

# ПОКРАЩЕНИЙ КВАНТОВИЙ ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ З КУТРИТНИМ ПРЕДСТАВЛЕННЯМ В ЗАДАЧАХ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Ткачук В. М.

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
Івано-Франківськ, Україна

Робота квантового генетичного алгоритму (QGA) базується на поєднанні ідей класичного генетичного алгоритму та технології квантових обчислень [1,2]. В основі такого підходу лежить поняття кубіта – квантової системи із двома основними станами. Як показали дослідження [3,4], використання квантової логіки із кількома, більше двох, основними станами є більш перспективним з точки зору обчислювальної потужності та ефективності роботи алгоритму.

При кількості основних станів  $n=3$  квантову одиницю інформації називають кутритом. Він може перебувати у довільному стані, що є лінійною комбінацією базових:

$$|q\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle \quad (1)$$

із умовою нормування:

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1 \quad (2)$$

тут  $\alpha^2$ ,  $\beta^2$  та  $\gamma^2$  - імовірності перебування кутрита у стані  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  та  $|2\rangle$  відповідно. При практичній реалізації QGA засобами класичного комп'ютера використовується матричне представлення, у якому одну особину можна задати у вигляді наступної структури:

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	...	$\alpha_N$
$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	...	$\beta_N$
$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	...	$\gamma_N$

тут  $\{\alpha_i, \beta_i, \gamma_i\}$  описує стан одного кутрита  $|q_i\rangle$ . Система із  $N$  незалежних кутритів формує одну особину популяції.

Початковий стан квантової системи не несе інформації про задачу та алгоритм її розв'язку, тому на початку всі кутрити перебувають у стані, що являє собою суперпозицію базових із однаковою імовірністю [2].

Для задач функціональної оптимізації довжина квантової хромосоми  $N$  визначається точністю пошуку розв'язку  $\varepsilon$ , областю пошуку  $[x_{\max} - x_{\min}]$  та кількістю основних станів квантової системи  $n$  [4]:

$$N = \log_n \left( \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\varepsilon} + 1 \right) \quad (3)$$

Роботу запропонованого QGA можна подати у вигляді наступного алгоритму:

---

**Алгоритм 1. Квантовий генетичний алгоритм**

---

```
1    $t = 0$ 
2   ініціалізація  $Q(t)$ 
3   вимірювання  $Q(t)$  та перехід до  $P(t)$ 
4   оцінка пристосованості  $P(t)$ 
5   знаходження  $B$  - найкращого розв'язку в  $P(t)$ 
6   while (умова завершення еволюції)
7      $t = t + 1$ 
8     оновлення  $Q(t)$  за допомогою оператора квантового гейту
9     вимірювання  $Q(t)$  та перехід до  $P(t)$ 
10    оцінка пристосованості  $P(t)$ 
11    знаходження  $B$  - найкращого розв'язку в  $P(t)$ 
12    оператор квантової катастрофи
13  end while
```

---

тут:  $Q(t)$  - квантова популяція розв'язків на момент часу  $t$ ;

$P(t)$  - класичне представлення особин популяції в системі числення із основою  $n=3$ , отримане в результаті квантового вимірювання. Операція квантового вимірювання реалізована згідно [3] та додаткового пояснення не потребує.

Збереження найбільш пристосованих особин популяції від покоління до покоління та збереження її різноманітності – дві важливі, але взаємовиключні вимоги до роботи будь-якого генетичного алгоритму. Пропонується на кожному етапі еволюції розділяти населення на дві підпопуляції за критерієм подібності. В його якості виступає евклідова відстань між класичними особами [5]. Її для особин, заданих хромосомами  $P_i(t) = [x_1^i, x_2^i, \dots, x_N^i]$  та  $P_j(t) = [x_1^j, x_2^j, \dots, x_N^j]$ , визначимо наступним чином:

$$d_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^N (x_k^i - x_k^j)^2} \quad (4)$$

Таке визначення ніяким чином не означає реальну область в просторі пошуку (див Рис.1). Верхню межу відстані  $d_{i,j}$  між особинами, при якій вони вважаються одного виду і до яких застосовується оператор квантового гейту, визначає параметр  $R$ . Його величина має значний вплив на ефективність роботи QGA та визначається за результатами окремих досліджень.

Пропонується будувати два види підпопуляцій за їх подібністю до поточної найкращої особини  $B$ . Критерій подібності  $R$  для досліджуваних нижче функцій визначається розмірами області пошуку та лежить в межах  $2.5 \div 5.0$ .

Оператор квантового гейту [3,4] із врахуванням критерію подібності реалізовано наступним чином:

---

**Алгоритм 2. Оператор квантового гейту**

---

```
1  for  $k \in 1, \dots, N$  do  
2       $d = 0$   
3      for  $j \in 1, \dots, N$  do  
4           $d = (b_j^k - x_j^k)^2$   
5       $d = \sqrt{d}$   
6      if  $d < R$  then традиційний оператор квантового гейту  
7  end for
```

---

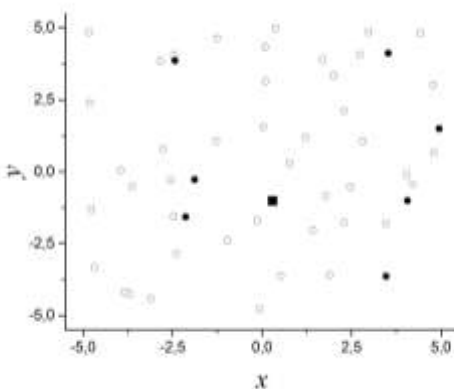


Рисунок 1 – Приклад розподілу особин по під популяціях в двомірній області пошуку:

- – найкраща особина популяції;
- – подібні до найкращої особи популяції;
- – інші особи популяції

Для збереження різноманітності популяції та ефективного виходу із локальних оптимумів ефективним є використання оператора квантової катастрофи [4]. Як показав чисельний експеримент, його імовірність при розмірі популяції  $s = 50$  повинна забезпечувати дію на порядку трьох особин. Оператор застосовується до всіх особи популяції, за виключенням найкращої, не залежно від критерію подібності.

Для ілюстрації ефективності запропонованого покращеного QGA\_3 використано ряді тестових функцій, які традиційно застосовуються для тестування алгоритмів оптимізації [3,4].

При практичній реалізації QGA, QGA\_3 та запропонованого алгоритму було прийнято наступні параметри моделювання: розмір популяції  $s = 50$ , кількість ітерацій по часу  $t = 500$ , точність пошуку розв'язку  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$ . Зважаючи на імовірнісний механізм роботи квантових генетичних алгоритмів всі дані в Таб.1 приведено як результат усереднення по 100 запусках. Тут  $f_{avr}$  –

середнє значення функції пристосованості найкращої особини популяції,  $f_{sd}$  – його середньоквадратичне відхилення.

Таблиця 1 – Результати оптимізації тестових функцій шести змінних.

Функція	QGA		QGA_3		Покращений QGA 3	
	$f_{avr}$	$f_{sd}$	$f_{avr}$	$f_{sd}$	$f_{avr}$	$f_{sd}$
<i>Sphere</i>	$1.3 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-4}$	$0.4 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-5}$
<i>Trid</i>	-44.67	74.4	-47.2	50.4	-46.4	8.66
<i>Levy</i>	0.185	0.47	0.163	0.38	0.021	0.046
<i>Schwefel</i>	38.6	57.7	89.2	100.0	1.25	9.03
<i>Ackley</i>	0.138	0.46	0.002	0.004	$4.9 \cdot 10^{-5}$	$6.9 \cdot 10^{-5}$
<i>Rastrigin</i>	3.41	2.02	2.05	1.99	$4.7 \cdot 10^{-6}$	$2.1 \cdot 10^{-5}$

Дані табл.1 ілюструють, що перехід до кутрітного представлення квантової хромосоми та використанням двох субпопуляцій дозволяє значно підвищити ефективність роботи QGA. Пропонована методика ґрунтується на ідеї поділу популяції на два підвиди в залежності від рівня їх подібності до найкращої особини популяції. Такий підхід використовує один додатковий параметр – евклідову відстань до найкращої особини популяції. При цьому перша підпопуляція, що формується навколо поточної найкращої особини, відповідає за механізм локального пошуку за рахунок оператора квантової катастрофи. Друга формується із найменш подібних до найкращої особин, та у поєднанні із оператором квантової катастрофи відповідає за роботу механізму глобального пошуку.

Результати дослідження підтверджують ефективність запропонованого підходу до задач великої розмірності та складної топології в області глобального оптимуму.

### Список літературних джерел

1. Narayanan A., Moore M., Quantum-inspired genetic algorithms, Proc. IEEE Evolutionary Computation, pp.61-66, 1996.
2. Han K. H., Kim J. H., Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem, Proc. Congress on Evolutionary Computation, pp.1354-1360, 2000.
3. Tkachuk V., Quantum Genetic Algorithm Based on Qutrits and Its Application, Mathematical Problems in Engineering, V. 2018, Article ID 8614073, 8 pages.
4. Tkachuk V., Quantum Genetic Algorithm on Multilevel Quantum Systems, Mathematical Problems in Engineering, V. 2018, Article ID 9127510, 12 pages.
5. Li J.-P., Balazs M.E., Parks G.T., Clarkson P. J., A Species Conserving Genetic Algorithm for Multimodal Function Optimization, Evolutionary Computation, V. 10, N. 3, pp.207-234, 2002.