизм . Домени

Самовільно намагнічуються лише малі монокристали феромагнітних матеріалів (нікелю або заліза). Шматок заліза розбитий на області ( $10^{-2}$  - $10^{-3}$  см) намагнічені до насищення області - домени.

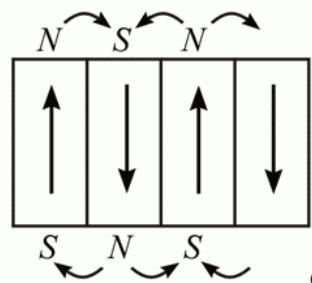
*Вектори намагніченості доменів за відсутності зовнішнього магнітного поля орієнтовані таким чином, що повний магнітний момент феромагнітного матеріалу дорівнює нулю.*



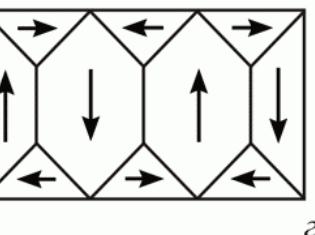
*a*



*b*



*c*



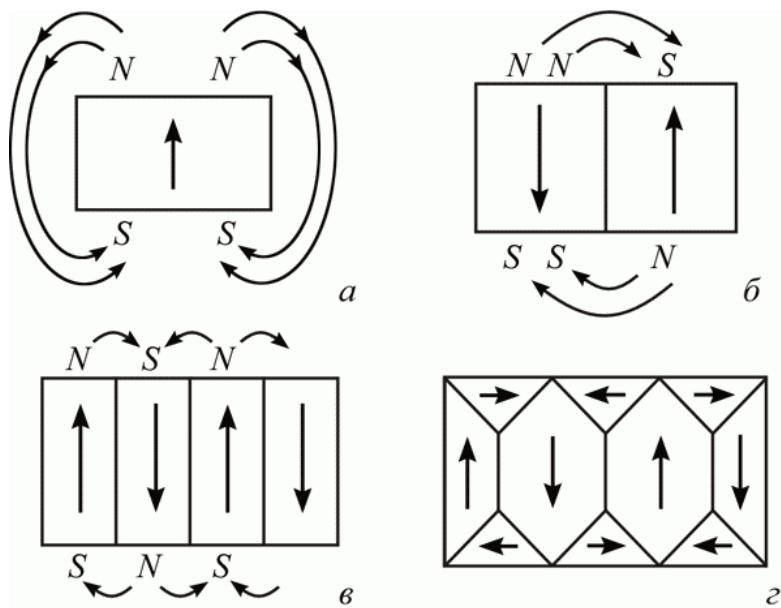
*d*

Якби при відсутності зовнішнього поля кристал становив би єдиний домен, то це призвело б до виникнення магнітного поля, що володіло б певною енергією.

Розбиваючись на домени, феромагнітний кристал зменшує енергію магнітного поля.

При цьому, за умови появи косокутних областей, отримується стан феромагнітного кристала, при якому зовнішнє магнітне поле відсутнє

## Феромагнетизм. Енергія кристала.



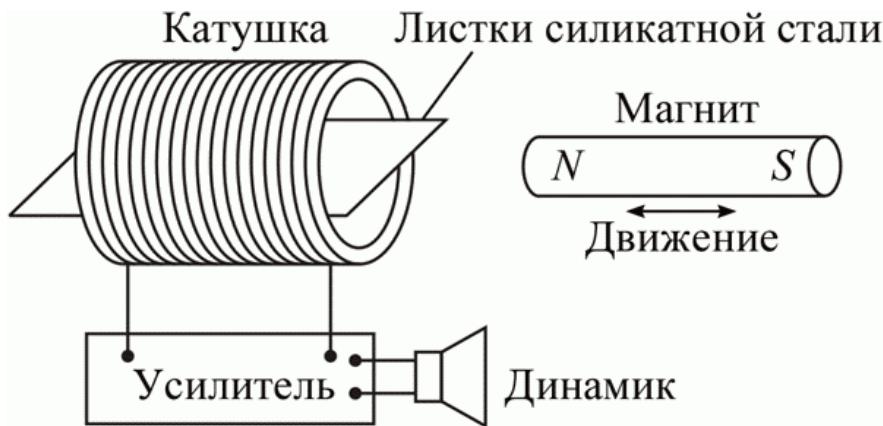
*Розбиття кристала на домени зменшує загальну енергію системи пропорційно об'єму кристала.*

У монокристалі реалізується таке розбиття на доменні структури, яке відповідає мінімуму вільної енергії феромагнетика.

Якщо помістити ферромагнетик, розбитий на домени, в зовнішнє магнітне поле, то в ньому починається рух доменних стінок.

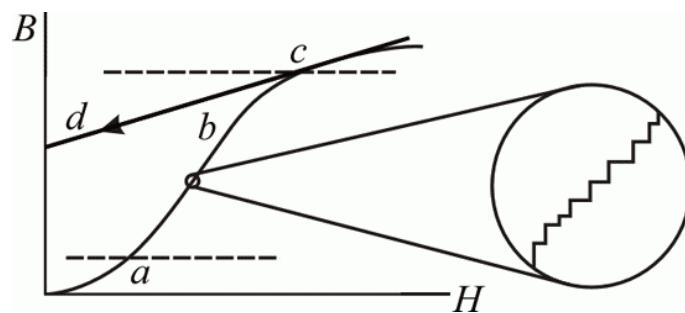
Стінки переміщаються таким чином, щоб областей з орієнтацією вектора намагніченості по полю стало більше, ніж областей з протилежного орієнтацією.

Рух доменних стінок знижує енергію феромагнетика в зовнішньому магнітному полі. У міру наростання магнітного поля весь кристал перетворюється в один великий домен з магнітним моментом, орієнтованим по полю.



## Ефект Баркгаузена

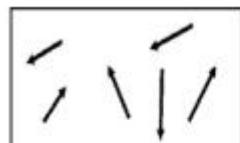
*Рух доменних стінок при зростанні магнітного поля призводить до характерного шуму (ефект Баркгаузена).*



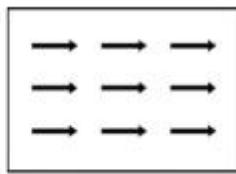
Намагнічування полікристалічного феромагнетика:  
 а - область оборотного намагнічування;  
 б, с - необоротне намагнічування;  
 д - зміна намагнічування при виключенні зовнішнього магнітного поля.  
 Вставка - збільшений детальний хід процесу намагнічування



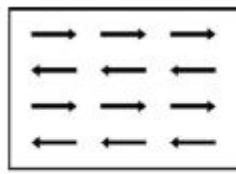
## Типи феромагнетітного впорядкування



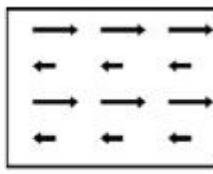
а



б



в



г

Схеми впорядкування магнітних моментів окремих атомів:

- а – парамагнетик; б – феромагнетик;  
в – антиферомагнетик; г – феримагнетики

Магнітна структура твердого тіла характеризується різними видами самовільної (спонтанної) впорядкованості.

Кристали й полікристали, власні атомні магнітні моменти яких орієнтовані паралельно один одному, називають **феромагнетиками**.

**Антиферомагнетиками** називають речовини, у яких сусідні атомні магнітні моменти розміщені антипаралельно.

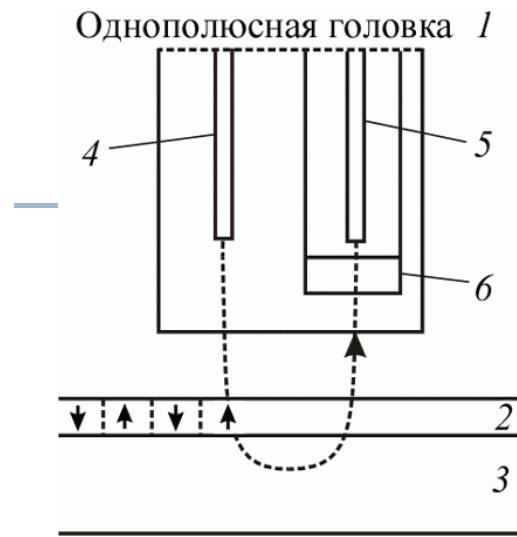
Антиферомагнетизм і феромагнетизм можуть співіснувати в одному кристалі – це означає, що антиферомагнітна компенсація атомних магнітних моментів виявляється неповною **феримагнетизмом**, а такі речовини – **феритами**.

Крім порівняно простих колінеарних феро-, антифери- й феримагнітних атомних структур спостерігаються і більш складні – неколінеарні магнітні структури.

Таким чином, магнітні властивості речовини можна умовно поділити на **слабкий магнетизм** (діамагнетизм, парамагнетизм) та **сильний магнетизм** (феромагнетизм, антиферомагнетизм і феримагнетизм).



## Ферити



Магнітне речовина нанесено тонким шаром на основу твердого диска.

Кожен біт інформації представлений групою магнітних доменів

(в ідеальному випадку - одним доменом).

Для перемагничування домену (zmіни напрямку вектора його намагніченості) використовується поле записуючої головки. Енергія, необхідна для цього, залежить від об'єму домену та наявності додаткових стабілізуючих шарів, що перешкоджають самовільному розмагнічуванню.

При цьому використовується запис на вертикально орієнтовані домени і досягається щільність запису до 450 Гб / см<sup>2</sup>

Феромагнітні матеріали відіграють значну роль в сучасній техніці.

Магнітомягкі матеріали використовуються в електротехніці при виготовленні трансформаторів, електромоторів, генераторів, техніці зв'язку і радіотехніці;

Магнітотверді матеріали застосовують при виготовленні постійних магнітів.

Широке поширення в радіотехніці, особливо в високочастотній радіотехніці отримали ферити - феромагнітні неметалеві матеріали - сполуки оксидів заліза з оксидами інших металів. Ферити поєднують феромагнітні і напівпровідникові властивості, саме з цим пов'язано їх застосування як магнітних матеріалів в радіоелектроніці.

Ферити володіють високим значеннями намагніченості і температурами Кюрі.

## Лекція 9

---

### Механізми виникнення діа- та парамагнітних властивостей

1. Сильний та слабкий магнетизм
2. Ларморівський діамагнетизм
3. Типи діамагнетизму
4. Аналіз причин парамагнітних властивостей
5. Парамагнетизм-Механізм Ланжевена-Кюрі
6. Правила Хунда
7. Заповнення електронами оболонок. Магнітні моменти атомів
8. Заповнення електронами оболонок.
9. Магнітні моменти іонів
10. 4f-метали (лантаноїди)
11. 3d- та 4f-метали – порівняння
12. Температурна залежність магнітної сприйнятливості парамагнетиків
13. Парамагнетизм-Механізм Паулі
14. Температурна залежність  $\chi$  при парамагнетизмі Паулі
15. Парамагнетизм металів-підсумок



## Спін електрона

Якщо основною фізичною причиною діамагнетизму можна вважати обітальний рух електронів у атомах та іонах, то парамагнетизм зумовлений спіновими моментами частинок.

Спін – не наслідок просторового обертання, а властивість елементарної частинки, що визначає зокрема її поводження в «колективі» інших частинок.

Проекції спінового моменту для одних частинок можуть бути лише цілими, а для інших – тільки півцілими; нульовий спін зараховують до цілого

Зі спіном пов'язаний механічний момент імпульсу  $S$ :  $S = [s(s+1)]^{\frac{1}{2}} \hbar$ .

Величину спіну позначають буквою  $s$ , а частинка зі спіном  $s$  володіє моментом імпульсу  $S$

Як показав Дірак, частинка зі спіном  $1/2$  та електричним зарядом  $e$  має магнітний момент

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

магнетон Бора

Частинка	Заряд	Маса	Спін	Магнітний момент
$e$	-1	1	$\frac{1}{2}$	-1
$n$	0	1840	$\frac{1}{2}$	$\frac{1,9}{1840}$
$p$	+1	1838	$\frac{1}{2}$	$\frac{2,8}{1838}$

Магнітний момент електрона може орієнтуватися у просторі тільки двома способами: або за полем, або проти нього. Відповідно, момент імпульсу електрона завжди орієнтується  $2s + 1$  способами; якщо спін  $s = 1/2$ , то цих способів лише **два**.



## Сильний та слабкий магнетизм

---

За характером взаємодії з магнітним полем і особливостями внутрішньої магнітною структурою речовини поділяють на магнітновпорядковані й магнітноневпорядковані. Магнітні властивості магнітновпорядкованих речовин проявляються сильно, магнетизм магнітноневпорядкованих твердих тіл слабкий.

Терміни «слабкий» і «сильний» магнетизм умовні

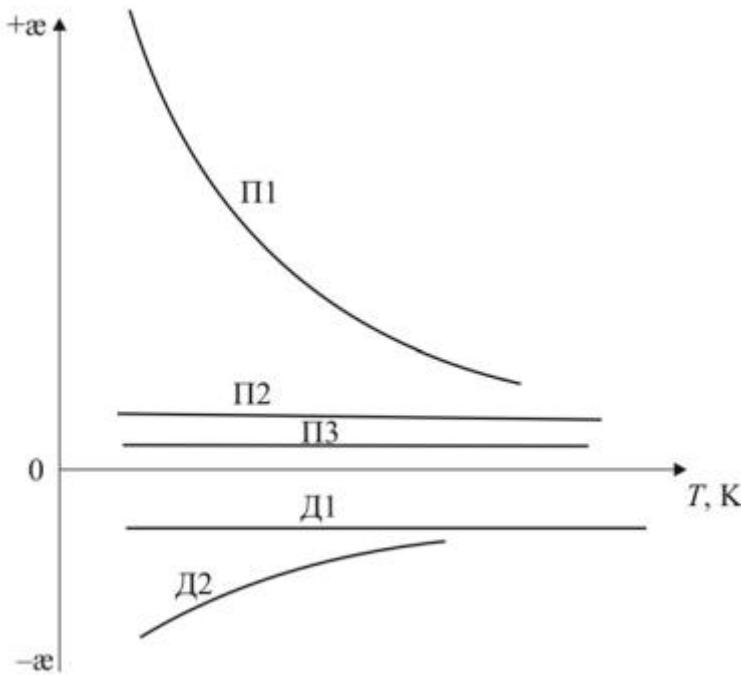
У слабких магнетиках відносна магнітна проникність  $\mu \approx 1$  і мало відрізняється від вакууму, де  $\mu = 1$ . У «сильних» магнетиках значення  $\mu$  велике – досягає сотень тисяч.

*Для більшості технічних розрахунків, пов'язаних із поширенням або поглинанням електромагнітних хвиль у кристалах слабким магнетизмом можна нехтувати.*

Але

У кріогенній техніці саме завдяки слабкому парамагнетизму можна досягнути наднизьких температур. В техніці фізичного експерименту і в медицині методи електронного парамагнітного резонансу (ЕПР) й ядерного магнітного резонансу (ЯМР) є найважливішими методами дослідження і діагностики, хоча й використовується слабкий магнетизм.





Температурна залежність магнітної сприйнятливості  $\chi$  у разі слабкого магнетизму:

- П1 – ланжевенівській парамагнетик з  $\chi(T)$ , що змінюється за законом Кюрі;
- П2 – парамагнетизм у металах;
- П3 – Ван-Флеківський парамагнетизм;
- Д1 – діамагнетизм;
- Д2 – діамагнетизм у фуллеритах і нанотрубках

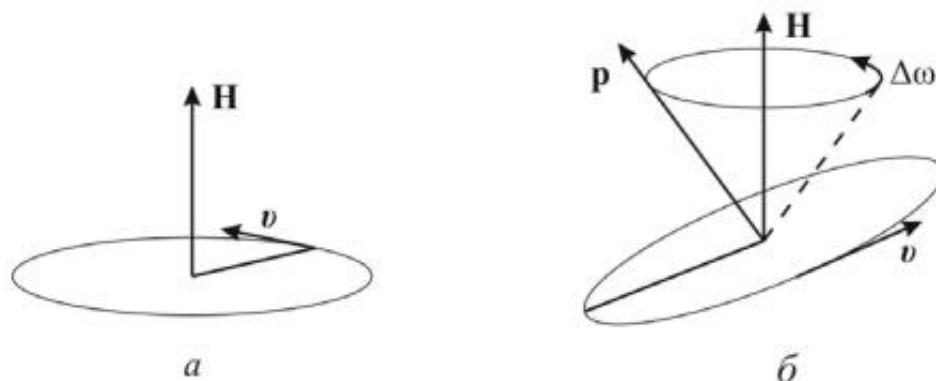
## Ларморівський діамагнетизм

*Фізична природа діамагнетизму* полягає у виникненні індукованих зовнішнім магнітним полем вихрових мікрокопічних струмів пов'язаних зі спіральним обертанням (прецесією орбіти) електронів зі змінною кутовою швидкістю.

*Основним механізмом* намагнічування для всіх речовин є *ларморівський діамагнетизм*, що виникає за рахунок прецесії електронних орбіталей атомів в.

Прецесія в зовнішньому магнітному полі  $H$  відбувається завжди (теорема Лармора).

У магнітному полі виникає «гальмування» – колова частота обертання електрона  $\omega$  зменшується на величину  $\Delta\omega$ . Нормаль до площини орбіти описує конус навколо вектора магнітного поля  $H$  з постійною кутовою швидкістю прецесії.



## Типи діамагнетизму

---

У **металах**, окрім ларморівського, наявний **діамагнетизм Ландау**, який полягає у квантуванні руху вільних електронів провідності у магнітному полі і також характеризується малим значенням магнітної сприйнятливості ( $\chi = -10^{-5}$ ).

До речовин з діамагнітними властивостями належать :

1. усі речовини, атоми, іони або молекули яких не мають власного результуючого магнітного моменту;
2. органічні сполуки з неполярним зв'язком, у яких молекули чи радикали або не мають магнітного моменту, або діамагнітний ефект у них домінує над парамагнітним; у цих сполуках  $\chi \approx - (10^{-5} \dots 10^{-6})$  і володіє анізотропією;
3. кристалічні речовини, зокрема деякі метали (Zn, Au, Hg), сплави металів і хімічні сполуки, в іонах яких переважає діамагнетизм (іони, подібні до атомів інертних газів:  $\text{Li}^+$ ,  $\text{Be}^{2+}$ ,  $\text{Cl}^-$  ).

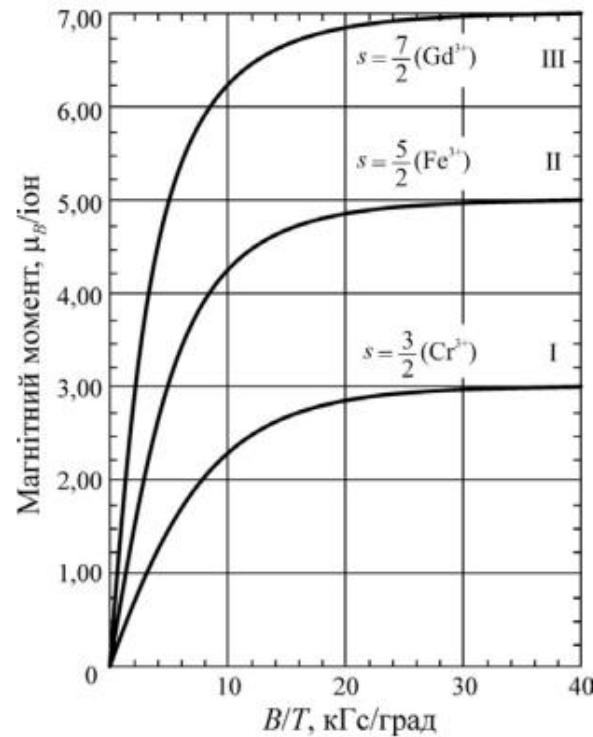
Отже, діамагнетизм властивий усім речовинам і є переважним видом магнетизму в речовинах із заповненими електронними оболонками (багато діелектриків, напівпровідники, деякі метали). для кристалів германію  $\chi = -8 \cdot 10^{-6}$ , кремнію  $\chi = -3 \cdot 10^{-6}$ , міді  $\chi = -6 \cdot 10^{-6}$ , срібла  $\alpha = -22 \cdot 10^{-6}$ .

Для вісмуту, сурма, графіту та інші напівметалів діамагнітна сприйнятливість не лише підвищена, але й анізотропна

Збільшене від'ємне значення магнітної сприйнятливості ( $-\chi$ ) спостерігається не тільки у графіті, але і в інших модифікаціях вуглецю – фулеренах та вуглецевих нанотрубках. У цих матеріалах  $-\chi$  зростає зі зниженням абсолютної температури.

Підсилення діамагнетизму в напівметалах може свідчити про тенденцію до переходу в надпровідний стан. Надпровідник виштовхує із себе магнітне поле (тобто у ньому  $\mu = 0$ ), тому його магнітна сприйнятливість рівна  $\chi = -1$ . Таке поводження надпровідників спричиняють електричні струми, що проходять у їх тонкому поверхневому шарі, екрануючи обєм від зовнішніх магнітних полів - в масивному надпровіднику магнітне поле дорівнює нулю.





## Аналіз причин парамагнітних властивостей

Парамагнетизм характерний для речовин, структурні одиниці (атоми, молекули, іони, атомні ядра) яких мають власний магнітний момент, але без дії зовнішнього поля ці моменти орієнтовані хаотично, тому в цілому намагніченість дорівнює нулю. У зовнішньому магнітному полі Н магнітні моменти структурних одиниць парамагнетика орієнтуються переважно у напрямку поля, причому з підвищеннем інтенсивності прикладеного поля намагніченість парамагнетиків лінійно зростає

Зі зростанням зовнішнього магнітного поля всі магнітні моменти парамагнітних частинок орієнтуються по полю, тому й залежність  $M(H)$  стає нелінійною – спостерігається магнітне насычення

Магнітні моменти в атомах або іонах, зумовлюючи парамагнетизм речовин, можуть спричинятись як спіновим моментом самих електронів (спіновим парамагнетизмом), так і рухом електронів навколо ядра атома (орбітальним парамагнетизмом).



## Парамагнетизм-Механізм Ланжевена–Кюрі

Відповідно до механізму Ланжевена–Кюрі парамагнітна сприйнятливість підвищується у процесі охолодження кристала за законом Кюрі:  $\chi \sim K/T$ , де  $K$  – константа Кюрі.

У разі механізму *парамагнетизму Пауля* парамагнітна сприйнятливість хоч і перевищує діамагнітну, але **не залежить від температури**.

Для парамагнетизму Ван Флека (характерний для деяких молекулярних сполук) магнітна сприйнятливість теж невелика і слабо залежить від температури

Причиною існування власних магнітних моментів атомів та іонів є нескомпенсовані в незаповнених d- або f-орбіталях спінові моменти електронів.

*В переходних металах магнітні моменти створюються 3d-електронами в M-оболонці атомів.*

В атомах K і Ca d-орбіталь зовсім незаповнені, а в атомах Cu і Zn ця орбіталь цілком заповнена (спінові магнітні моменти електронів попарно скомпенсовані).  
Наслідок:  
*атоми K, Ca, Cu і Zn не є парамагнітними.*

Елемент		$K(n = 1)$		$L(n = 2)$		$M(n = 3)$		$N(n = 4)$	
Символ	Атомний номер	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p
K	19	2	2	6	2	6	–	1	–
Ca	20	2	2	6	2	6	–	2	–
Sc	21	2	2	6	2	6	1	2	–
Ti	22	2	2	6	2	6	2	2	–
V	23	2	2	6	2	6	3	2	–
Cr	24	2	2	6	2	6	5	1	–
Mn	25	2	2	6	2	6	5	2	–
Fe	26	2	2	6	2	6	6	2	–
Co	27	2	2	6	2	6	7	2	–
Ni	28	2	2	6	2	6	8	2	–
Cu	29	2	2	6	2	6	10	1	–
Zn	30	2	2	6	2	6	10	2	–

## Правила Хунда

*Правила Хунда*, застосовані до електронів електронної оболонки певного атома, визначають характер заповнення електронами енергетичних рівнів.

Для основного стану мають виконуватися такі вимоги:

- 1) максимальне значення повного спіну  $S$  – узгоджується з принципом Паулі;
- 2) максимальне значення орбітального моменту імпульсу  $L$  (орбітального кутового моменту) – узгоджується зі значенням  $S$ ;
- 3) значення повного моменту імпульсу  $J$  (повного обертового моменту) – дорівнювати  $|L - S|$ , якщо оболонка заповнена електронами менш ніж наполовину, і  $L + S$ , якщо оболонка заповнена електронами більш ніж наполовину.  
(коли в оболонці заповнено рівно половину місць, то застосування першого правила приводить до  $L = 0$ ).

В основу першого правила Хунда покладено принцип Паулі й кулонівське відштовхування між електронами. Принцип Паулі не допускає, щоб в одному й тому самому місці в певний момент перебували два електрони з одинаковими напрямками спінів.

Унаслідок кулонівської взаємодії енергія електронів з одинаковими напрямками спінів знижується, тобто середня потенціальна енергія паралельно орієнтованих спінів може бути меншою, ніж антипаралельних.

Наприклад, у 3d-оболонці іона Mn<sup>2+</sup> є п'ять електронів, а отже вона заповнена рівно наполовину. Спіни цих електронів можуть бути паралельними (однонапрямленими), якщо електрони займають різні стани, тобто є п'ять різних дозволених станів, що характеризуються орбітальними квантовими числами  $m = 2, 1, 0, -1, -2$ . Кожен із цих станів може бути зайнятим одним електроном.

У цьому разі повний спін  $S$  має дорівнювати  $5/2$ , а оскільки  $\sum m = 0$ , то єдине можливе значення для  $L$  дорівнює нулю, що і підтверджено експериментально.

## Заповнення електронами оболонок. Магнітні моменти атомів

Гранична кількість 3d-електронів – десять, тому в d-оболонці до п'яти електронів (як у разі марганцю і хрому) можуть мати однакову орієнтацію спінів, перш ніж почнеться заповнення рівня електронами з протилежною орієнтацією.

*Квантово-механічні розрахунки показують, що для переходних металів однакова орієнтація спінів п'яти електронів у d-оболонці відповідає меншій енергії (стабільнішому стану).*

У разі хрому, наприклад, виникає електронна конфігурація  $3d^54s^1$ , а не  $3d^44s^2$ , атом міді має конфігурацію електронів  $3d^{10}4s^1$ , а не  $3d^94s_2$ , як можна було б припустити.

Z	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	3d	4s
19	K	□ □ □ □ □	↑
20	Ca	□ □ □ □ □	↑↓
21	Sc	↑ □ □ □ □	↑↓
22	Ti	↑ ↑ □ □ □	↑↓
23	V	↑ ↑ ↑ □ □	↑↓
24	Cr	↑ ↑ ↑ ↑ □	↑
25	Mn	↑ ↑ ↑ ↑ ↑	↑↓
26	Fe	↑↓ ↑ ↑ ↑ ↑	↑↓
27	Co	↑↓ ↑ ↑ ↑ ↑	↑↓
28	Ni	↑↓ ↑↓ ↑ ↑ ↑	↑↓
29	Cu	↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑	↑
30	Zn	↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑	↑↓

Оскільки магнітні властивості атомів зумовлені спінами електронів, то нескомпенсована орієнтація спінів дозволяє оцінити значення магнітного моменту атома.

Наприклад, вільний атом титану має магнітний момент двох спінів (два магнетони Бора,  $2\mu_B$ ), а вільний атом кобальту – момент трьох спінів ( $3\mu_B$ ). 3d-електрони в атомах можуть розміщуватися зі збереженням паралельної орієнтації спінів, другий електрон у кожному стані орієнтований антипаралельно.

## Заповнення електронами оболонок. Магнітні моменти іонів

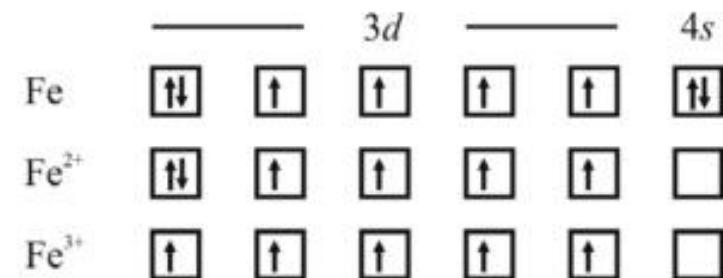
Іони 3d-металів характеризуються змінною валентністю і залежно від цього мають різні спінові моменти, що важливо для синтезу магнітних матеріалів різного призначення.

Приклад - розподіл спінових моментів у d-орбіталях іонів заліза  $\text{Fe}^{2+}$  і  $\text{Fe}^{3+}$  порівняно з атомом заліза (Fe).

$\text{Fe}^{2+}$  має магнітний момент близько  $4\mu_B$  ( $\mu_B$  – магнетон Бора),  $\text{Fe}^{3+}$  магнітний момент  $5\mu_B$ .

Модель є спрощеною, оскільки в ній не враховано спін-орбітальної взаємодії.

Якщо враховано цю взаємодію, то магнітний момент  $\text{Fe}^{2+}$  характеризується величиною  $5,4\mu_B$ , а  $\text{Fe}^{3+}$  –  $5,9\mu_B$ .



Атоми й іони рідкісноземельних елементів (РЗЕ), з постійною валентністю +3, володіють нескомпенсованим спіновим моментом, але у f-орбіталях.

Іони різних рідкісноземельних елементів достатньо близькі за своїми хімічними властивостями, оскільки їх зовнішні електронні оболонки ідентичні – всі вони мають конфігурацію  $5s^25p^6$ .

Радіуси тривалентних іонів при переході від одного елемента групи до другого зменшуються від 1,11 Å для церію до 0,94 Å для ітербію- *лантаноїдним стисненням*, завдяки якому можна у широких межах керувати властивостями кристалів, що містять рідкісноземельні елементи, підбираючи потрібний радіус тривалентного іона.

Експериментально отримані для лантаноїдів числа магнетонів Бора

Іон РЗЕ	$\text{La}^{3+}$	$\text{Ce}^{3+}$	$\text{Pr}^{3+}$	$\text{Nd}^{3+}$	$\text{Pm}^{3+}$	$\text{Sm}^{3+}$	$\text{Eu}^{3+}$	$\text{Gd}^{3+}$	$\text{Tb}^{3+}$	$\text{Dy}^{3+}$	$\text{Ho}^{3+}$	$\text{Er}^{3+}$	$\text{Tm}^{3+}$	$\text{Yb}^{3+}$	$\text{Lu}^{3+}$
Момент, $\mu_B$	0	2,4	3,5	3,5	–	1,5	3,4	8,0	9,5	10,6	10,4	9,5	7,4	4,5	0

## 4f-метали (лантаноїди)

	Z		4f	5s	5p	5d	6s
У лантана (La), оболонка 4f порожня, в церія (Ce) в 4f-оболонці вже є два електрони. Кількість 4f-електронів послідовно збільшується в кожному наступному елементі групи аж до ітербію (Yb) і лютецію (Lu) з 14 електронами в заповненій 4f-оболонці. Іони $\text{La}^{3+}$ і $\text{Lu}^{3+}$ є діамагнітними, а решта іонів рідкісноземельних елементів від $\text{Ce}^{3+}$ до $\text{Yb}^{3+}$ – парамагнітними.	55	Cs	□□□□□□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	56	Ba	□□□□□□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	57	La	□□□□□□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	↑□□□□□	↑↓
	58	Ce	↑□□□□□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	59	Pr	↑↑□□□□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	60	Nd	↑↑↑□□□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	61	Pm	↑↑↑↑□□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	62	Sm	↑↑↑↑↑□□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	63	Eu	↑↑↑↑↑↑□□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	64	Gd	↑↑↑↑↑↑↑□	↑↓	↑↓↑↓↑↓	↑□□□□□	↑↓
	65	Tb	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	↑□□□□□	↑↓
	66	Dy	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	67	Ho	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	68	Er	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	69	Tu	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	70	Yb	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	□□□□□□	↑↓
	71	Lu	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	↑□□□□□	↑↓
	72	Hf	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	↑□□□□□	↑↓
	73	Ta	↑↓↑↑↑↑↑↑	↑↓	↑↓↑↓↑↓	↑↑□□□□	↑↓



## 3d- та 4f-метали – порівняння

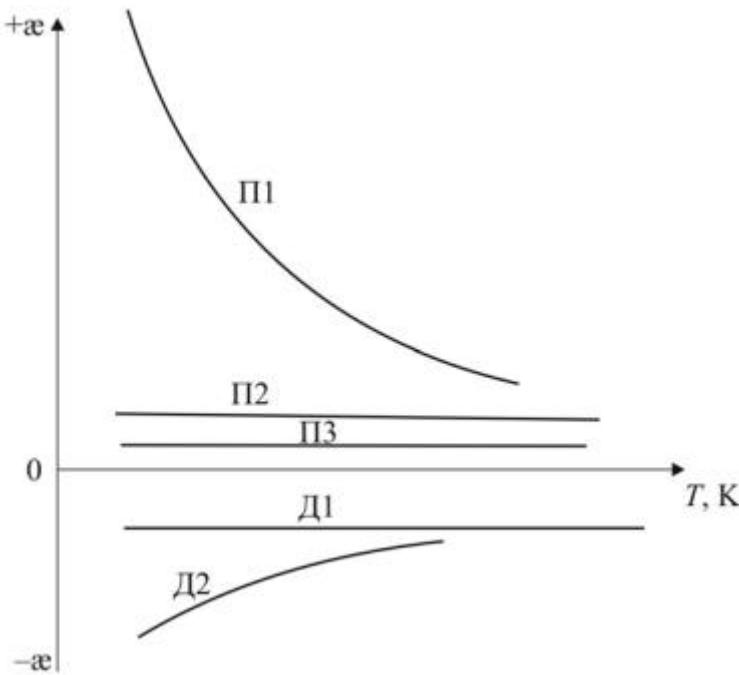
---

Відмінність магнітних властивостей іонів групи рідкісноземельних елементів від перехідних (3d) металів полягає в тому, що спінові моменти 4f-електронів сховані у внутрішній електронній оболонці рідкісноземельного елемента, радіус якої становить близько 0,3 Å.

З огляду на це феримагнітні матеріали (ферити), синтезовані на основі рідкісноземельних елементів, мають високу електромагнітну добротність (тобто малі втрати електромагнітної енергії).

Причина цього полягає в тому, що зв'язок активної «магнітної підсистеми», яка збуджується у феритах зовнішнім електромагнітним полем, з тепловими фононами (коливаннями кристалічної гратки, у яких втрачається частина прикладеної електромагнітної енергії) є слабким, тобто відбувається своєрідне «екранування» магнітноактивної підсистеми від теплових коливань.





Температурна залежність магнітної сприйнятливості  $\chi$  у разі слабкого магнетизму:

**П1** – ланжевенівській парамагнетик з  $\chi(T)$ , що змінюється за законом Кюрі;

**П2** – парамагнетизм у металах;

**П3** – Ван-Флеківський парамагнетизм;

**Д1** – діамагнетизм;

**Д2** – діамагнетизм у вуглецевих нанотрубках

Причиною однакової залежності електричних і магнітних параметрів речовини (температурного зниження  $\chi$  та  $\sigma$  за законом  $K/T$ ) є зростання інтенсивності теплових коливань з підвищенням температури. Фонони спричиняють розупорядкування як магнітного, так і діелектричного диполів, а також зниження дрейфової швидкості електронів.

## Температурна залежність магнітної сприйнятливості парамагнетиків

Температурну залежність магнітної сприйнятливості парамагнетиків для моделі невзаємодійних атомів, що перебувають у слабкому магнітному полі за достатньо високої температури (добре описує класична [формула Ланжевена](#)), згідно з якою магнітну сприйнятливість розраховують за формулою

$$\chi = \frac{NP^2}{3kT}$$

N – кількість парамагнітних атомів у одному молі речовини;  
 Т – температура; k – стала Больцмана;  
 т Р – магнітний момент атома.

З підвищеннем температури в разі незмінної напруженості поля підсилюється вплив теплового руху (який дезорієнтує магнітні моменти частинок), і магнітна сприйнятливість парамагнетиків знижується за законом Кюрі:

$$\chi = \frac{K}{T} \quad \text{де K – стала Кюрі.}$$

## Парамагнетизм-Механізм Пауля

Оскільки електрон володіє магнітним моментом, який приблизно дорівнює одному магнетону Бора, то можна було б очікувати, що електрони провідності в металах зроблять у намагніченість великий парамагнітний внесок, описуваний законом Кюрі:

$$\chi = \frac{N \mu_B^2}{3kT}$$

де  $N$  – об'ємна концентрація електронів, яка у металах  $10^{23} \text{ см}^{-3}$ .

Однак експериментальні дослідження показують, що сприйнятливість  $\chi$  неферомагнітних металів не залежить від температури, а її значення може становити лише близько 1 % від ghtl,fxytjyj механізмом Ланжевена.

Парамагнетизм електронів провідності настільки слабкий, що в багатьох металах діамагнетизм переважає над парамагнетизмом.

Як показав Паулі, слабкість парамагнетизму вільних електронів у металі пояснює квантова теорія, яка вважає, що електрони в металі підпорядковуються статистиці Фермі–Дірака.

Спіну електрона  $L_{eS}$  відповідає спіновий магнітний момент електрона  $P_{mS}$ , спрямований у протилежний бік відносно спінового магнітного моменту:

$$\vec{P}_{mS} = \gamma_S \vec{L}_{eS}. \quad \gamma_S = -\frac{e}{m}.$$

Коефіцієнт пропорційності  $\gamma$  – *гіромагнітне співвідношенням спінів*

Для систем електронів вводиться поняття  $g$ -фактору, або фактором спектроскопічного розщеплення  $g$  – відношення магнітного моменту системи, вираженого у магнетонах Бора, до моменту кількості руху системи, вираженого в одиницях  $\hbar$ .

$$g = \frac{\gamma \hbar}{\mu_B}$$



## Парамагнетизм-Механізм Пауля

Для електронного спіну  $g = 2.0023$ , але вважають, що  $g = 2.00$ .

Енергетичні рівні спіну вільного електрона (без орбітального моменту) в магнітному полі  $H$  розщеплюються на значення  $\Delta E = \pm \mu_B H$ .

(магнітне поле прикладено у напрямку, що збігається з додатною віссю  $z$ ).

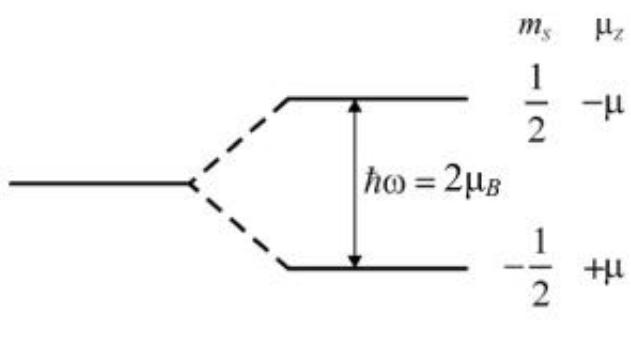
Для електрона напрямок магнітного моменту протилежний напрямку спіну. У низькоенергетичному стані магнітний момент паралельний магнітному полю.

Внутрішнє кристалічне магнітне поле так само, як і зовнішнє, приводить до розщеплення рівнів.

Властивості сполук 3d-елементів (оксидів, солей) відрізняються від властивостей 4f-елементів, у яких 4f-орбіталі містяться глибоко під 5s- і 5p-орбіталями і «екрановані» від електричних впливів.

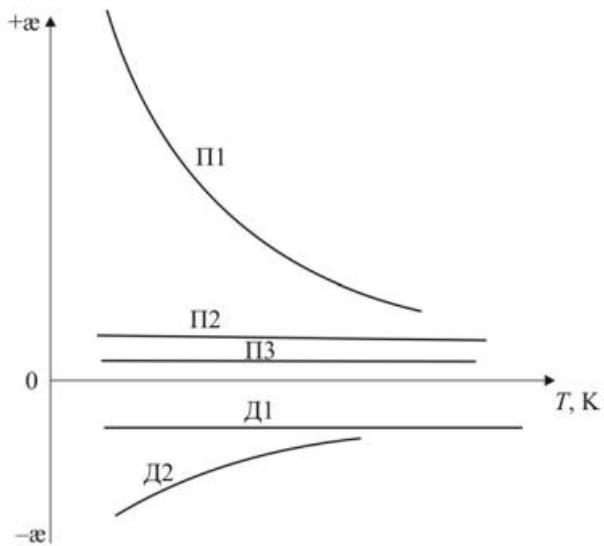
У хімічних сполуках 3d-елементів електрони d-орбіталей зазнають сильного впливу, створюваного сусіднimi iонами – внутрішнім кристалічним полем.

Розщеплення в цьому полі може зменшувати внесок в орбітальний магнітний момент.



$$\vec{P}_{mS} = \gamma_S \vec{L}_{eS}, \quad g = \frac{\gamma \hbar}{\mu_B}$$
$$\vec{P}_{mS} = \frac{\mu_B g}{\hbar} \vec{L}_{eS}, \quad L_{eS} = s \hbar$$
$$\vec{P}_{mS} = g \mu_B$$

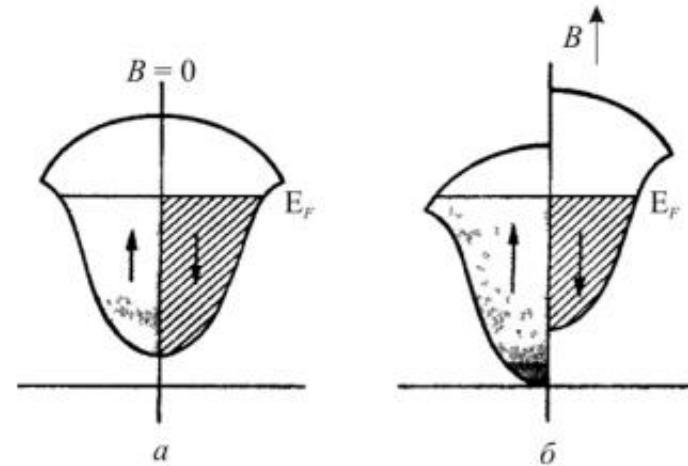




Густина станів  $N(E)$  максимальна в середині зони, причому в нижній половині зони вона зростає за параболічним законом. При відсутності нагрівання чи електричного поля електрони займають у зоні нижчі стани, а високі енергетичні рівні залишаються порожніми. Зайняті й порожні стани розділяє рівень Фермі з енергією  $E_F$ . Магнітне поле змінює енергію електронів.

## Парамагнетизм-Механізм Паулі

Пояснення температурної стабільності магнітної сприйнятливості, зумовленої слабким парамагнетизмом електронів провідності (лінія П2), ґрунтуються на статистиці Фермі-Дірака, яка описує рух електронів у металах. У металах немає забороненої зони, оскільки з  $2N$  рівнів зайнята лише нижня половина, тоді як верхня – це вакантні стани, легко заповнювані в разі збудження електронів. Заборонена зона є у напівпровідниках (кристал Si), оскільки всі зайняті стани у валентній зоні:



Заповнені електронами стани розділено на дві підзони: у лівій підзоні поміщені електрони з напрямком спіну «вгору», а у правій – з напрямком спіну «вниз». Без впливу магнітного поля кількість цих станів однаакова. Під дією зовнішнього магнітного поля утворюється надлишок станів зі спінами, напрямленими «вгору» – [механізм виникнення парамагнетизму Паулі](#).



## Температурна залежність $\chi$ при парамагнетизмі Паулі

У разі термічного збудження з енергією  $k_B T$  межа зайнятих і вільних станів «[розмивається](#)» відповідно до розподілу Фермі:

$$F(E) = \left\{ 1 + \exp\left[ \frac{E - E_F}{k_B T} \right] \right\}^{-1}.$$

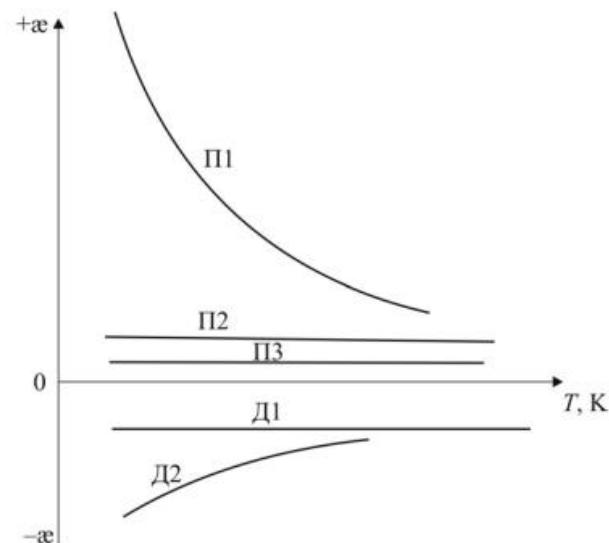
Для більшості електронів у металі [ймовірність](#) того, що спіновий момент під впливом зовнішнього поля повернеться в напрямку поля, дорівнює нулю, оскільки стани нижче від рівня Фермі зі спіном уздовж поля вже зайняті.

Лише у невеликої частині електронів з енергіями  $k_B T$  спіни мають змогу повернутися в напрямку поля, і в такий спосіб тільки частина від загальної кількості електронів (пропорційна  $k_B T$ ) робить внесок у магнітну сприйнятливість.

Таким чином магнітна сприйнятливість мала б зростати з ростом температури пропорційно до  $T$ .

**Але**

Діє протилежний механізм: через теплові коливання кристалічної гратки, інтенсивність яких пропорційна  $T$ ,  $\chi$  має зменшуватися з підвищеннем температури як [Результат](#) - механізм Паулі передбачає незалежність магнітної сприйнятливості від температури



## Парамагнетизм металів-підсумок

---

Парамагнетизм валентних електронів більшості металів робить невеликий внесок у магнітну сприйнятливість, яка не підпорядковується закону Кюрі й не залежить від температури.

Хвильові функції валентних електронів у твердому тілі вже не мають атомного характеру, але кожний помітний за імпульсом енергетичний стан валентного електрона має два спінові стани. У валентній зоні всі «глибинні» рівні (нижчі від рівня Фермі) повністю заповнені електронами з протилежними спінами, тому ці електрони не можуть орієнтувати спінові моменти прикладеним ззовні магнітним полем.

До переорієнтації чутливі тільки частина електронів у смузі  $k_B T$  поблизу енергії Фермі, набагато більшої від теплової енергії:  $E_F >> k_B T$ .

Кількість електронів, здатних до переорієнтації зовнішнім магнітним полем, збільшується пропорційно температурі металу  $T$ , але сприйнятливість у цьому разі не зростає, оскільки тепловий рух руйнує орієнтацію спінів електронів з інтенсивністю обернено пропорційно до  $T$ , що пояснює температурну незалежність магнітної сприйнятливості вільних електронів металу.

---

Парамагнетизм  $d$ - і  $f$ -електронів у перехідних металах і лантаноїдах відповідає орієнтаційному механізму Ланжевена-Кюрі. Для перехідних металів спостерігається зростання парамагнітної сприйнятливості в міру наближення їх порядкового номера до «тріади заліза» (Fe-Co-Ni).

*На початку ряду калій і кальцій діамагнітні, оскільки в них  $d$ -оболонка не містить електронів. У кінці ряду перехідних металів діамагнітними є мідь і цинк, оскільки їх  $d$ -оболонка заповнена. Подібна ситуація спостерігається й у лантаноїдах : лантан (з порожньою  $f$ -оболонкою) і лютецій (із цілком заповненою  $f$ -оболонкою) – діамагнітні.*

---

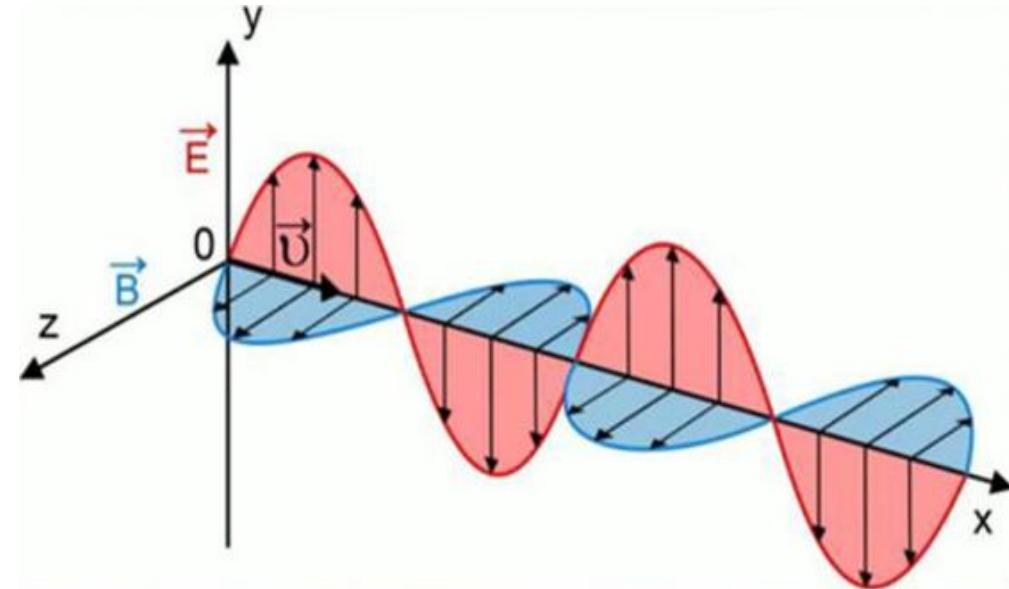


---

## Лекція 10

### Електромагнітні коливання

1. Вільні електромагнітні коливання
2. Генератор змінного струму
3. Змінний струм
4. Трансформатори. Види
5. Електромагнітне поле
6. Рівняння Максвела
7. Електромагнітні хвилі



**Електричними (електромагнітними) коливаннями** називають періодичну зміну заряду на ємностях електричних кіл або періодичну зміну електричного струму на індуктивних чи дисипативних (омічних) ділянках кіл. Таке означення електричних коливань передбачає їх опис через заряди конденсаторів кіл або через струми активних чи індуктивних опорів кіл.

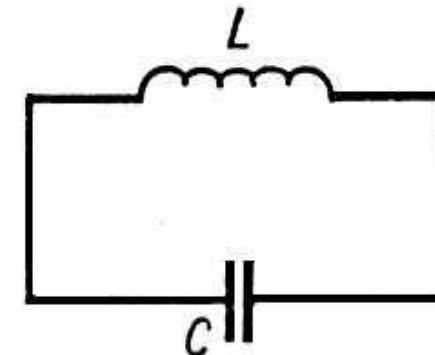
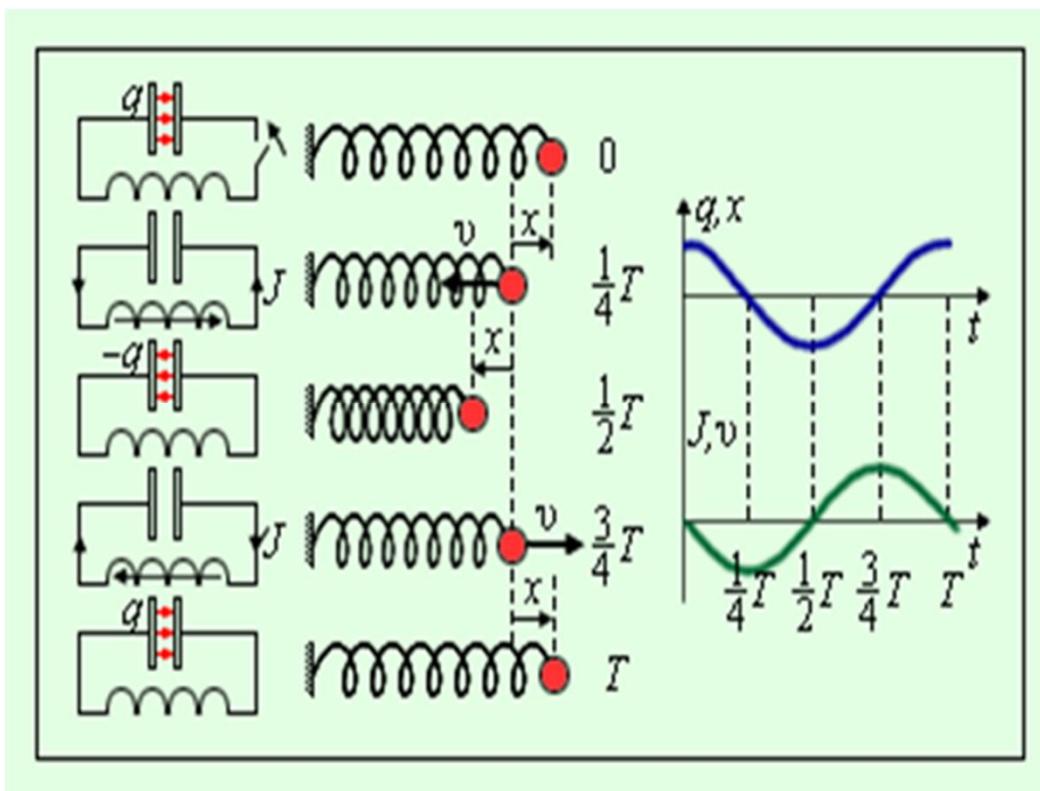


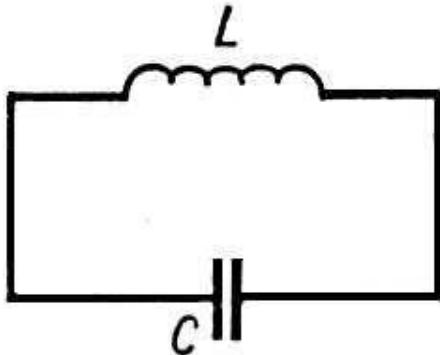
## Власні незгасаючі електромагнітні коливання у коливальному контурі

**Коливальним контуром** називається система, що складається з конденсатора ємністю  $C$  та катушки індуктивностю  $L$ , з'єднаних провідниками.

Контур вважається **ідеальним** у випадку **нескінченно малого опору** катушки та провідників ( $R \rightarrow 0$ ).

У цьому випадку будуть здійснюватися коливання заряду обкладинок  $q$  конденсатора, напруги  $U$  на ньому та сили струму  $i$  в катушці.





Диференціальне рівняння власних коливань у ідеальному коливальному контурі

За другим правилом Кірхгофа  $U_C = \mathcal{E}_{si}$ . Врахуємо, що  $U_C = \frac{q}{C}$ ,  $\mathcal{E}_{si} = -L \frac{di}{dt}$ ,  $i = \frac{dq}{dt}$ , тоді  $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$  і отримаємо:

$$\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 / : L$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

Позначивши  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , отримаємо диференціальне рівняння власних електромагнітних коливань

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

та його розв'язок:  $q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$



## Характеристики власних електромагнітних коливань

---

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

Врахувавши позначення

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

для циклічної частоти власних коливань у коливальному контурі отримаємо вираз:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

а для періоду

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \text{ (формула Томсона)}$$

Якщо заряд на обкладинках конденсатора змінюється за законом косинуса

$$q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

то напруга на обкладинках:  $U = \frac{q}{C} = \frac{q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)}{C} = \frac{q_{max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) =$

$$U_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$
$$U = U_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

де  $U_{max} = \frac{q_{max}}{C}$  - амплітуда напруги

Коливання напруги і заряду відбуваються у одній фазі



## Характеристики власних електромагнітних коливань

Якщо заряд на обкладинках конденсатора змінюється за законом косинуса

$$q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

то напруга на обкладинках:  $U = \frac{q}{C} = \frac{q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)}{C} = \frac{q_{max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$$U = U_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

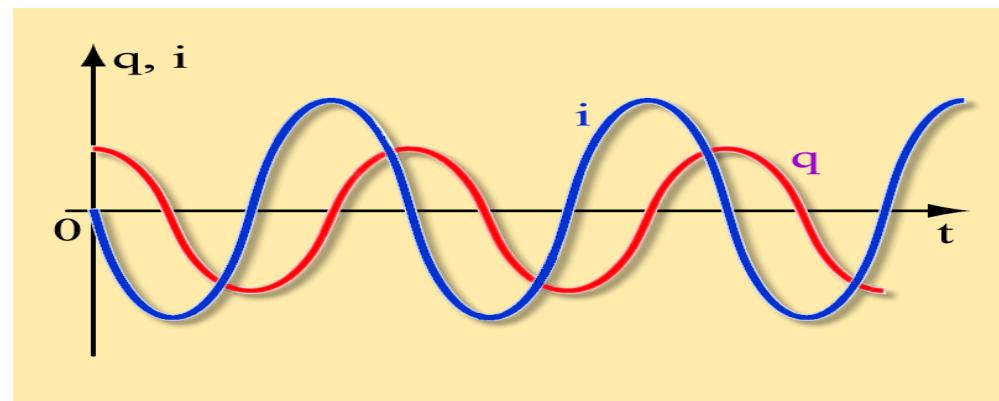
де  $U_{max} = \frac{q_{max}}{C}$  - амплітуда напруги

Коливання напруги і заряду відбуваються у одній фазі

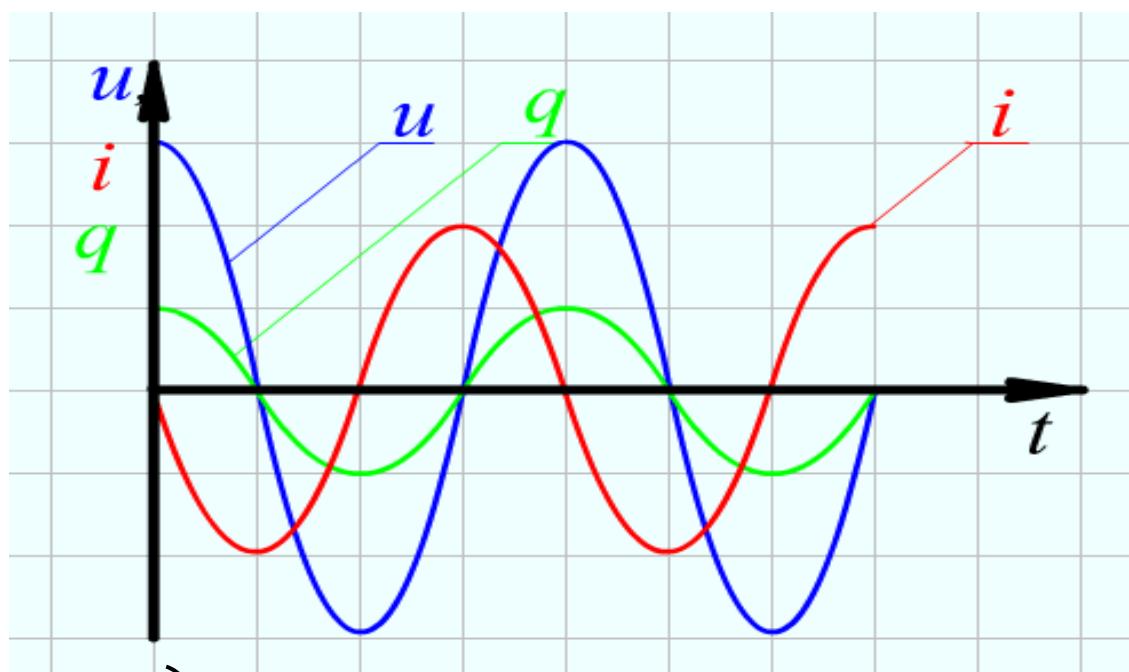
Сила струму в контурі при зміні заряду за законом  $q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$  визначається як похідна від заряду за часом

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = -q_{max} \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= i_{max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

де  $i_{max} = q_{max} \omega_0$  - амплітуда струму



## Характеристики власних електромагнітних коливань



$$q = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$U = U_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$i = i_{max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

## Затухаючі (згасаючі) коливання

---

В реальних коливальних системах відбувається зменшення їх амплітуди внаслідок втрати енергії: перетворення в теплоту через тертя в механічних коливальних системах, омічні втрати та випромінювання електромагнітної енергії в електричних коливальних системах.

Розглянемо згасаючі коливання в лінійних коливальних системах, в яких параметри, що визначають фізичні властивості системи, під час процесу коливань не змінюються.

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad \frac{r}{m} = 2\beta, \frac{k}{m} = \omega_0^2$$

тут  $\beta = \frac{r}{2m}$  - коефіцієнт згасання,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – циклічна частота згасаючих коливань,

$A = A_0 e^{-\beta t}$  - амплітуда згасаючих коливань.

Період згасаючих коливань  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$



## Характеристики згасаючих коливань

**Часом релаксації  $\tau$**  називається час, протягом якого амплітуда згасаючих коливань зменшується в  $e$  разів

$$\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = e; \quad e^{\beta\tau} = e; \quad \beta\tau = 1$$

Отже, час релаксації є величина, обернена до коефіцієнта згасання  $\tau = \frac{1}{\beta}$

**Декрементом**

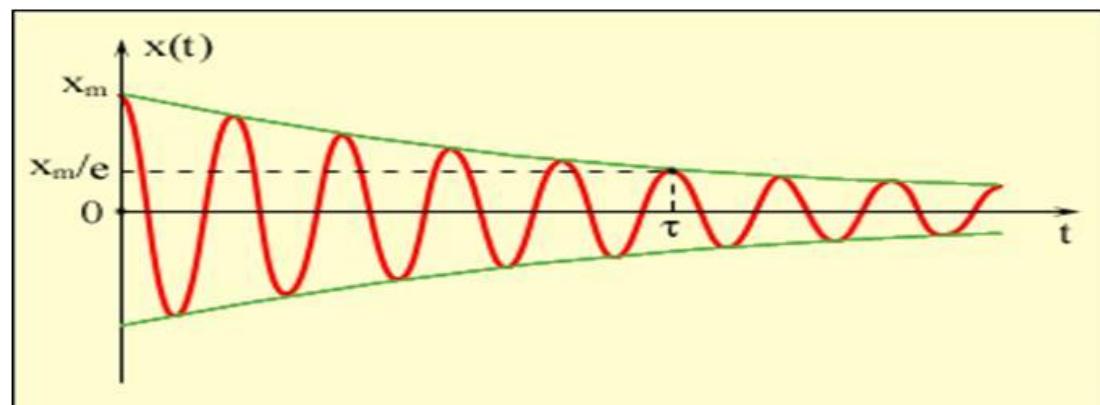
**згасання** називається

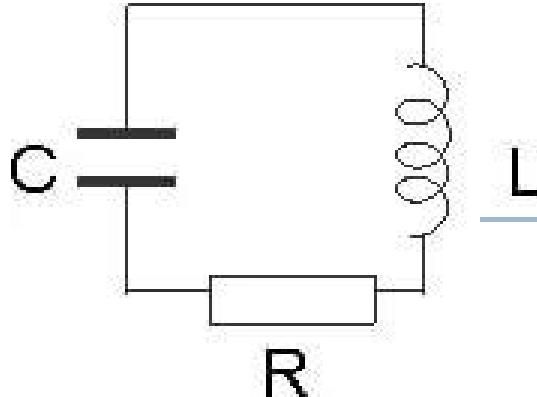
відношення амплітуд двох послідовних коливань  $\frac{A(t)}{A(t+T)}$

а **логарифмічним декрементом згасання  $\delta$**  – натуральний логарифм цього відношення.

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$$

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln e^{\beta T} = \beta T$$





Згасаючі коливання у реальному коливальному контурі

В реальному коливальному контурі електромагнітні коливання є **згасаючими**, оскільки початкова енергія витрачається на нагрівання провідників відповідно до закону Джоуля-Ленца. Опором котушки та провідників у цьому випадку знехтувати не можна і друге правило Кірхгофа потрібно записати з врахуванням спаду напруги на опорі  $R$ :

$$U_R + U_C = \mathcal{E}_{si}$$

$$IR + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}$$

$$IR + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 / : L$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

Ввівши позначення  $\frac{R}{L} = 2\beta$  та  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , отримаємо диференціальне рівняння згасаючих електромагнітних коливань :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$



$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$

Згасаючі коливання у реальному коливальному контурі

Розв'язком цього рівняння є вираз вигляду:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

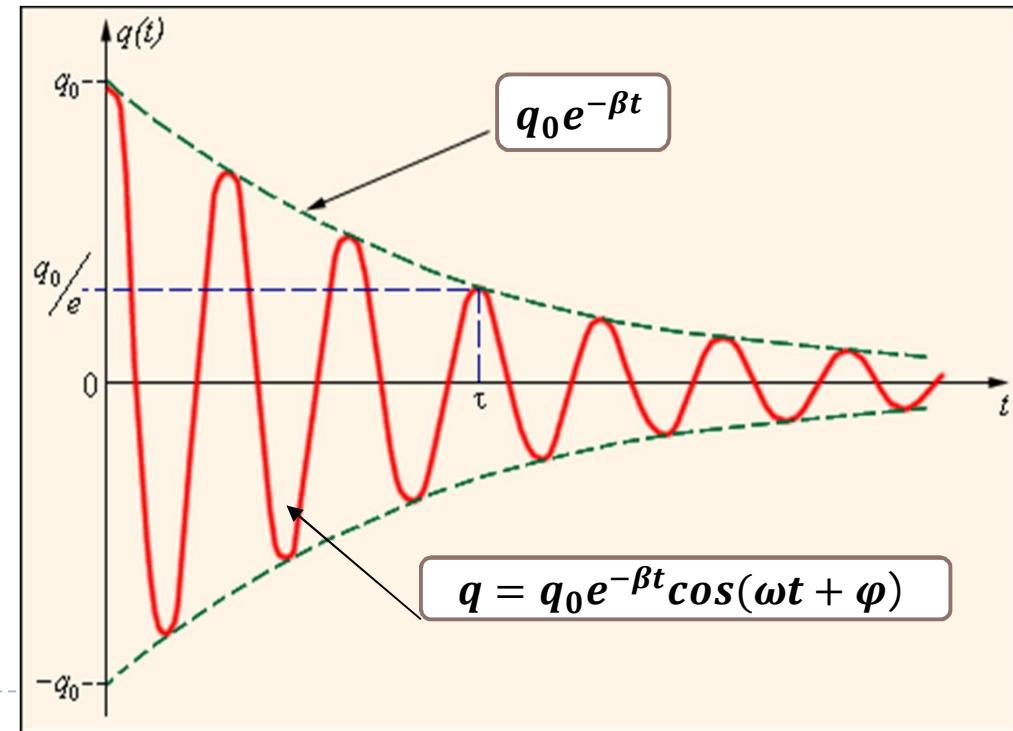
де  $\beta = \frac{R}{2L}$  – коефіцієнт згасання,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – циклічна частота згасаючих коливань,

$q = q_0 e^{-\beta t}$  – амплітуда згасаючих коливань.

Період згасаючих коливань

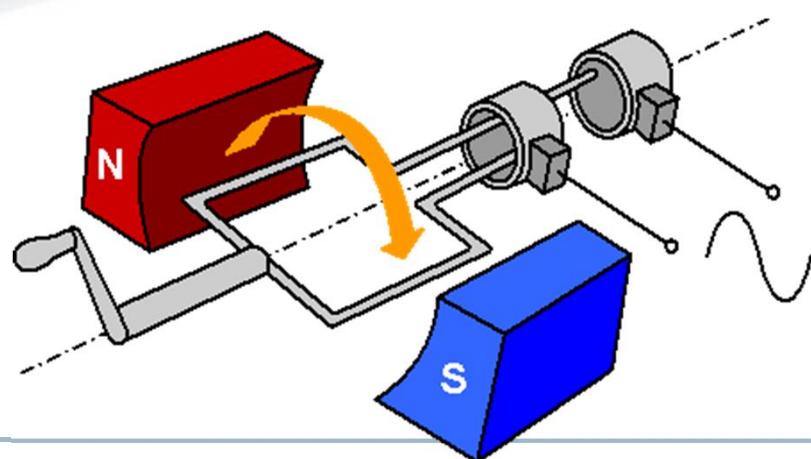
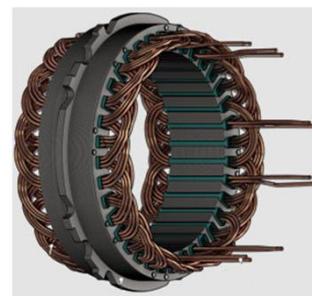
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$



## Змінний струм (вимушені електромагнітні коливання)

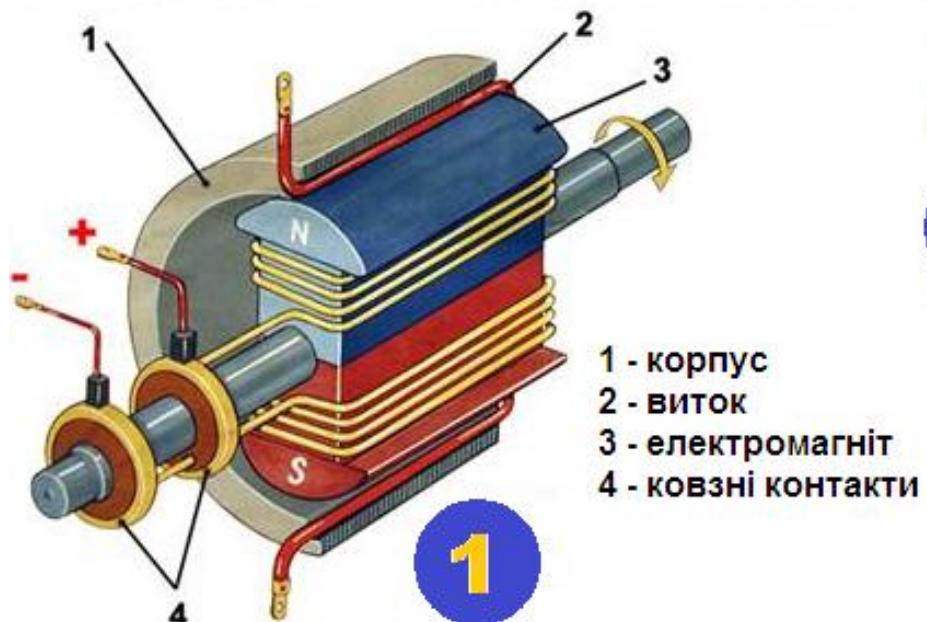
Генератор вимушених коливань - електричний пристрій, який перетворює механічну енергію в електричну

Основні конструктивні елементи генератора змінного струму



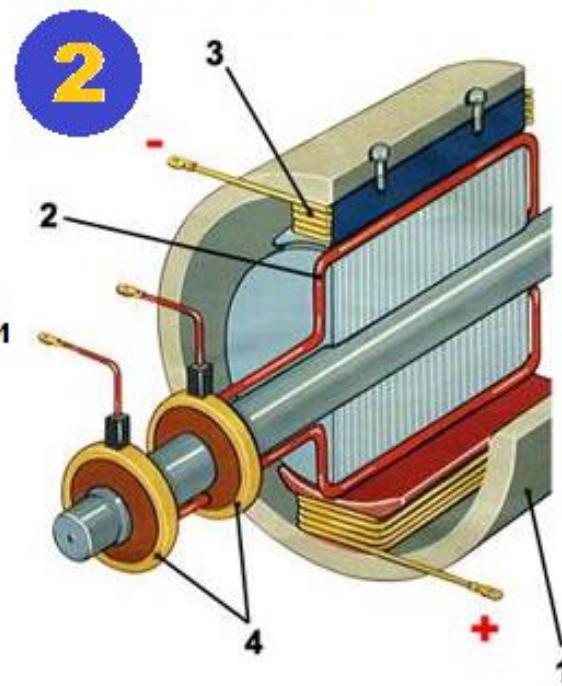
## Генератор змінного струму

Можливі **два варіанти** реалізації генерування змінного струму:



Виток, у якому індукується струм - нерухомий, магніт обертається

Виток, у якому індукується струм, обертається відносно нерухомого магніта



## Змінний струм

Розглянемо **електромагнітний коливальний контур**, в якому крім ємності, індуктивності, опору є ще і генератор змінної ЕРС

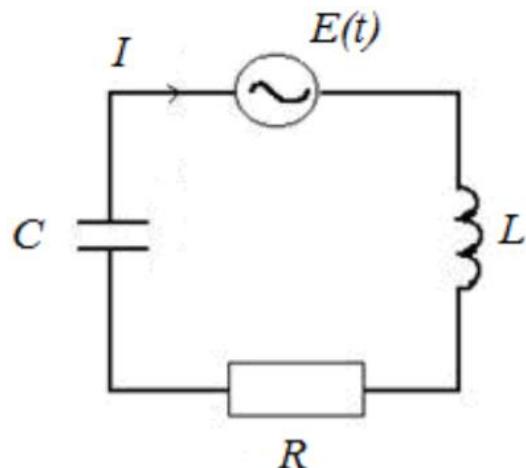
$$E(t) = E_0 \cos \omega t,$$

тобто джерело електричної енергії.

Очевидно, що в такому контурі з часом встановляться **вимушені коливання струму** з частотою генератора  $\omega$  і з постійною амплітудою; підведення енергії від генератора буде в точності компенсувати втрати енергії на опорі.

Згідно з другим правилом Кірхгофа:

$$\frac{q}{C} + IR = -L \frac{dI}{dt} + E_m \cos \omega t.$$



Ввівши позначення  $2\beta = R/L$ ,  $\omega_0^2 = 1/LC$  і замінивши  $I$  через  $q'$ , а  $dI/dt$  через  $q''$ , прийдемо до рівняння

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = \frac{E_m}{L} \cos \omega t$$

З математичної точки зору можна написати частинний розв'язок цього рівняння:

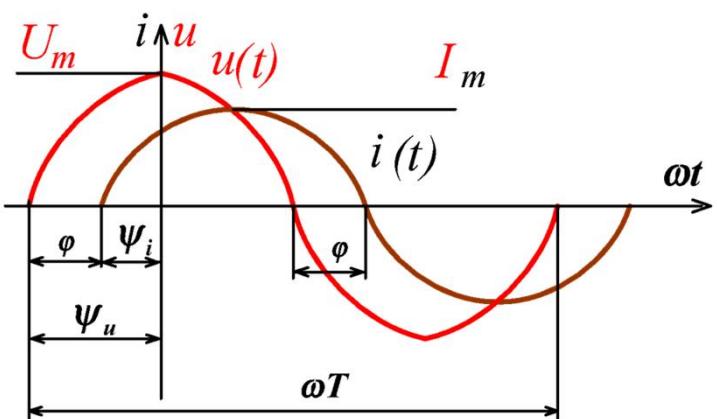


## Змінний струм (напруга)

Змінним називається струм  $i(t)$  (напруга  $u(t)$ ), періодично змінюється в часі за довільним законом

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$



$u(t)$ ,  $i(t)$  або  $u$ ,  $i$  – миттєві значення функцій, тобто їх значення в довільно обраний момент часу

$U_m$ ,  $I_m$  – амплітудні (максимальні) значення функцій

$(\omega t + \psi)$  – фаза, що визначається в момент часу

$\psi_u$ ,  $\psi_i$  – початкові фази функцій, що визначають їх значення в момент  $t=0$ , залежать від вибору початку відліку часу

$\varphi = \psi_u - \psi_i$  – кут зсуву фаз (різниця початкових фаз) між напругою і струмом, не залежить від вибору початку відліку часу

**T – називається періодом**       $f = \frac{1}{T}$  – частота.

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$  [c<sup>-1</sup>] або [рад/c] – кутова частота

## Змінний струм

Середнє значення  $F_{cp}$  довільної функції часу  $f(t)$  за інтервал часу  $T$  визначається за формулою

$$F_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot dt$$

Для змінного синусоїdalного струму (напруги) середнє значення визначають за половину періоду ( $T/2$ ) між двома нульовими значеннями

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_m \sin \omega t \cdot dt = \frac{2I_m}{\omega T} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \omega t \cdot d(\omega t) = \frac{2I_m}{2\pi \cdot T} [-\cos \omega t]_0^{\frac{\pi}{2}} \approx \frac{2I_m}{\pi} \approx 0,637 \cdot I_m$$

Діючі значення змінного струму (напруги) визначається як середньоквадратичне значення функції за період

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \cdot \frac{1}{2} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot I_m$$

В електроенергетиці прийнято всі теоретичні розрахунки та експериментальні вимірювання виконувати для діючих значень струмів і напруг.

коefіцієнт амплітуди  $K_a = \frac{I_m}{I} = \frac{U_m}{U} = \sqrt{2} \approx 1,41$

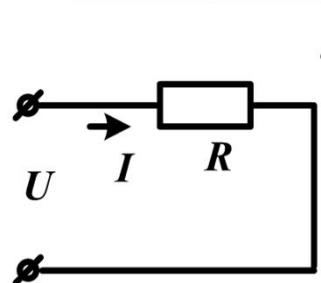


коefіцієнт форми

$$K_\phi = \frac{I}{I_{cp}} = \frac{U}{U_{cp}} = \frac{0,707}{0,637} \approx 1,11$$

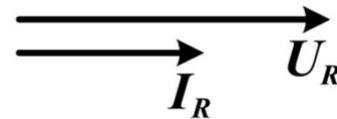
$$u = U_m \sin \omega t \Leftrightarrow \dot{U} = U e^{j\theta}$$

Змінний струм



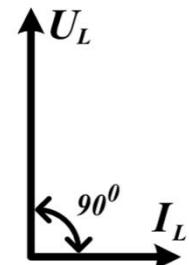
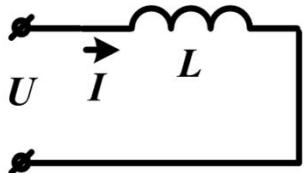
$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t \quad \dot{I} = I e^{j\theta}$$

– резистор  $R$



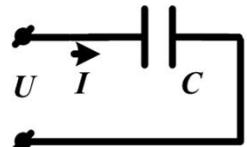
$$i = \frac{1}{L} \int u_L \cdot dt = I_m \sin(\omega t - 90^\circ) \quad \dot{I} = I e^{-j90^\circ} \quad I_m = \frac{U_m}{X_L}, I = \frac{U}{X_L}$$

$X_L = \omega L$  – індуктивний опір катушки



$$i = C \frac{du}{dt} = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad \dot{I} = I e^{j90^\circ}$$

$$I_m = \frac{U_m}{X_C}, I = \frac{U}{X_C}$$



$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \text{– ємнісний реактивний опір}$$



## Резонанс

---

В електричному колі, яке містить катушки індуктивністю  $L$  й конденсатори  $C$ , можливі вільні гармонічні коливання енергії між магнітним полем катушки

$$\text{та електричним полем конденсатора } W_3 = \frac{Cu^2}{2} \quad W_M = \frac{Li^2}{2}$$

В резонансному режимі коливання енергії між магнітними й електричними полями замикаються всередині кола

Обмін енергією між джерелом та колом відсутній

Умова для резонансного режиму через параметри елементів схеми:

- входний опір  $Z_{bx}=R_{bx}$
- входна провідність  $Y_{bx}=G_{bx}$

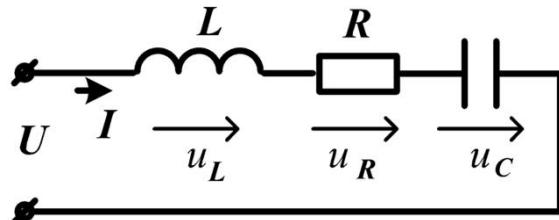
схеми з боку виводів джерела енергії повинні мати чисто активний характер



## Резонанс

---

Резонанс в колі з послідовним з'єднанням джерела енергії й реактивними елементами  $L$  та  $C$  отримав назву резонансу напруг.



Умова резонансу напруг:

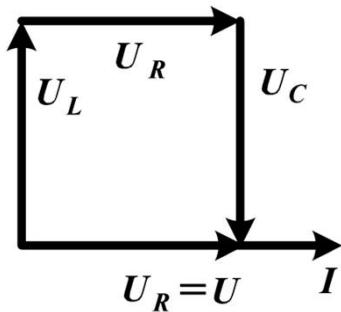
$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{— резонансна або власна частота.}$$

З отриманої рівності слідує, що резонансного режиму в колі можна досягти зміною параметрів елементів  $L$  та  $C$  або частоти джерела  $\omega$ .

В резонансному режимі повний опір схеми має мінімальне значення й рівне активному опору:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R,$$

Струм максимальний і збігається за фазою з напругою джерела:  $I = U/R$ ;  $\varphi = 0$ .



Напруга на резисторі рівна напрузі джерела:  $U_R = IR = U$ .

Напруга на реактивних елементах рівні за модулем, протилежні за фазою й взаємно компенсують один одного:

$$U_L = IX_L = \frac{U}{R}X_L \quad U_C = -IX_C = -\frac{U}{R}X_C.$$

Напруги на реактивних елементах

$$U_L = U_C = U \frac{X_L}{R} = U \frac{X_C}{R}$$

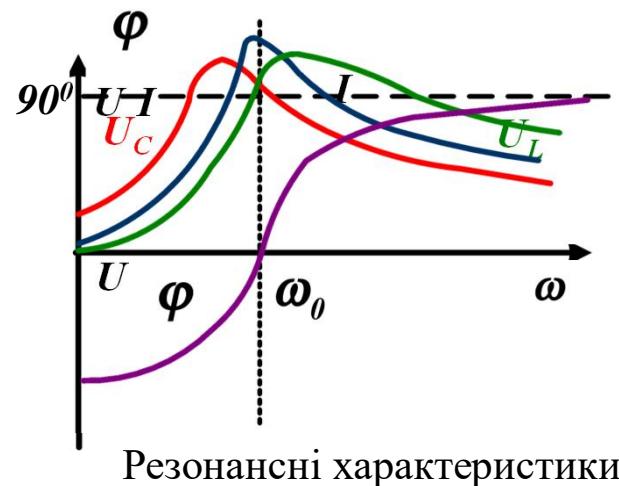
можуть значно перевищувати напругу джерела  $U$  за умови, що  $X_L = X_C \gg R$ .

## Резонанс

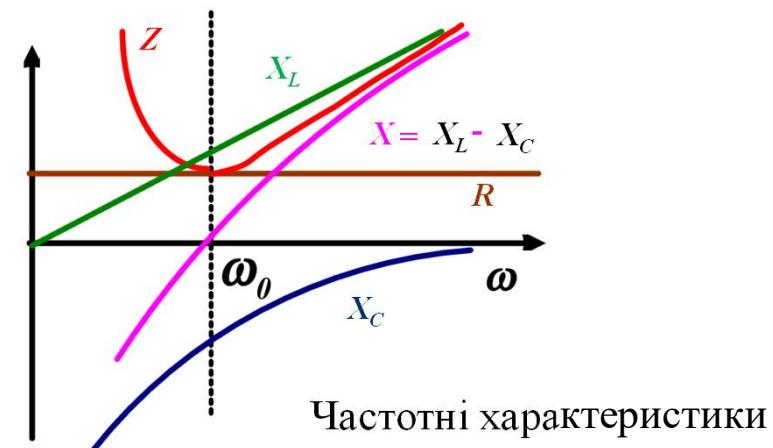
Властивості такого кола як коливального контуру характеризують наступні параметри:

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad - \text{хвильовий опір,}$$

$$Q = \frac{\rho}{R} \quad - \text{добротність контура.}$$



Резонансними характеристиками називаються залежності режимних параметрів від частоти:  $U_L, U_C, I, \varphi = f(\omega)$



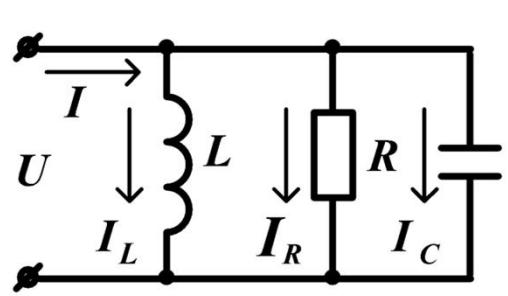
Частотними характеристиками контура називаються залежності опорів окремих елементів та ділянок від частоти  $X_L(\omega), X_C(\omega), Z(\omega), X_C(\omega)$



## Резонанс

Резонанс в колі з паралельним з'єднанням джерела енергії й реактивних елементів  $L$  та  $C$  отримав назву резонансу струмів.

$$\text{Умова резонансу струмів: } b = b_L - b_C = 0 \quad b_L = b_C$$



$$\frac{1}{\omega_0 L} - \omega_0 C = 0 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

**C** В резонансному режимі повна провідність схеми рівна активній провідності й має мінімальне значення:

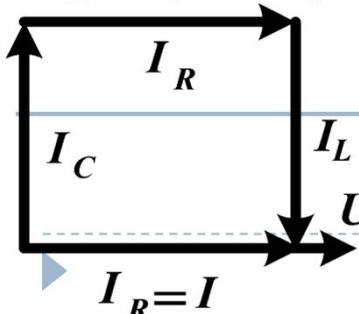
$$Y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = g \quad g = \frac{1}{R}, \quad b_L = \frac{1}{\omega \cdot L}, \quad b_C = \omega \cdot C$$

Струм джерела також мінімальний й збігається за фазою з напругою джерела ( $\varphi = 0$ ):  
 $I = UY = Ug$ .

Струми в гілках з реактивними елементами  $I_L = -Ub_L$ ,  $I_C = Ub_C$  рівні за модулем,

протилежні за фазою й компенсують один одного

Струм в резисторі  $R$  рівний струму джерела ( $I = I_R = Ug$ ).



За умови, що  $b_L = b_C \gg g$  струми в реактивних елементах  $I_L = I_C$  можуть значно перевищувати струм джерела  $I$

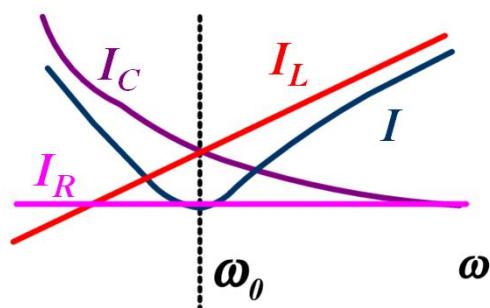
**E**лектричне коло з паралельним з'єднанням елементів  $R$ ,  $L$  та  $C$  в техніці отримало назву паралельного коливального кола.

## Резонанс

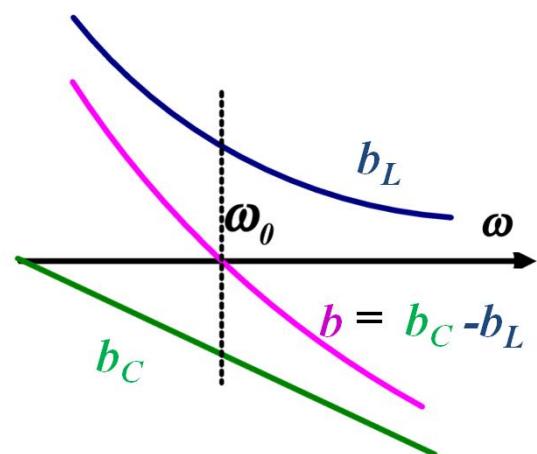
Властивості такого кола як коливального контура характеризують наступні параметри:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ - резонансна частота; } \gamma = \frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C = \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ - хвильова провідність;}$$

$$Q = \frac{\gamma}{G} \text{ - добротність контура.}$$



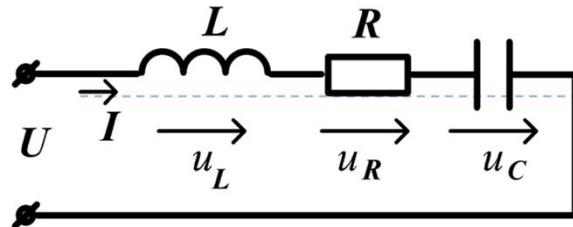
Резонансні характеристики паралельного контура  
 $I_L(\omega), I_C(\omega), I_R(\omega), I(\omega)$



Частотні характеристики провідностей окремих елементів  
 $b_L(\omega), b_C(\omega), b(\omega)$



## Електричне коло з послідовним з'єднанням елементів $R$ , $L$ та $C$



$$i = I_m \sin \omega t \Leftrightarrow \dot{I} = I e^{j\theta}$$

рівняння в комплексній формі

$$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_R + \dot{U}_C = \dot{I}R + \dot{I}jX_L - \dot{I}jX_C = \dot{I}(R + jX_L - jX_C) = \dot{I}\underline{Z}$$

где  $\underline{Z} = (R + jX_L - jX_C)$  – комплексний опір,

$X = X_L - X_C$  – реактивний опір

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$  – аргумент комплексного опору або кут зсуву фаз між напругою та струмом на вході схеми

При  $\varphi > 0$ , при цьому коло має активно-індуктивний характер

при  $\varphi < 0$  – коло має активно-емнісний характер.

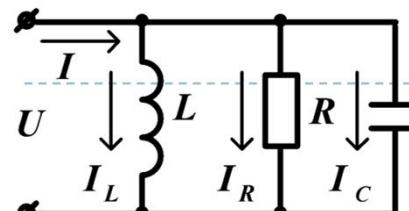
Рівняння закону Ома для послідовної схеми матиме вигляд

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)} \quad \text{– в комплексній формі,}$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \quad \text{– в звичайній формі для модулів}$$



## Електричне коло з паралельним з'єднанням елементів $R$ , $L$ та $C$



$$u = U_m \sin \omega t \Leftrightarrow \dot{U} = U e^{j\theta}$$

рівняння в комплексній формі

$$\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_R + \dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{R} + \frac{\dot{U}}{jX_L} + \frac{\dot{U}}{-jX_C} = \dot{U}(G - jB_L + jB_C) = \dot{U} \underline{Y}$$

$\underline{Y}$  – комплексна провідність

$$\underline{Y} = G - jB_L + jB_C = G - jB$$

$G = \frac{1}{R}$  – активна провідність

$B_L = \frac{1}{X_L}$  – індуктивна провідність

$B_C = \frac{1}{X_C}$  – ємнісна провідність

$B = B_L - B_C$  – реактивна (еквівалентна) провідність

$\underline{Y} = \sqrt{G^2 + B^2}$  – модуль комплексної провідності або повна провідність

$\phi = \operatorname{arctg} \frac{B_L - B_C}{G}$  – аргумент комплексної провідності або кут зсуву фаз між напругою та струмом на вході схеми

При  $(B_L - B_C) > 0$  и  $\phi > 0$  – коло в цілому має активно-індуктивний характер

при  $(B_L - B_C) < 0$  и  $\phi < 0$  – коло в цілому має активно-ємнісний характер





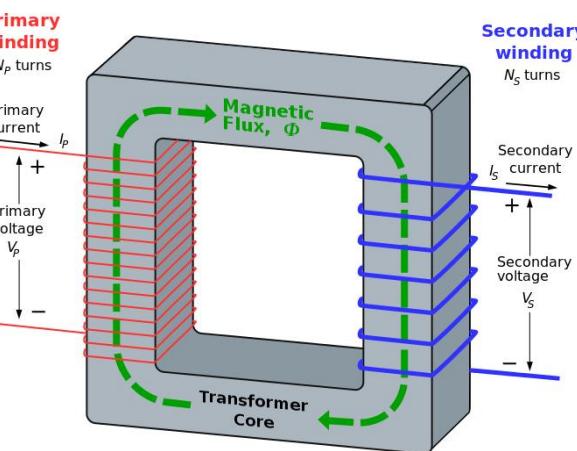
## Трансформатор

Трансформа́тор(від лат. *transformo* — перетворювати) — пристрій для перетворення параметрів (амплітуд і фаз) напруг і струмів. Трансформатори широко застосовуються в лініях електропередач, в розподільних та побутових пристроях.

Найпростіший трансформатор складається з обмоток на спільному осерді. Одна з обмоток під'єднана до джерела змінного струму. Ця обмотка називається первинною. Інша обмотка, вторинна, служить джерелом струму для навантаження.

Створений струмом у первинній обмотці змінний магнітний потік викликає появу е.р.с. у вторинній обмотці, оскільки обидві обмотки мають спільне осердя. Співвідношення е.р.с. у вторинній обмотці й напруги на первинній залежить від кількості витків у обох обмотках.

$$\text{В ідеальному випадку: } \frac{U_S}{U_P} = \frac{N_S}{N_P} = \frac{I_P}{I_S}$$



Таким чином, перетворення напруги й сили струму в трансформаторів визначається кількістю витків у первинній та вторинній обмотках. Напруга пропорційна кількості витків, тоді як сила струму обернено пропорційна їй.

## Трансформатор

### Різновиди

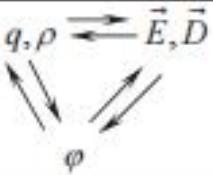
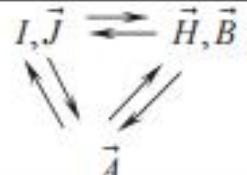
**Силовий трансформатор** — стаціонарний прилад з двома або більше обмотками, який за допомогою електромагнітної індукції перетворює систему змінної напруги та струму в іншу систему змінної напруги та струму, як правило, різних значень при тій же частоті з метою передачі електроенергії без зміни її потужності при передаванні.

**Автотрансформатор** — трансформатор, дві або більше обмоток якого мають спільну частину. Це є варіант виконання силового трансформатора, в якому первинна і вторинна обмотки з'єднані безпосередньо, і мають за рахунок цього не тільки електромагнітний зв'язок, а й електричний.

**Вимірювальний трансформатор** — трансформатор, призначений для передачі інформаційного сигналу вимірювальним приладам, лічильникам, пристроям захисту і (або) керування. Вимірювальні трансформатори поділяються на трансформатори струму і трансформатори напруги.

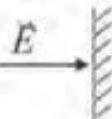
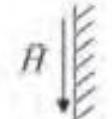


## Узагальнення

 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}, \frac{\Phi}{\text{м}}$	$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$ <b>Сила Лоренца</b> $\sigma = \sigma_{Co}\sigma_r$ $\sigma_{Co} = 5,7 \cdot 10^7, \frac{\text{С}_\text{м}}{\text{м}}$ Закон Ома у диференціальній формі: $\vec{J}_{\text{np}} = \sigma \vec{E}$	 $\mu = \mu_r \mu_0$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}, \frac{\Gamma_\text{Н}}{\text{м}}$
$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon r^2} \vec{l}_r,$ $\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon r^3} \vec{r},$ де $\vec{r} = \vec{l}_r / r$	$\vec{F}_u = \frac{q_{u1} q_{u2}}{4\pi \mu r^2} \vec{l}_r$ $d\vec{H} = \frac{\vec{l} dl}{4\pi r^2} \times \vec{l}_r$	
$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$	$\vec{H} = \frac{\vec{F}_u}{q_u}$	
$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$	$\vec{B} = \mu \vec{H}$	
$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_\Sigma$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = q_{u\Sigma} = 0$	
$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$	$\operatorname{div} \vec{B} = \rho_u = 0$	
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_\Sigma$	



## Узагальнення

$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$	$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}$
$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi$ $\varphi = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} + C$	$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{A}$
$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{D} dV$	$\int_I \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S}$
$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon}$	$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$
$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho}{r} dV$	$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}}{r} dV = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{I}}{r} d\vec{l}$
Границі умови	
$E_{r1} = E_{r2}$	$H_{r1} - H_{r2} = J_{\text{зов}}$
$D_{n1} - D_{n2} = \rho_s$	$B_{n1} = B_{n2}$
Границі умови, якщо одне з середовищ – ідеальний провідник $(E_2 = 0, H_2 = 0, D_2 = 0, B_2 = 0)$	
$E_{r1} = 0$ $E_{n1} \neq 0$	
$H_{r1} \neq 0$ $H_{n1} = 0$	
Електрична ємність	
$C = \frac{q}{U}$	$L = \frac{\psi}{I}$
Енергія	
$W_E = \frac{CU^2}{2}$	$W_H = \frac{LI^2}{2}$
$W_E = \int_V \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dV = \int_V \frac{\epsilon E^2}{2} dV$	$W_H = \int_V \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2} dV = \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV$



## Утворення і поширення електромагнітних хвиль.

---

Існування **електромагнітних хвиль** було теоретично передбачено великим англійським фізиком Дж. Максвеллом в 1864 році.

Максвелл проаналізував усі відомі на той час закони електродинаміки й зробив спробу застосувати їх до мінливих у часі електричного й магнітного полів. Максвелл увів у фізику поняття вихрового електричного поля й запропонував нове трактування закону електромагнітної індукції, відкритого Фарадеєм в 1831 р.:

**Будь-яка зміна магнітного поля породжує в навколошньому просторі вихрове електричне поле, силові лінії якого замкнені.**

Максвел висловив гіпотезу про існування й зворотного процесу:

**Змінне в часі електричне поле породжує в навколошньому просторі магнітне поле.**

Ця гіпотеза була лише теоретичним припущенням, що не має експериментального підтвердження, однак на її основі Максвелу вдалося записати несуперечливу систему рівнянь, що описують взаємні перетворення електричного й магнітного полів, тобто систему рівнянь електромагнітного поля (рівнянь Максвела).



## Рівняння Максвела

---

Рівняння	Форма		Коментарі
	Диференціальна	Інтегральна	
1. Закон повного струму, або круговий закон Ампера (1-е рівняння)	$\operatorname{rot} \vec{H}(t) = \vec{J}_{\text{пр}}(t) + \vec{J}_{\text{зм}}(t) + \vec{J}_{\text{стор}}(t)$ $\operatorname{rot} \vec{H}(t) = \sigma \vec{E}(t) + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} + \vec{J}_{\text{стор}}(t)$	$\oint \vec{H}(t) \cdot d\vec{l} = I_{\text{пр}}(t) + I_{\text{зм}}(t) + I_{\text{стор}}(t)$	Закон повного струму – струми різної природи створюють вихрове магнітне поле. Інтегральна форма свідчить, що циркуляція вектора $H$ дорівнює сумі струмів різної природи, які охоплені цим контуром. Змінне у часі електричне поле створює магнітне поле.
2. Закон Фарадея (2-е рівняння)	$\operatorname{rot} \vec{E}(t) = - \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}(t)}{\partial t}$	$\oint \vec{E}(t) \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial \int_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{S}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \int_S \vec{H}(t) \cdot d\vec{S}}{\partial t}$	Магнітне поле, яке змінюється у часі, створює вихрове електричне поле.
3. Закон Гаусса (3-е рівняння)	$\operatorname{div} \vec{D}(t) = \operatorname{div} \varepsilon \vec{E}(t) = \rho(t)$	$\oint \vec{D}(t) \cdot d\vec{S} = q(t)$	Заряд, що змінюється у часі, створює змінне електричне поле. Потік вектора $\vec{D}$ є зарядом.



## Рівняння Максвела

---

4. Закон неперервності силових ліній магнітного поля (4-е рівняння)	$\operatorname{div} \vec{B}(t) = 0$	$\oint_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{S} = q_{m\Sigma}^{\pm} = 0,$ <p>де <math>q_{m\Sigma}</math> – сумарний магнітний заряд, який за визначенням дорівнює нулю (розділ 3).</p>	<p>Магнітне поле є вихровим, тобто силові лінії не мають ні початку, ні кінця, тому потік та дивергенція цього поля дорівнюють нулю.</p> <p>У природі вільні магнітні заряди відсутні, проте їх застосовують як модель для аналізу.</p>
5. Перше матеріальне (5-е рівняння)	$\vec{D}(t) = \epsilon \vec{E}(t)$		Визначають співвідношення напруженості електричного та магнітного полів з вектором електричного зміщення та магнітною індукцією, відповідно, через електродинамічні параметри середовища.
6. Друге матеріальне (6-е рівняння)	$\vec{B}(t) = \mu \vec{H}$		



## Висновки з теорії Максвела

---

З теорії Максвелла випливає ряд важливих висновків:

1. Існують електромагнітні хвилі, тобто електромагнітне поле, що поширюється в просторі й у часі .

Електромагнітні хвилі поперечні – вектори  $E$  і  $B$ , перпендикулярні один одному й лежать у площині, перпендикулярній напрямку поширення хвилі.

2. Електромагнітні хвилі поширюються в речовині з кінцевою швидкістю:  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$

Швидкість  $c$  поширення електромагнітних хвиль у вакуумі є однієї з фундаментальних фізичних сталіх.

Висновок Максвелла про кінцеву швидкість поширення електромагнітних хвиль суперечив прийнятої в той час теорії дальнодії, у якій швидкість поширення електричного й магнітного полів ухвалювалася нескінченно великою. Тому теорію Максвела називають теорією близькодії.

3. В електромагнітній хвилі відбуваються взаємні перетворення електричного й магнітного полів. Ці процеси йдуть одночасно, і електричне й магнітне поля виступають як рівноправні «партнери».
  4. Електромагнітні хвилі переносять енергію.
- 



## Висновки з теорії Максвела

---

5. З теорії Максвелла випливає, що електромагнітні хвилі повинні тиснути на тіло, що їх поглинає чи відбиває.

Тиск електромагнітного випромінювання пояснюється тим, що під дією електричного поля хвилі в речовині виникають слабкі струми, тобто впорядкований рух заряджених часток. На ці струми діє сила Ампера з боку магнітного поля хвилі, спрямована в товщу речовини. Ця сила й створює результатуючий тиск. Звичайний тиск електромагнітного випромінювання мізерно малий. Так, наприклад, тиск сонячного випромінювання, що приходить на Землю, на абсолютно поглинаючу поверхню становить приблизно 5 мкПа. Перші експерименти по визначення тиску випромінювання на тіла, що відбивають і поглинаючі тіла, що підтвердили висновок теорії Максвелла, були виконані П.Н. Лебедєвим в 1900 р. Досліди Лебедєва мали величезне значення для підтвердження електромагнітної теорії Максвелла.

6. Перше експериментальне підтвердження електромагнітної теорії Максвелла було дано приблизно через 15 років після створення теорії в дослідах Г.Герца (1888 р.)

Герц не тільки експериментально довів існування електромагнітних хвиль, але вперше почав вивчати їхні властивості – поглинання й переломлення в різних середовищах, відбиття від металевих поверхонь і т.п. Йому вдалося виміряти на досліді довжину хвилі й швидкість поширення електромагнітних хвиль, яка виявилася рівної швидкості світла. Досліди Герца зіграли вирішальну роль для доказу й визнання електромагнітної теорії Максвелла. Через сім років після цих дослідів електромагнітні хвилі знайшли застосування в бездротовому зв'язку (А.С. Попов, 1895 р.).

## Висновки з теорії Максвела

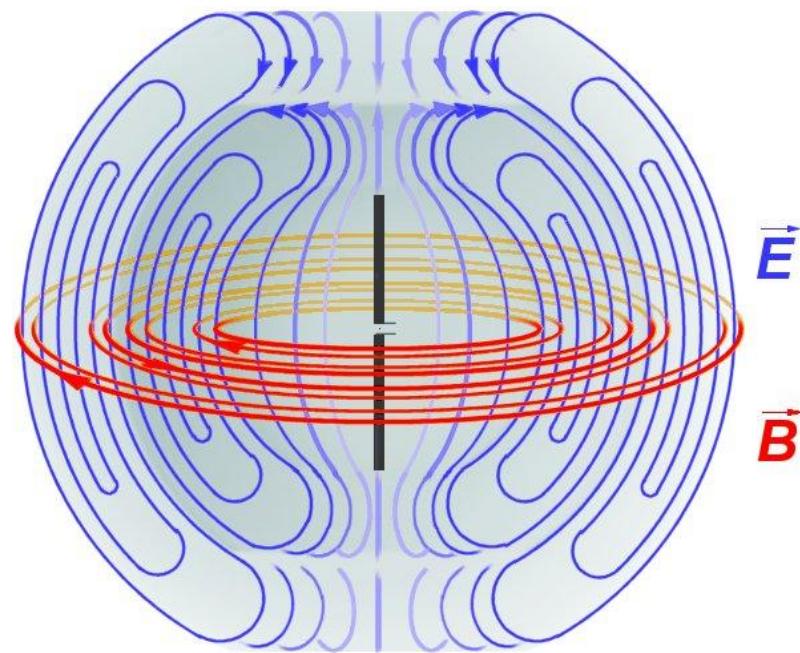
### 7. Електромагнітні хвилі можуть збуджуватися зарядами, що рухаються тільки прискорено.

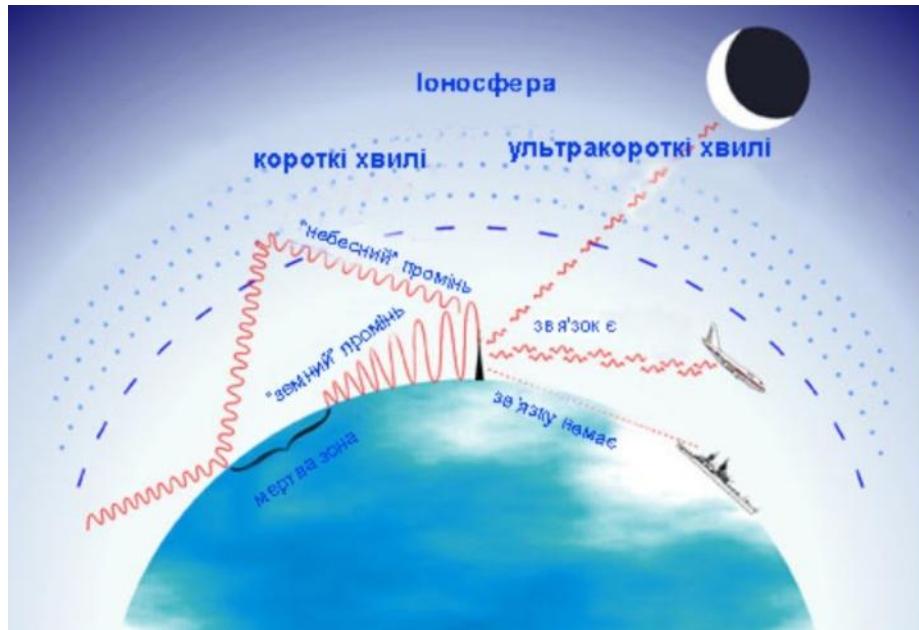
Кола постійного струму, у яких носії заряду рухаються з сталою швидкістю, не є джерелом електромагнітних хвиль. У сучасній радіотехніці випромінювання електромагнітних хвиль проводиться за допомогою антен різних конструкцій, у яких збуджуються швидкозмінні струми.

Найпростішою системою, що випромінює електромагнітні хвилі, є невеликий за розмірами електричний диполь.

Такий елементарний диполь називають диполем Герца. У радіотехніці диполь Герца еквівалентний невеликій антені, розмір якої менше довжини хвилі  $\lambda$ .

Слід звернути увагу на те, що максимальний потік електромагнітної енергії випромінюється в площині, перпендикулярній осі диполя. Уздовж своєї осі диполь не випромінює енергії. Герц використовував елементарний диполь у якості випромінюючої приймальні антен при експериментальному доказі існування електромагнітних хвиль.





Особливо істотний вплив на поширення радіохвиль виявляють шари іонізованого газу у верхніх частинах атмосфери на висоті 100—300 км над поверхнею Землі - **іоносфера**. Іонізація повітря верхніх шарів атмосфери викликається електромагнітним випромінюванням Сонця й потоком заряджених частинок від нього. Іоносфера відбиває радіохвилі з довжиною хвилі  $\lambda > 10$  м як звичайна металева пластина. Але здатність іоносфери відбивати й поглинати радіохвилі суттєво міняється залежно від часу доби й пір року.

**Стійкий радіозв'язок на земній поверхні** поза прямою видимістю можливий тільки при умові дифракції (тому радіозв'язок на більших відстанях за рахунок огинання хвильами Землі виявляється можливої лише при довжинах хвиль, що значно перевищують 100 м (середній довгі хвилі)).

**Короткі хвилі** (діапазон довжин хвиль від 10 до 100 м) поширюються на більші відстані тільки за рахунок багаторазових відбиттів від іоносфери й поверхні Землі. Радіохвилі в цьому діапазоні виявляються «замкненими» у тонкому шарі, обмеженому поверхнею Землі й іоносферою.

**Довгі радіохвилі** для цієї мети менш придатні через значне поглинання поверхневими шарами Землі й іоносферою. І все-таки найбільш надійний радіозв'язок на обмежених відстанях при достатній потужності передавальної радіостанції забезпечується на довгих хвильах.

**Ультракороткі радіохвилі** ( $\lambda < 10$  м) проникають крізь іоносферу й майже не огинають поверхню Землі. Тому вони використовуються для радіозв'язку між пунктами в межах прямої видимості, а також для зв'язку з космічними кораблями.