Застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення для перетворення форми та цифрової обробки інформації у розподілених системах управління в умовах секторної кооперації

Артем Ізмайлов
кафедра інформатики
Прикарпатський національний університет
Івано-Франківськ, Україна
aiartefact@gmail.com

Любомир Петришин
кафедра управління
Науково-технологічний університет AGH
Краків, Польща
l.b.petryshyn@gmail.com

Application of discrete symmetric ternary wavelet transform for form transform and digital processing of information in dispersed management systems in terms of sector cooperation

Artem Izmailov
dept. of Computer Science
Precarpathian National University
Ivano-Frankivsk, Ukraine
aiartefact@gmail.com

Lubomyr Petryshyn
dept. of Enterprise Management
AGH University of Science and Technology
Cracow, Poland
l.b.petryshyn@gmail.com

***Анотація*—У роботі досліджено ефективність застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій для перетворення форми та цифрової обробки інформації за критерієм мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів. Дискретні вейвлет-перетворення є одним з найбільш ефективних методів аналізу та синтезу цифрових сигналів. Однак, кожне вейвлет-перетворення пристосоване для аналізу виключно певного класу сигналів і для інших сигналів може забезпечувати меншу ефективність обробки та аналізу. Відповідно, синтез та впровадження нових вейвлет-перетворень є актуальним завданням цифрової обробки інформації. У даному дослідженні проаналізована ефективність застосування синтезованого у попередніх роботах дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за критерієм мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів у порівнянні з існуючими дискретними вейвлет-перетвореннями. Доведено, що синтезоване вейвлет-перетворення за даним критерієм володіє вищою ефективністю застосування у випадку третини тестових сигналів. У випадку більше, ніж половини тестових сигналів, синтезоване вейвлет-перетворення забезпечує найвищу ефективність у задачах спектрального аналізу.**

Abstract—The paper deals with discrete wavelet transform based on symmetric ternary functions and its application efficiency in form transform and digital processing of information due to the criterion of entropy minimum of detail coefficients. Discrete wavelet transforms are one of the most effective ways to perform analysis and synthesis of digital signals. However, each wavelet transform is effective for analysis of certain class of signals and can be completely useless for analysis of another one. Therefore, synthesis and application of new wavelet transforms is an actual task of digital signal processing. In this research application effectiveness of formerly synthesized discrete wavelet transform based on symmetric ternary functions was tested due to the criterion of entropy minimum of detail coefficients in comparison to existing discrete wavelet transforms. It was shown that synthesized wavelet transform has higher application efficiency due to the described criterion in case of a third of the tested signals. For more than half of the tested signals synthesized wavelet transform has the best performance in tasks of spectral analysis.

***Ключові слова* — *перетворення форми*, *цифрова обробка інформації*; *дискретне вейвлет-перетворення*;**

трійкові симетричні функції*, *секторна кооперація, розподілені системи, управління

Keywords — form transform and digital processing of information; discrete wavelet-transform; symmetric ternary functions, sectoral cooperation, dispersed systems, management

I. Вступ

Перетворення форми та цифрова обробка інформації є ключовим елементом численних технічних систем, які використовуються у різних галузях управління, виробництва, зв'язку та медицини [1 – 6]. Відповідно, ефективні рішення у галузі перетворення форми та цифрової обробки інформації призведуть до підвищення ефективності перебігу процесів, які включають перетворення форми та цифрову обробку інформації, у прикладних галузях.

Одним із актуальних завдань перетворення форми та цифрової обробки інформації є обробка цифрових сигналів на основі вейвлет-перетворень [1 – 3, 7 – 9]. Відомо, що кожне вейвлет-перетворення пристосоване для обробки лише певного класу сигналів, тобто має обмежений спектр застосування [2, 7 – 9]. Звідси випливає, що актуальним завданням цифрової обробки інформації є синтез нових вейвлет-функцій та відповідних їм вейвлет-перетворень, які дозволять з вищою ефективністю проводити обробку конкретних цифрових сигналів, у тому числі тих, для яких існуючі методи працюють із недостатнім рівнем ефективності.

Аналіз останніх досліджень у галузі вейвлет-перетворень вказує на те, що дослідження щодо реалізації дискретних вейвлет-перетворень на основі трійкових симетричних функцій не проводились [1 – 3, 4]. Водночас, успішний синтез дискретного ортогонального перетворення на основі трійкових симетричних функцій [6] та дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій [4] вказують на перспективність розвідок у даному напрямі. Крім цього, у роботі [4] доведено перспективність подальших досліджень ефективності застосування розробленого методу цифрової обробки інформації.

Метою дослідження є оцінювання ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за критерієм мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в успішному проведенні оцінки ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій у порівнянні з найбільш уживаними вейвлет-перетвореннями за критерієм мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення.

II. Дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій

Вейвлет-перетворення синтезується на основі системи функцій, які є стиснутими та зсунутими по осі абсцис (здебільшого представляє вісь часу) копіями деякої функції, яку називають материнським вейвлетом [2, 7, 8]. Якщо материнський вейвлет позначити, як ψ, то описана система функцій набуде вигляду (1) [8].

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2}\psi(a_0^{-m}x - nb_0), \tag{1}$$

де $a_0 \neq 1$ – параметр стиску, b_0 – параметр зсуву, $m, n \in \mathrm{Z}$.

У випадку вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій, параметр a_0 рівний 3, а b_0 – 1. Відповідно, вираз (1) для даного перетворення набуде вигляду

$$\psi_{m,n}(x) = 3^{-m/2}\psi(3^{-m}x - n). \tag{2}$$

У зв'язку з тим, що параметр стиску у виразі (2) рівний 3, у дискретному вейвлет-перетворенні на основі трійкових симетричних функцій використовуються два материнські вейвлети. Перший материнський вейвлет $\psi 1$ визначається аналітичним виразом

$$\psi 1(t) = \begin{cases} -\sqrt{\dfrac{3}{2}},\ t \in [0, \dfrac{1}{3}), \\ \sqrt{\dfrac{3}{2}},\ t \in [\dfrac{2}{3}, 1), \\ 0,\ t \notin [0, \dfrac{1}{3}) \cup [\dfrac{2}{3}, 1). \end{cases} \tag{3}$$

Другий материнський вейвлет $\psi 2$ визначається аналітичним виразом

$$\psi 2(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2}},\ t \in [0, \dfrac{1}{3}) \cup [\dfrac{2}{3}, 1), \\ -\sqrt{2},\ t \in [\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}), \\ 0,\ t \notin [0, 1). \end{cases} \tag{4}$$

У якості масштабної функції для вейвлетів $\psi 1$ та $\psi 2$ обрано характеристичну функцію на проміжку [0, 1) (8), задану аналітичним виразом

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1,\ t \in [0, 1), \\ 0,\ t \notin [0, 1). \end{cases} \tag{5}$$

Функції (3) – (5) породжують відповідні їм сімейства функцій за допомогою аналітичної залежності (2). Детальну інформацію відносно аналізу властивостей функцій (3) – (5) та синтезу на їх основі відповідного вейвлет-перетворення можна знайти у [4].

III. Ефективність застосування дискретного трійкового симетричного вейвлет-перетворення

Одним із завдань вейвлет-аналізу у системах цифрової обробки інформації є зменшення надлишковості та стиснення даних [2, 7, 9]. Для оцінювання ефективності застосування вейвлет-перетворень у описаних задачах та їх здатності концентрувати енергію у апроксимуючих коефіцієнтах використовується критерій мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення [7, 9]

$$H = -\sum_{i=1}^{N}\Big(\frac{d_i^2}{\sum_{j=1}^{N} d_j^2} log_2\Big(\frac{d_i^2}{\sum_{j=1}^{N} d_j^2}\Big)\Big), \qquad (6)$$

де N – загальна кількість деталізуючих коефіцієнтів по всіх рівнях вейвлет-перетворення, d_i – i-ий член послідовності деталізуючих коефіцієнтів всіх рівнів вейвлет-перетворення.

Дослідження ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за критерієм (6) проводилося на множині з 34 тестових сигналів у порівнянні з дискретними вейвлет-перетвореннями на основі вейвлетів Хаара, Добеші 2-го, 3-го, 4-го порядків та біортогональних вейвлетів з параметрами 1.3, 2.2 та 3.7.

Проведений у роботі [4] аналіз ефективності дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за критерієм мінімуму середньоквадратичної похибки відновлення даних за частиною коефіцієнтів вказав на необхідність аналізу результатів досліджень ефективності з точки зору переваги синтезованого вейвлет-перетворення відносно кількості рівнів перетворення, оскільки у випадку багатьох тестових сигналів перевага даного перетворення зберігається лише до певного значення кількості рівнів перетворення.

Отримані за критерієм (6) результати порівняння ефективності вейвлет-перетворень вказують на наявність переваги вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій над іншими вейвлет-перетвореннями, яка зберігається лише до певного значення кількості рівнів перетворення. Це зумовлює необхідність застосування описаного підходу до проведення аналізу переваги синтезованого вейвлет-перетворення за критерієм (6) відносно кількості рівнів перетворення. На рис. 1 наведені значення кількості рівнів перетворення, для яких вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій зберігає перевагу за критерієм (6) над іншими проаналізованими вейвлет-перетвореннями у випадку кожного з тестових сигналів.

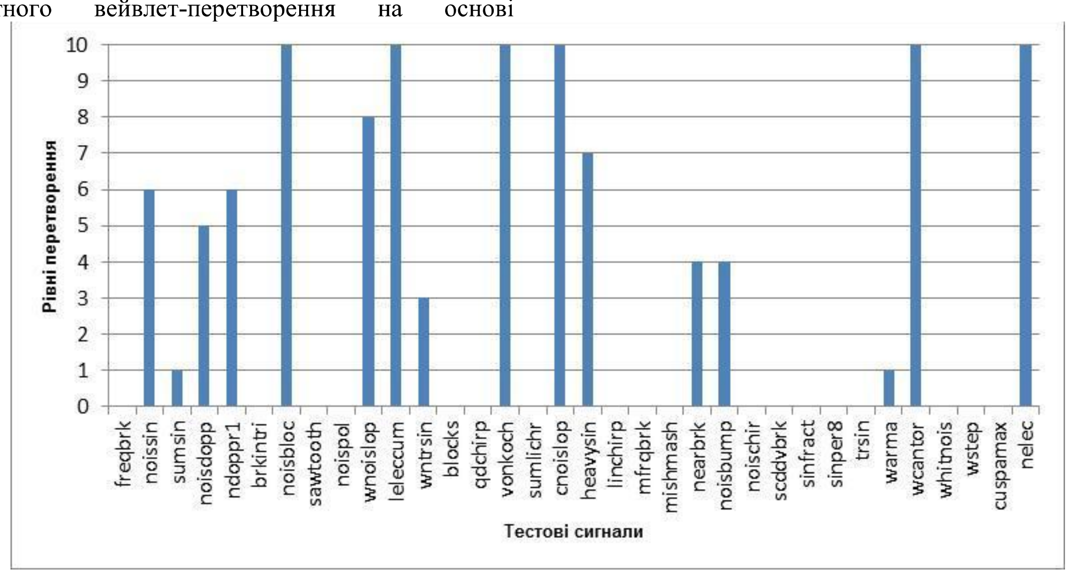

Рис. 1. Гістограма значень кількості рівнів вейвлет-перетворення, при яких дискретне трійкове симетричне вейвлет-перетворення має перевагу над іншими за критерієм мінімуму ентропії деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-перетворення

Встановлено, що для повної декомпозиції сигналу (кількість апроксимуючих коефіцієнтів досягає мінімального для заданого вейвлет-перетворення значення і з кожним наступним рівнем перетворення не зменшується [2, 7, 8]) представленого множиною близько 1000±25 семплів біортогональними вейвлет-перетвореннями та вейвлет-перетвореннями Хаара та Добеші необхідно 10 рівнів перетворення, а у випадку вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій – лише 7. Враховуючи, що кількість семплів переважної більшості використаних тестових сигналів лежить саме у даних межах, можна стверджувати, що показник у 6 рівнів перетворення вказує на фактично повну перевагу вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій у даному випадку, зокрема, якщо додатково врахувати, що при переході з 6 до 7 рівнів перетворення, кількість утворених даним вейвлет-перетворенням апроксимуючих коефіцієнтів зменшується з 2 до 1.

З даних на рис. 1 випливає, що у випадку тестових сигналів noisbloc (прямокутні імпульси з шумом), leleccum (дані типу «потужність, яка споживається»), vonkoch (фрактальна крива Коха), cnoislop (забарвлений шум), wcantor (крива Кантора) та nelec (Дані типу «потужність, яка споживається» із шумом) синтезоване вейвлет-перетворення володіє вищою ефективністю за критерієм (6) у порівнянні з рештою проаналізованих вейвлет-перетворень при всіх значеннях кількості рівнів перетворення. Це свідчить про вищу здатність даного вейвлет-перетворення концентрувати енергію у апроксимуючих коефіцієнтах і, відповідно, більш ефективне зменшення надлишковості та стиснення даних описаних типів.

Враховуючи наведені вище викладки про те, що перевагу синтезованого вейвлет-перетворення за критерієм (6) до 6 рівнів перетворення включно, допустимо наближено розглядати як повну, можна стверджувати, що, у загальному випадку, дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій забезпечує менше до 63% значення ентропії деталізуючих коефіцієнтів для 29% протестованих сигналів.

Водночас, отримані дані (рис. 1) вказують на те, що для 53% тестових сигналів дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій забезпечує максимальне значення ентропії деталізуючих коефіцієнтів. Це вказує на низьку здатність до концентрації енергії відповідних типів даних у апроксимуючих коефіцієнтах, але, водночас, на максимальний ступінь інформативності деталізуючих коефіцієнтів, у порівнянні з іншими вейвлет-перетвореннями, що зумовлює перевагу синтезованого перетворення у задачах спектрального аналізу.

Висновки

Дискретне вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій завдяки своїй відмінній від інших вейвлет-перетворень структурі володіє рядом переваг. Зокрема, для певних типів даних (наприклад, крива Кантора) дане перетворення володіє вищою, у порівнянні з іншими вейвлет-перетвореннями, здатністю до зменшення надлишковості та стиснення даних, що підтверджується отриманими як за критерієм (6), так і у роботі [4] результатами.

Водночас, одержані результати вказують на високу інформативність деталізуючих коефіцієнтів, утворених синтезованим вейвлет-перетворенням. Це, з одного боку, обмежує застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій для задач стиснення із втратами даних відповідних типів. Однак, з іншого боку, наявність більш інформативних деталізуючих коефіцієнтів вказує на вищу ефективність застосування у задачах виявлення характеристик та особливостей сигналів, а також на перспективність використання даного вейвлет-перетворення у задачах очищення сигналів від шуму, зокрема, за допомогою техніки «м'якого» порогу.

Подальші дослідження полягають у аналізі ефективності застосування дискретного вейвлет-перетворення на основі трійкових симетричних функцій за допомогою відмінних від (6) критеріїв. Необхідним є, також, синтез згорткової форми даного вейвлет-перетворення з метою спрощення його імплементації у засобах цифрової обробки інформації. Проведення окреслених досліджень дозволять чітко визначити спектр застосування описаного вейвлет-перетворення.

Література

[1] E. Ifeachor, B. Jervis, Digital Signal Processing: A Practical Approach (2nd Edition), Pearson Education, 2002, P. 960.

[2] P.S. Addison, The Illustrated Wavelet Transform Handbook: Introductory Theory and Applications in Science, Engineering, Medicine and Finance (Second Edition) / P.S. Addison, CRC Press, 2016, P. 446.

[3] S. Prasad, Information Fusion in the Redundant-Wavelet-Transform Domain for Noise-Robust Hyperspectral Classification / S. Prasad, W. Li, J.E. Fowler, L.M. Bruce // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – September 2012. – Vol. 50, No. 9. – P. 3474-3486. doi: 10.1109/TGRS.2012.2185053

[4] A. Izmailov, L.Petryshyn, Discrete Symmetric Ternary Wavelet Transform and Its Application for Digital Information Processing in Dispersed Management Systems (in Ukrainian), Information Technologies and Computer Modelling: Proceedings of International Scientific Conference, Ivano-Frankivsk, V.P. Suprun, 2018, P. 152-155.

[5] A. Izmailov, L. Petryshyn, "Symmetric ternary functions and their application in orthogonal transforms," 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Kiev, 2017, P. 836-841. doi: 10.1109/UKRCON.2017.8100364

[6] A. Izmailov, Application Effectiveness of Orthogonal Transform Based on Symmetric Ternary Functions for Digital Information Processing (in Ukrainian), Methods and Devices of Quality Control. - 2018. - № 1 (40). - P. 97-104.

[7] R.R. Coifman and M.V. Wickerhauser, Entropy-based algorithms for best basis selection, IEEE Transactions on Information Theory (Special Issue on Wavelet Transforms and Multiresolution Signal Analysis). – 1992. – Vol. 38, №3. – P. 1241-1243.

[8] I. Daubechies, Ten Lectures on Wavelets, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Rutgers University and AT&T Bell Laboratories, 1992, P. 357.

[9] D. Salomon, Data Compression – The Complete Reference, Springer London, 2007, P. 1092.