

Міністерство освіти і науки України
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»
Кафедра фізики і хімії твердого тіла

В.В. Прокопів

**КОНСПЕКТИ ЛЕКЦІЙ З ФІЗИКИ.
ЕЛЕКТРИКА**

Навчальний посібник

Івано-Франківськ
2013

УДК 53.07
ББК 22.73
П 80

Рекомендовано до друку Вченою радою фізико-технічного факультету
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника

Рецензенти:

кандидат фізико-математичних наук, доцент **В.І. Кравець**

кандидат фізико-математичних наук, доцент **Г.Д. Матеїк**

Прокопів В.В.

П 80 Конспекти лекцій з фізики. Електрика. Навчальний посібник /
Володимир Васильович Прокопів. – Івано-Франківськ :
Прикарпатський національний університет імені Василя
Стефаника, 2013. – 128 с.

В навчальному посібнику викладені у формі конспектів основні питання що стосуються електростатики, постійного електричного струму, магнетизму, електромагнітної індукції.

Посібник призначений для студентів спеціальності «Хімія». Також буде корисним для студентів нефізичних спеціальностей, що вивчають фізику.

УДК 53.07
ББК 22.73

© Прокопів В.В., 2013

© ДВНЗ «Прикарпатський національний
університет імені Василя Стефаника», 2013

1. ЕЛЕКТРИЧНІ ЗАРЯДИ І ПОЛЯ

1.1. Електричне поле у вакуумі

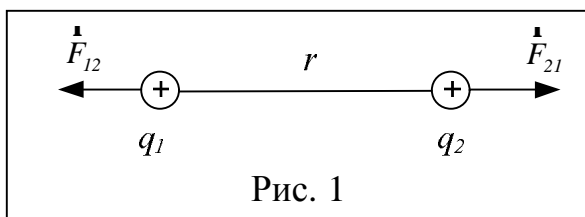
Електричний заряд. Електричний заряд – це невід’ємна властивість елементарних частинок, як і їх маса. Електричні заряди в природі виникають і зникають тільки парами (позитивний і негативний). Звідси впливає закон збереження заряду: сумарний заряд електрично-ізолюваної системи є незмінною величиною.

Закон Кулона. Сила взаємодії між двома точковими зарядами визначається законом Кулона:

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad (1.1)$$
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

де r – відстань між точковими зарядами, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ (Ф/м) – електрична стала, q_1, q_2 – точкові заряди, F_{12} – сила, що діє на перший заряд з боку другого, F_{21} – сила, що діє на другий заряд з боку першого.

Електричне поле. Взаємодія між зарядами, що знаходяться в стані



спокую, здійснюється через електричне поле. Електричне поле – це форма матерії, що породжується зарядженими тілами і здійснює взаємодію між ними. На рис. 1 заряд q_1 утворює електричне поле і через

нього діє з силою F_{21} на заряд q_2 ; заряд q_2 , в свою чергу, утворює своє електричне поле і через нього діє з силою F_{12} на заряд q_1 .

Напруженість електричного поля. В електричному полі на заряд діє сила. Відношення цієї сили до величини заряду є силовою характеристикою електричного поля в точці і називається напруженістю:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \left(1 \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{Кл}} \right). \quad (1.2)$$

За напрямком вектора напруженості \vec{E} приймається напрям сили, що діє на позитивний заряд. Напруженість чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний заряд.

Для точкового заряду

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (1.3)$$

де r – відстань від заряду до точки спостереження.

Принцип суперпозиції. Для системи зарядів напруженість поля визначається за допомогою принципу суперпозиції

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N. \quad (1.4)$$

Тобто напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що утворюються кожним із зарядів окремо.

Лінії напруженості електричного поля. Електричне поле зображують за допомогою ліній напруженості, які:

1) починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах, або йдуть на нескінченність, чи приходять з нескінченності;

2) у просторі проводяться так, що в кожній точці лінії напруженості вектор напруженості \vec{E} направлений вздовж дотичної до лінії напруженості;

3) густина ліній напруженості пропорційна самій напруженості.

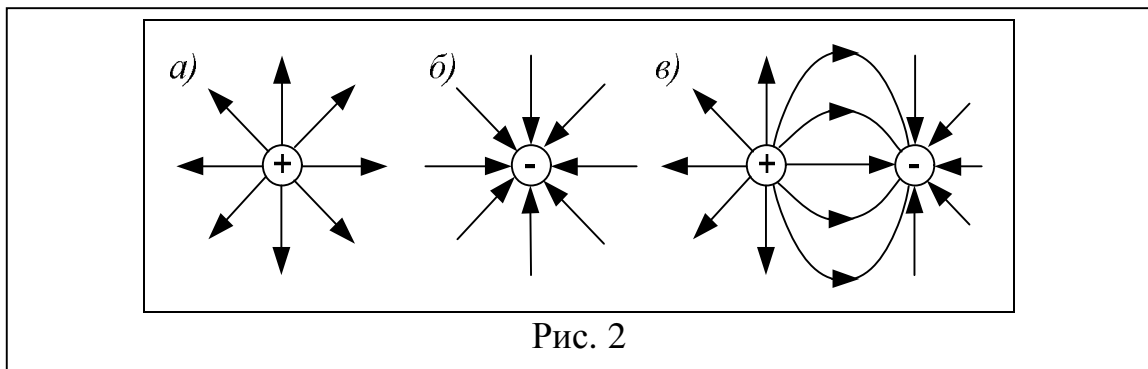


Рис. 2

На рис. 2, а, б зображено електричне поле усамітнених позитивних і негативних зарядів, на рис. 2, в – поле диполя – системи двох однакових різнойменних зарядів, що розташовані на невеликій відстані один від одного.

Потенціал електричного поля. В електричному полі заряд має потенціальну енергію W_p . Відношення потенціальної енергії заряду до величини заряду є енергетичною характеристикою поля в даній точці і називається потенціалом:

$$\phi = \frac{W_p}{q} \quad \left(1\text{В} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right). \quad (1.5)$$

Потенціал чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду в даній точці поля.

Потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r} \quad (1.6)$$

Тоді потенціал точкового заряду

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (1.7)$$

Для системи зарядів потенціал дорівнює

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_N, \quad (1.8)$$

тобто потенціал електричного поля системи зарядів дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, які утворюються кожним зарядом окремо.

Робота сил електричного поля. Робота сил електричного поля з переміщення заряду з точки з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2 визначається формулою

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1.9)$$

і не залежить від шляху (траєкторії) переміщення заряду з точки 1 у точку 2.

Зв'язок між напруженістю і потенціалом. Між напруженістю і потенціалом електричного поля існує зв'язок, аналогічний зв'язку між силою і потенціальною енергією.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi, \quad (1.10)$$

де $\vec{\nabla}$ – оператор градієнта

$$\vec{\nabla} = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}. \quad (1.11)$$

У проєкціях формула (1.10) запишеться у вигляді

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (1.12)$$

Можна розв'язати і обернену задачу – за відомою напруженістю \vec{E} визначити різницю потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \square_l dl, \quad (1.13)$$

де E_l – проєкція вектора \vec{E} на напрям ділянки інтегрування dl , тобто на напрям дотичної в кожній точці контуру інтегрування від точки 1 до точки 2. Інтеграл (1.13) можна брати по будь-якій кривій, що з'єднує точки 1 і 2.

Інтеграл у правій частині (1.13) по замкненому контуру L називається циркуляцією вектора напруженості. З формули (1.13) випливає:

$$\oint_L \vec{E}_l dl = 0. \quad (1.14)$$

Тобто циркуляція вектора напруженості електростатичного поля дорівнює нулю. Формула (1.14) є однією з чотирьох формул, які вичерпно описують всі властивості електромагнітного поля.

Якщо в будь-якій точці поля вектор \vec{E} незмінний за величиною й напрямком (тобто $\vec{E} = const$), то таке поле називається однорідним. Для однорідного електричного поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed, \quad (1.15)$$

де d – відстань між точками 1 і 2, яку вимірюють уздовж лінії напруженості.

Еквіпотенціальні поверхні – це поверхні, які проведені в електричному полі через точки з однаковим потенціалом. В кожній точці еквіпотенціальної поверхні вектор \vec{E} направлений вздовж нормалі до неї у бік зменшення потенціалу.

Потік вектора напруженості. Величина

$$\Phi = \int_S \vec{E}_n ds, \quad (1.16)$$

де E_n – проекція вектора \vec{E} на напрям нормалі в кожній точці поверхні інтегрування S називається потоком вектора напруженості через поверхню S (рис. 3). Фізичний зміст потоку вектора напруженості полягає в тому, що він визначає кількість ліній напруженості, що перетинають поверхню інтегрування S . Для замкнених поверхонь інтегрування у якості позитивної нормалі береться зовнішня нормаль.

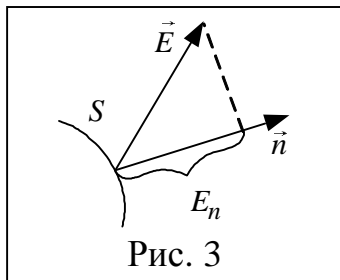


Рис. 3

він визначає кількість ліній напруженості, що перетинають поверхню інтегрування S . Для замкнених поверхонь інтегрування у якості позитивної нормалі береться зовнішня нормаль.

Теорема Гаусса. Потік вектора напруженості через замкнену поверхню дорівнює сумі зарядів, які знаходяться всередині цієї поверхні, поділену на

електричну сталу ϵ_0 :

$$\Phi = \oint_S \vec{E}_n ds = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}. \quad (1.17)$$

Використовуючи теорему Гаусса, легко визначити:

1. Поле нескінченної однорідно зарядженої площини (рис. 4 а, б)

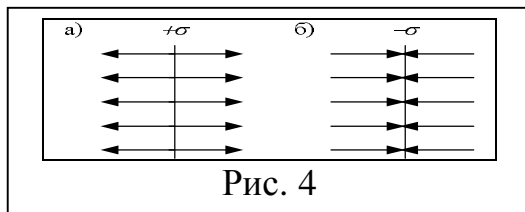


Рис. 4

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (1.18)$$

де σ – поверхнева густина заряду, тобто заряд, що припадає на одиницю площі поверхні: $\sigma = q/S$ (Кл/м²).

2. Поле двох різнойменно заряджених поверхонь (рис. 5)

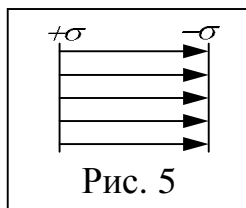


Рис. 5

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.19)$$

Електричне поле повністю зосереджене між різнойменно зарядженими поверхнями з однаковими густинами заряду і є однорідним.

3. Поле нескінченної, зарядженої циліндричної поверхні:

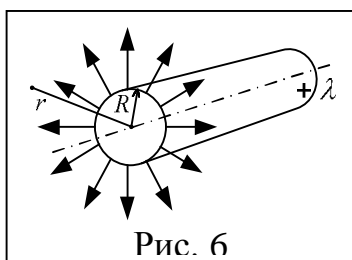


Рис. 6

$$E(r) = 0 \quad (r < R), \quad (1.20)$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (r \geq R), \quad (1.20,a)$$

де R – радіус циліндра, λ – лінійна густина заряду, тобто заряд, який припадає на одиницю довжини, r – відстань від осі до точки спостереження (рис. 6).

Таким чином, заряджена циліндрична поверхня утворює електричне поле тільки зовні циліндра, всередині циліндра електричне поле відсутнє.

4. Поле двох коаксіальних циліндричних різнойменно заряджених поверхонь.

$$E(r)=0 \quad (r < R_1), \quad (1.21)$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (R_1 \leq r \leq R_2), \quad (1.21, a)$$

$$E(r)=0 \quad (r > R_2) \quad (1.21, б)$$

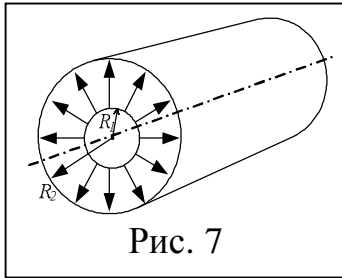


Рис. 7

де R_1 – радіус внутрішнього циліндра, R_2 – радіус зовнішнього циліндра (рис. 7). Коаксіальними циліндрами називають циліндри зі спільною віссю. Таким чином електричне поле двох коаксіальних різнойменно заряджених циліндрів з однаковою за модулем лінійною густиною λ заряду повністю сконцентроване між циліндричними поверхнями.

5. Поле зарядженої сферичної поверхні (рис. 8)

$$E(r) = 0 \quad (r < R), \quad (1.22)$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (r > R), \quad (1.23)$$

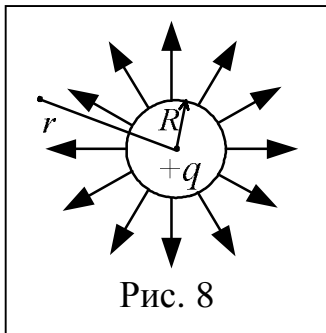


Рис. 8

де R – радіус сфери, r – відстань від центра сфери до точки спостереження, q – заряд сфери. Таким чином, електричне поле зарядженої сфери утворюється тільки зовні сфери, всередині зарядженої сфери електричне поле відсутнє.

6. Поле двох концентричних різнойменно заряджених сферичних поверхонь:

$$E(r)=0 \quad (r < R_1), \quad (1.24)$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (R_1 \leq r \leq R_2), \quad (1.24, a)$$

$$E(r)=0 \quad (r > R_2), \quad (1.24, б)$$

де R_1 і R_2 – радіуси внутрішньої і зовнішньої сфер. Концентричними називаються сфери зі спільним центром. Таким чином, електричне поле двох різнойменно заряджених концентричних сферичних поверхонь повністю зосереджене між сферами.

Приклади розв'язання задач

Задача 1.1. Дві однакові кульки масою по 0,2 г кожна підвішені на нитках завдовжки 50 см. Після надання кулькам однакових зарядів, вони відхилились на відстань 10 см. Визначити заряди, які були передані кулькам.

Дано:

$$m_1 = m_2 = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$l = 0,5 \text{ м}$$

$$r = 0,1 \text{ м}$$

$$q = ?$$

Розв'язання:

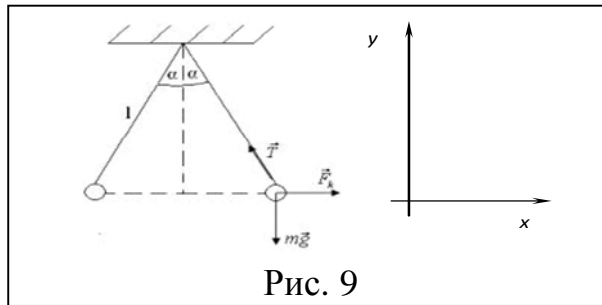


Рис. 9

Умова рівноваги для кожної кульки:

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_k = 0.$$

Спроектуємо на координатні осі:

$$Ox: -T \sin \alpha + F_k = 0 \Rightarrow F_k = T \sin \alpha,$$

$$Oy: T \cos \alpha - mg = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg.$$

Отже,
$$\begin{cases} T \cos \alpha = mg, \\ T \sin \alpha = F_k. \end{cases}$$

Розділимо друге рівняння на перше:
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_k}{mg},$$

Оскільки кут α малий, то:
$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{r}{2l},$$

$$\frac{r}{2l} = \frac{kq^2}{r^2 mg} \Leftrightarrow q = r \sqrt{\frac{rmg}{2kl}},$$

$$q = 0,1 \sqrt{\frac{0,1 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 9,8}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0,5}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

Відповідь: $2,1 \cdot 10^{-4}$ Кл.

Задача 1.2. Якої маси повинна бути порошина, щоб перебувати в полі плоского конденсатора в стані рівноваги, якщо напруженість поля $15 \cdot 10^4$ В/м, а на порошині знаходиться 2062 електронів?

Дано:

$$E = 15 \cdot 10^4 \text{ В/м}$$

$$n = 2062$$

$$m = ?$$

Розв'язання:

Оскільки порошина перебуває в стані рівноваги в електричному полі плоского конденсатора, то сума всіх сил, які діють на неї, повинна дорівнювати нулю.

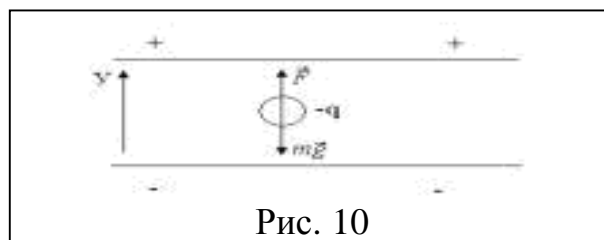


Рис. 10

$$\vec{F} + m\vec{g} = 0$$

$$qE - mg = 0, \Rightarrow qE = mg$$

$$m = \frac{qE}{g} = \frac{neE}{g}$$

$$m = \frac{2026 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 15 \cdot 10^4}{9,8} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ кг}.$$

Відповідь: $5 \cdot 10^{-12}$ кг.

1.2. Електричне поле в діелектриках

Діелектриками називаються речовини, які нездатні проводити електричний струм через відсутність в них вільних електричних зарядів.

Полярні й неполярні діелектрики. Можна ввести радіуси-вектори центрів ваги позитивних і негативних зарядів молекули (рис. 11).

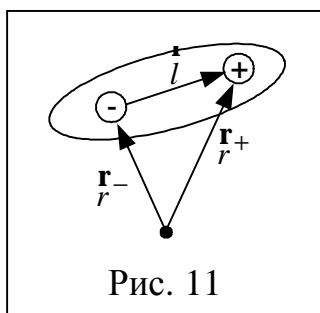


Рис. 11

$$\mathbf{r}^+ = \frac{\sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+}{\sum q}; \quad \mathbf{r}^- = \frac{\sum q_i^- \mathbf{r}_i^-}{\sum q}, \quad (1.25)$$

де \mathbf{r}_i^+ – радіус-вектори усередненого за часом положення i -го заряду молекули. Тоді можна вважати, що весь позитивний заряд молекули зосереджений у центрі ваги позитивних зарядів, а негативний – у центрі ваги негативних. У результаті отримуємо так звану дипольну модель молекули.

Якщо за відсутності зовнішнього електричного поля:

1) $\mathbf{r}^+ = \mathbf{r}^-$, тобто центри ваги позитивних і негативних зарядів молекули збігаються, то такі молекули називаються неполярними, а діелектрики, утворені з цих молекул, – неполярними діелектриками;

2) $\mathbf{r}^+ \neq \mathbf{r}^-$, тобто центри ваги позитивних і негативних зарядів молекули не збігаються, то такі молекули називаються полярними, а діелектрики, утворені з цих молекул, – полярними діелектриками.

Для полярних молекул вводиться дипольний електричний момент молекули

$$\mathbf{p}_e = |q| \mathbf{l}, \quad (1.26)$$

де q – заряд молекули, \mathbf{l} – радіус – вектор, проведений із центра ваги негативних зарядів у центр ваги позитивних зарядів молекули.

Молекула в зовнішньому електричному полі. При внесенні в зовнішнє електричне поле з напруженістю \mathbf{E} :

а) неполярна молекула розтягується під дією сил поля і набуває дипольного електричного моменту, який направлений уздовж зовнішнього поля і пропорційний напруженості поля:

$$\mathbf{p}_e = \beta \epsilon_0 \mathbf{E}, \quad (1.27)$$

де β – поляризованість молекули (тобто неполярна молекула поводить себе як пружний диполь);

б) полярні молекули розвертаються і встановлюються своїм дипольним моментом \vec{p}_e за напрямком вектора напруженості зовнішнього електричного поля \vec{E} (тобто полярна молекула поводить себе як жорсткий диполь).

Поляризація діелектрика. За відсутності зовнішнього електричного поля сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю (для неполярного діелектрика дипольні моменти молекул дорівнюють нулю, для полярного – через повний хаос напрямків дипольних електричних моментів молекул).

Під дією зовнішнього електричного поля діелектрик поляризується – результуючий дипольний момент діелектрика стає відмінним від нуля: неполярні молекули розтягуються і орієнтуються дипольними моментами вздовж зовнішнього електричного поля з напруженістю \vec{E}_0 (рис. 12).

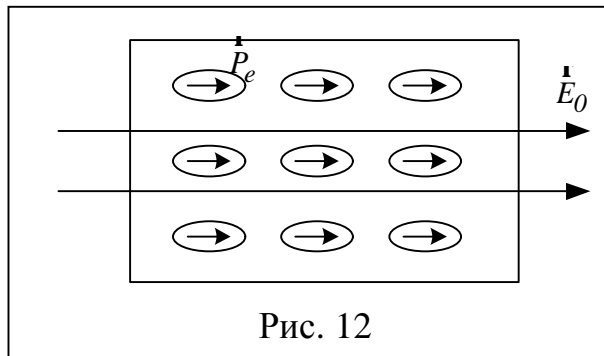


Рис. 12

Ступінь поляризації діелектрика характеризується поляризованістю \vec{P} – дипольним електричним моментом у одиничному об’ємі діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_{ei}}{V}; \quad (1.28)$$

де $\sum \vec{p}_{ei}$ – сума дипольних

електричних моментів в об’ємі V .

Для ізотропних діелектриків

$$\vec{P} = \delta \epsilon_0 \vec{E}, \quad (1.29)$$

де δ – діелектрична сприйнятливість, \vec{E} – напруженість поля в діелектрику.

Зв’язані заряди. На поверхню діелектрика внаслідок поляризації виступають зв’язані заряди. Там, де лінії напруженості виходять з діелектрика, виступають позитивні заряди, а там, де входять, – негативні (рис. 13). Поверхнева густина зв’язаних зарядів визначається за формулою

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \quad (1.30)$$

де P_n – проекція вектора поляризованості на зовнішню нормаль до поверхні діелектрика. З урахуванням (1.29) формула (1.30) набуває вигляду

$$\sigma' = \delta \epsilon_0 E_n, \quad (1.31)$$

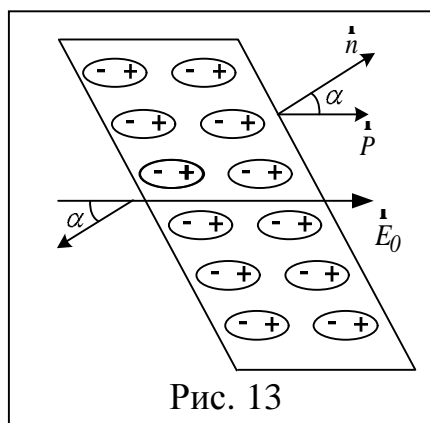


Рис. 13

де E_n – проекція напруженості поля всередині діелектрика у безпосередній близькості до поверхні на зовнішню нормаль до поверхні. Формула (1.31) визначає не тільки величину σ , а також її знак.

Опис поля в діелектрику. Внаслідок принципу суперпозиції напруженість електричного поля всередині діелектрика складається з двох компонентів:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}', \quad (1.32)$$

де \vec{E}_0 – напруженість зовнішнього поля, \vec{E}' – напруженість поля, утвореного зв'язаними зарядами, що виступили на поверхню діелектрика при його поляризації. Вектор \vec{E}' завжди направлений протилежно вектору \vec{E}_0 , тому в скалярному вигляді:

$$E = E_0 - E' < E_0, \quad (1.33)$$

тобто діелектрики завжди послаблюють електричне поле. Поляризація діелектрика обумовлена дією сумарного поля (1.32).

Для опису електричного поля в діелектрику крім вектора напруженості \vec{E} вводиться ще вектор електричного зміщення

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (1.34)$$

У вакуумі: $\vec{P} = 0$ і $\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0$.

У діелектрику $\vec{P} = \delta \epsilon_0 \vec{E}$ і $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \delta \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \delta) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$,

де $\epsilon = 1 + \delta$ – відносна діелектрична проникність. Через напруженості полів зовнішнього E_0 і внутрішнього E відносна діелектрична проникність ϵ визначається за формулою

$$\epsilon = \frac{E_0}{E}. \quad (1.35)$$

Оскільки за модулем напруженість електричного поля \vec{E}_0 в середині діелектрика завжди менша, ніж напруженість зовнішнього поля \vec{E}_0 у вакуумі, то $\epsilon > 1$. Відносна діелектрична проникність ϵ показує, у скільки разів напруженість електричного поля всередині діелектрика відрізняється від напруженості зовнішнього поля.

Приклади розв'язання задач

Задача 1.3. Два точкових заряди $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл та $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл знаходяться в діелектрику $\epsilon = 2$ на відстані $d = 10$ см один від одного. Визначити напруженість електричного поля в точці A , що знаходиться на відстані $r_1 = 20$ см від першого та $r_2 = 15$ см від другого зарядів.

Дано:

$$q_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$q_2 = -4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

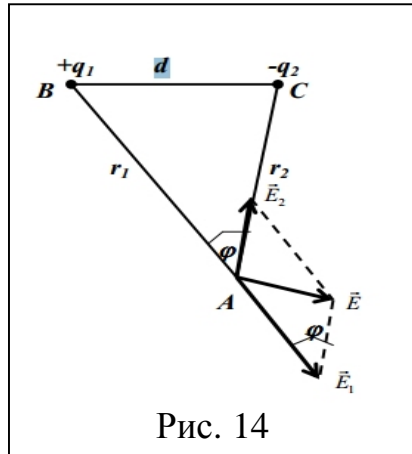
$$e = 2$$

$$d = 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_1 = 0,2 \text{ м}$$

$$r_2 = 0,15 \text{ м}$$

$$E = ?$$



Розв'язання:

Для розв'язку задачі скористаємося принципом суперпозиції

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

де E_1 і E_2 напруженості електричного поля, створені в точці A зарядами q_1 та q_2 :

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{er_1^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{er_2^2}$$

Модуль напруженості електричного поля створеного обома зарядами обчислимо користуючись теоремою косинусів:

$$E = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos j \quad (1)$$

Для обчислення $\cos \phi$ застосуємо теорему косинусів до трикутника ABC :

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos j$$

$$\cos j = \frac{d^2 + r_1^2 + r_2^2}{2r_1r_2}$$

Підставимо вирази E_1 , E_2 і $\cos \phi$ в (1) і отримаємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 e} \cdot \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1q_2(r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3r_2^3}}$$

Звідки $E = 6,2 \cdot 10^4 \text{ В/м}$

Відповідь: $E = 6,2 \cdot 10^4 \text{ В/м}$

Задача 1.4. До повітряного конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів $U = 600 \text{ В}$ і відключеного від джерела, приєднали другий незаряджений конденсатор таких же розмірів та форми але з діелектриком. Визначити діелектричну проникність цього діелектрика, якщо після приєднання другого конденсатора різниця потенціалів на першому зменшилась до $U_1 = 100 \text{ В}$.

Дано:

$$U = 600 \text{ В}$$

$$U_1 = 100 \text{ В}$$

$$e = ?$$

Розв'язання:

Заряд першого конденсатора після приєднання другого розподілився між цими двома конденсаторами:

$$q = q_1 + q_2$$

Цей розподіл зарядів приводить до того, що на обох конденсаторах встановлюється однакова різниця потенціалів $U_1 = 100 \text{ В}$. Таким чином:

$$C_1U = C_1U_1 + C_2U_2$$

де C_1 і C_2 – ємності першого та другого конденсаторів. Так як їх розміри однакові, то:

$$C_2 = eC_1$$

Отже,

$$C_1 U = C_1 U_1 + eC_1 U_1$$

$$C_1 U = C_1 U_1 (1 + e)$$

$$\frac{U}{U_1} = (1 + e)$$

$$e = \frac{U}{U_1} - 1$$

$$e = \frac{600}{100} - 1 = 5 \Rightarrow$$

Відповідь: $\varepsilon = 5$

1.3. Провідники в зовнішньому електричному полі

Умови рівноваги зарядів на провіднику. Рівновага зарядів на провіднику спостерігається при виконанні двох умов:

$$E = 0 \text{ – всередині провідника.} \quad (1.36)$$

$$E = E_n \text{ – на поверхні провідника.} \quad (1.37)$$

Тобто, всередині провідника поле повинно бути відсутнє, а на поверхні направлене вздовж нормалі до поверхні.

Розподіл зарядів по провіднику. Якщо провіднику надати заряд, то він розподілиться на ньому так, щоб виконувалися дві вище наведені умови рівноваги заряду на провіднику.

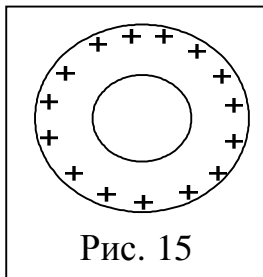


Рис. 15

При рівновазі зарядів ні в якому місці всередині провідника не може бути надлишкових зарядів. Всі вони розташуються по зовнішній поверхні провідника (рис. 15).

Густина заряду на поверхні провідника визначається кривизною поверхні $\rho = 1/R$, де R – радіус кривизни. Густина заряду зростає зі збільшенням позитивної кривизни поверхні (опуклості) і зменшується при збільшенні негативної кривизни (вгнутості).

Провідник у зовнішньому електричному полі. При внесенні

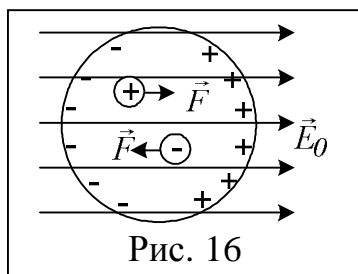


Рис. 16

незарядженого провідника в електричне поле носії заряду у провіднику приходять в рух. На кінцях провідника накопичуються заряди протилежних знаків, які називаються індукційними зарядами (рис. 16). Перерозподіл зарядів закінчується тоді, коли будуть виконані обидві умови рівноваги заряду на провіднику.

Індукційні заряди розподіляються по зовнішній поверхні провідника, а поле всередині провідника дорівнює нулю, тому що поле індукційних зарядів компенсує всередині провідника зовнішнє поле. На цьому базується електростатичний захист, тобто захист певних місць простору від електричних полів.

Електроємність провідника. Величина, що характеризується здатністю провідника накопичувати електричні заряди, називається електроємністю:

$$C = \frac{q}{\phi}, \quad (1.38)$$

де q – заряд на провіднику, ϕ – потенціал провідника, тобто потенціал електричного поля в точці на поверхні провідника. З умови рівноваги зарядів на провіднику випливає, що потенціали всіх точок на поверхні провідника однакові, тому говорять про потенціалі всього провідника.

При одному й тому ж потенціалі провідника чим більше його електроємність, тим більший заряд накопичений на провіднику. Електроємність провідника залежить від форми, розмірів провідника і електричних властивостей середовища, що оточує провідник (відносної діелектричної проникності). Для сферичного провідника

$$C = 4\pi \square \epsilon_0 R, \quad (1.39)$$

де R – радіус сфери, ϵ – відносна діелектрична проникність середовища.

Конденсатори. Усамітнені провідники мають малу електроємність. Навіть куля розмірів Землі має електроємність близько 700 мкФ. Для накопичення зарядів служать конденсатори – пристрої, які при невеликому потенціалі накопичують значні за величиною заряди. Будова конденсатора базується на тому, що електроємність провідника зростає при наближенні до нього інших тіл. Провідники, що утворюють конденсатор (обкладки), повинні мати таку форму, щоб електричне поле було зосереджене між ними. Тоді наближення зовнішніх тіл не впливає на електроємність конденсатора. Можливі тільки три таких форми обкладинок і три типи конденсаторів: плоско паралельні, циліндричні й сферичні.

Електроємність конденсатора визначається за формулою:

$$C = \frac{|q|}{U}, \quad (1.40)$$

де q – заряд однієї з обкладок, U – різниця потенціалів між обкладками. Для плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \quad (1.41)$$

де S – площа обкладки, d – відстань між обкладками, ϵ – відносна діелектрична проникність середовища між обкладками.

батареї конденсаторів:

а) при паралельному з'єднанні (рис. 17)

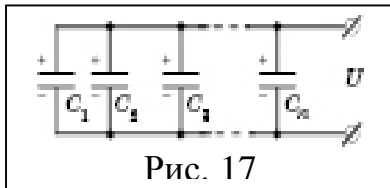


Рис. 17

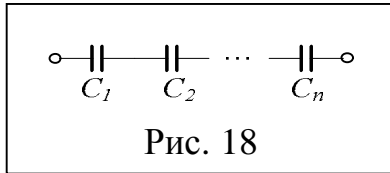


Рис. 18

$$C = \sum_{i=1}^N C_i; \quad (1.42)$$

б) при послідовному з'єднанні (рис. 18)

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}. \quad (1.43)$$

Енергія зарядженого провідника

$$W = \frac{1}{2} q\phi = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\phi^2}{2}, \quad (1.44)$$

де q – заряд провідника, ϕ – потенціал провідника, C – електроємність провідника. Енергія зарядженого провідника накопичується в електричному полі навколо провідника.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{1}{2} qU = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}, \quad (1.45)$$

де q – заряд на одній з обкладок, U – різниця потенціалів між обкладками, C – електроємність конденсатора. Носієм енергії зарядженого конденсатора є електричне поле між обкладками конденсатора.

Енергія електричного поля. Густина енергії електричного поля, тобто енергія в одиниці об'єму електричного поля визначається за формулою

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{d} \quad (\text{Дж/м}^3), \quad (1.46)$$

де ϵ – відносна діелектрична проникність середовища в якому утворене електричне поле, E – напруженість електричного поля. Густина енергії електричного поля пропорційна до квадрату напруженості електричного поля.

Приклади розв'язання задач

Задача 1.5. Ємність плоского повітряного конденсатора $C = 10^{-9} \text{Ф}$, відстань між пластинами 4 мм. На заряд $Q = 4,9 \cdot 10^{-9} \text{Кл}$, розміщений між пластинами конденсатора, діє сила $F = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{Н}$. Площа пластини конденсатора 100см^2 . Визначити: 1) напруженість поля і різницю потенціалів між пластинами; 2) густину енергії і енергію поля конденсатора.

Дано:

$$Q = 4,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$C = 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$S = 10^{-2} \text{ м}$$

$$d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$E - ? \quad U - ?$$

$$W_n - ? \quad \omega - ?$$

Розв'язання:

Поле між пластинами конденсатора вважаємо однорідним. Напруженість поля E можна виразити з виразу $E = F/q$.

$$E = \frac{9,8 \cdot 10^{-5}}{4,9 \cdot 10^{-9}} = 2 \cdot 10^4 \text{ В/м.}$$

Різниця потенціалів між пластинами:

$$U = Ed = 2 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 80 \text{ В}$$

Енергія конденсатора:

$$W_n = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S U^2}{2d},$$

$$W_n = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} \cdot (8 \cdot 10)^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 7 \cdot 10^{-8} \text{ Дж,}$$

$$w = \frac{W_n}{V} = \frac{W_n}{Sd} = \frac{7 \cdot 10^{-8}}{10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^3.$$

Відповідь: $E = 2 \cdot 10^4$ В/м, $U = 80$ В, $W_n = 7,04 \cdot 10^{-8}$ Дж, $\omega = 1,75 \cdot 10^{-3}$ Дж/м³.

Задача 1.6. Плоский конденсатор, площа пластин якого S , а відстань між ними d , має ізолятор із скляної пластини. Конденсатор зарядили до напруги U , після чого від'єднали від джерела напруги. Визначити механічну роботу, яку треба виконати, щоб вийняти скляну пластину з конденсатора. Тертям і вагою пластини знехтувати.

Дано:

$$S, d, U, \epsilon$$

$$A - ?$$

Розв'язання:

Шукана робота A дорівнює зміні енергії зарядженого конденсатора.

$$A = W_2 - W_1.$$

$$W = \frac{CU^2}{2}, \text{ де } C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \text{ то}$$

$$W_1 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S U^2}{2d}.$$

Після видалення пластинки, діелектриком буде повітря. Це означає зменшення діелектричної проникності в ϵ раз і, як наслідок, збільшення напруженості в ϵ раз.

Тоді напруга збільшиться в ϵ разів:

$$U = \epsilon d,$$

$$W_2 = \frac{\epsilon_0 S (\epsilon U)^2}{2d},$$

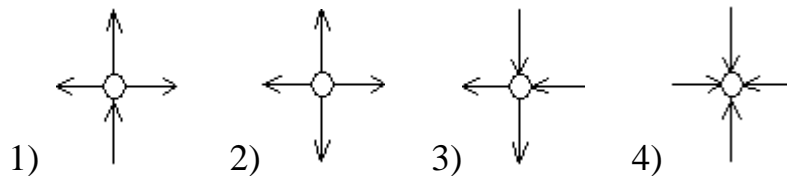
$$A = \frac{\varepsilon^2 \varepsilon_0 S U^2}{2d} - \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) S U^2}{2d}.$$

Відповідь: $A = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) S U^2}{2d}.$

Тести

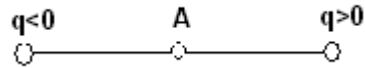
1. Вкажіть вираз, що є математичним записом закону збереження заряду:
 - 1) $q_1 + q_2 = const$;
 - 2) $q_1 - q_2 - \dots - q_n = const$;
 - 3) $F_1 + F_2 + \dots + F_n = const$;
 - 4) $q_1 + q_2 + \dots + q_n = const$.
2. Дві маленькі кульки, заряджені рівними за модулем різнойменними зарядами, доторкнули і розвели на попередні місця. Визначте заряди на кульках після їх розведення:
 - 1) знаки зарядів на обох кульках зміняться на протилежні;
 - 2) заряди кульок зменшаться в 2 рази;
 - 3) заряди кульок збільшаться в 2 рази;
 - 4) кульки будуть не заряджені.
3. Вкажіть, на яку частинку перетворюється атом, якщо від нього відірвали один електрон:
 - 1) негативний йон;
 - 2) позитивний йон;
 - 3) атом іншого хімічного елемента;
 - 4) атом не змінюється.
4. Виберіть значення заряду електрона:
 - 1) $1,6 \cdot 10^{19}$ Кл;
 - 2) $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
 - 3) $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
 - 4) $-1,6 \cdot 10^{-31}$ Кл.
5. Виберіть значення заряду протона:
 - 1) $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
 - 2) $1,6 \cdot 10^{19}$ Кл;
 - 3) $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
 - 4) $-1,6 \cdot 10^{19}$ Кл.
6. Вкажіть, які саме частинки переміщуються при електризації тіл:
 - 1) атоми;
 - 2) протони;
 - 3) нейтрони;
 - 4) електрони.

7. Вкажіть назву електризації тіл під дією електричного поля:
- 1) електризація тертям;
 - 2) електризація дотиком;
 - 3) електризація через вплив;
 - 4) електризація навіюванням.
8. Виберіть числове значення коефіцієнта k у законі Кулона:
- 1) $9 \cdot 10^{-9}$ (Н·м²/Кл²);
 - 2) $9 \cdot 10^9$ (Н·м²/Кл²);
 - 3) $-9 \cdot 10^9$ (Н·м²/Кл²);
 - 4) $1,6 \cdot 10^{-9}$ (Н·м²/Кл²).
9. Вкажіть величину, що показує, у скільки разів середовище послаблює електричне поле порівняно з вакуумом:
- 1) сила;
 - 2) діелектрична проникність;
 - 3) коефіцієнт k ;
 - 4) заряд.
10. Закінчіть речення: “Два точкові заряди відштовхуються, якщо вони... “
- 1) різнойменно заряджені;
 - 2) заряджені негативно;
 - 3) заряджені позитивно;
 - 4) наближаються один до одного.
11. Виберіть частинки, що мають однаковий за модулем заряд:
- 1) електрон;
 - 2) нейтрон;
 - 3) протон;
 - 4) ядро атома Гідрогену;
 - 5) ядро атома Оксигену.
12. Вкажіть рисунок, на якому зображено електричне поле негативного заряду:



13. Виберіть фізичну величину, яка є силовою характеристикою електричного поля:
- 1) електричний заряд;
 - 2) сила взаємодії зарядів;
 - 3) діелектрична проникність;
 - 4) напруженість.

14. Вкажіть напрям вектора напруженості електричного поля, створеного двома зарядами в точці А, що знаходиться посередині



між зарядами:

- 1) вниз;
 - 2) вправо;
 - 3) вгору;
 - 4) вліво.
15. Виберіть запис принципу суперпозиції полів:
- 1) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$;
 - 2) $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \vec{E}$;
 - 3) $E_1 + E_2 + \dots + E_n = 0$;
 - 4) $E_1 + E_2 + \dots + E_n = const$.
16. Вкажіть назву електричного поля, в кожній точці якого напруженість однакова:
- 1) електростатичне;
 - 2) неоднорідне;
 - 3) однорідне;
 - 4) вихрове.
17. Вкажіть одиницю поверхневої густини заряду:
- 1) Кл/м;
 - 2) Кл/м³;
 - 3) Кл/с;
 - 4) Кл/м².
18. Виберіть формулу, за якою визначається напруженість поля рівномірно зарядженої площини з поверхневою густиною заряду σ у вакуумі:
- 1) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$;
 - 2) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \rho}$;
 - 3) $E = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}$;
 - 4) $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.
19. Вкажіть величину, яка визначається відношенням потенціальної енергії електричного поля в даній точці, до заряду, розміщеного в цій точці:
- 1) напруженість;
 - 2) робота;

- 3) потенціал;
4) напруга.
20. Вкажіть одиницю діелектричної проникності середовища:
1) В;
2) Н/Кл;
3) Кл/м²;
4) безрозмірна величина.
21. Виберіть вираз потенціалу електричного поля на відстані r від точкового заряду q :
1) kqr ;
2) $k\frac{q}{r}$;
3) $k\frac{q}{r^2}$;
4) $k\frac{q^2}{r^2}$.
22. Вкажіть характер залежності роботи електростатичного поля по переміщенню заряду від форми траєкторії:
1) обернено пропорційна;
2) прямо пропорційна;
3) лінійна;
4) не залежить.
23. Вкажіть величину, що характеризує здатність тіл накопичувати електричний заряд:
1) електроємність;
2) діелектрична проникність;
3) поверхнева густина заряду;
4) напруженість поля.
24. Виберіть енергетичну характеристику електричного поля:
1) напруженість поля;
2) потенціал;
3) поверхнева густина заряду;
4) діелектрична проникність;
25. Вкажіть вираз, що пов'язує напруженість поля і різницю потенціалів:
1) $E = U \cdot d$;
2) $U = E \cdot d$;
3) $E = U \cdot d \cdot \cos a$;
4) $U = E \cdot d \cdot \sin a$.
26. Вкажіть формулу, за якою можна обчислити електроємність плоского конденсатора:

$$1) C = \frac{\epsilon\epsilon_0 d}{q};$$

$$2) C = \frac{\epsilon\epsilon_0 d}{S};$$

$$3) C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d};$$

$$4) C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{q}.$$

27. Вкажіть формулу, за якою визначають загальну ємність двох послідовно з'єднаних конденсаторів з ємностями C_1 і C_2 :

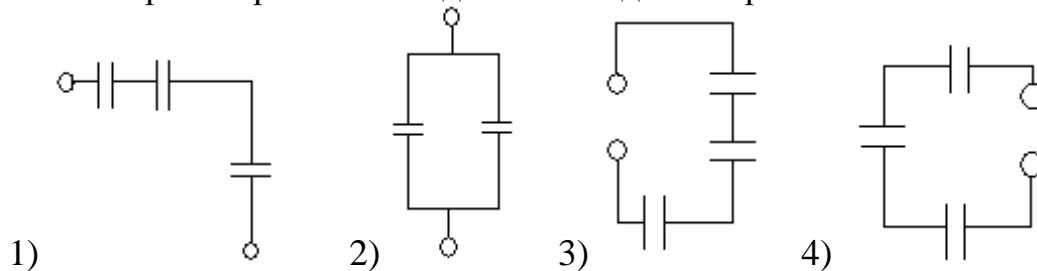
$$1) \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2};$$

$$2) C_1 + C_2;$$

$$3) \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2};$$

$$4) \frac{2C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

28. Виберіть паралельне з'єднання конденсаторів:



29. Виберіть значення електричної сталої:

$$1) 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м};$$

$$2) 8,85 \cdot 10^{-11} \text{ Ф/м};$$

$$3) 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м};$$

$$4) 8,85 \cdot 10^{-13} \text{ Ф/м}.$$

30. Виберіть формули, за якими можна визначити напруженість електричного поля:

$$1) E = \frac{U}{d};$$

$$2) E = k \frac{q}{r};$$

$$3) E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

4) $E = U \cdot d$;

31. Виберіть формули, за якими можна визначити електроємність:

1) $C = \frac{q}{E}$;

2) $C = \frac{q}{R}$;

3) $C = \frac{q}{U}$;

4) $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$;

5) $C = 4\pi \epsilon_0 R$.

32. Виберіть формули для визначення потенціалу електричного поля:

1) $j = k \frac{q}{r^2}$;

2) $j = k \frac{q^2}{r}$;

3) $j = \frac{W}{q}$;

4) $j = k \frac{q}{r}$.

33. Виберіть одиниці напруженості електричного поля:

1) Н/м;

2) В/м;

3) В/Кл;

4) Н/Кл;

34. Виберіть формули, за якими можна визначити енергію електричного поля:

1) $W = \frac{q \cdot U}{C}$;

2) $W = \frac{q \cdot U}{2}$;

3) $W = \frac{q^2}{2C}$;

4) $W = \frac{q \cdot U^2}{2C}$;

5) $W = \frac{C \cdot U^2}{2}$;

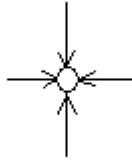
35. Вкажіть формули, за якими можна визначити густину енергії електричного поля:

- 1) $w = \frac{W}{V}$;
- 2) $w = \frac{W}{S}$;
- 3) $w = W \cdot S$;
- 4) $w = \frac{ee_0 E}{2}$;
- 5) $w = \frac{e_0 E^2}{2}$.

Відповіді

1. заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати в даних умовах;
2. $q_1 + q_2 + \dots + q_n = const$;
3. кульки будуть не заряджені;
4. електроскоп;
5. мінімальний заряд, що існує в природі;
6. негативний йон;
7. $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
8. $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
9. $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг;
10. $1,8 \cdot 10^{-19}$ Кл;
11. електрони;
12. електризація через вплив;
13. $9 \cdot 10^9$ (Н·м²/Кл²);
14. діелектрична проникність;
15. заряджені негативно;
заряджені позитивно;
16. електрон;
протон;
ядро атома Гідрогену;
17. 118 мКл;
1450 мКл;
79 500 мКл;
18. Абрам Йоффе;
Роберт Міллікен;
19. маса протона в 1836,1 раза більша, ніж маса електрона;
існує частинка, яка відрізняється від електрона лише знаком заряду;
20. Ернест Резерфорд;

21. заряди, що в обраній системі відліку нерухомі;



22. ;

23. напруженість;

24. вліво;

25. $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \vec{E}$;

26. однорідне;

27. Кл/м²;

28. $E = \frac{S}{2e_0}$;

29. потенціал;

30. безрозмірна величина;

31. $k \frac{q}{r}$;

32. не залежить;

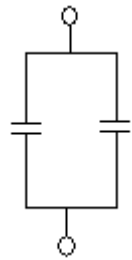
33. електроємність;

34. потенціал;

35. $U = E \cdot d$;

36. $C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$;

37. $\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$;



38. ;

39. $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м;

40. $E = \frac{U}{d}$;

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$

$$E = \frac{F}{q};$$

41. потенціал електричного поля;

робота електричного поля по переміщенню заряду;

$$42. C = \frac{q}{U};$$

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d};$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R;$$

$$43. j = \frac{W}{q};$$

$$j = k \frac{q}{r};$$

$$44. \text{B/M};$$

$$\text{H/КЛ};$$

$$45. W = \frac{q \cdot U}{2};$$

$$W = \frac{q^2}{2C};$$

$$W = \frac{C \cdot U^2}{2};$$

$$46. w = \frac{W}{V};$$

$$w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2};$$

2. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

2.1. Основні поняття і закони постійного електричного струму

Упорядкований рух електричних зарядів називається електричним струмом.

Сила струму. Середня сила струму за час Δt

$$I_{\text{сеп}} = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \quad (2.1)$$

де Δq – заряд, що проходить через поперечний переріз провідника за час Δt .

Миттєве значення сили струму:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad \left(1\text{A} = \frac{1\text{ Кл}}{1\text{ с}} \right), \quad (2.2)$$

тобто миттєва сила струму дорівнює першій похідній від заряду за часом. За напрямком струму приймається напрямком переміщення позитивних зарядів.

Якщо в провіднику рухаються заряди обох знаків, то сила струму:

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \left| \frac{dq^-}{dt} \right| \quad (2.3)$$

Густина струму. При нерівномірному розподілу по поперечному перерізу провідника зарядів, що проходять по ньому, струм характеризується густиною струму:

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad \left(\frac{1\text{ А}}{1\text{ м}^2} \right) \quad (2.4)$$

де dS – елементарна площадка, перпендикулярна напрямку протікання струму. Знаючи густина струму j , можна визначити силу струму

$$I = \int_S j_n dS, \quad (2.5)$$

де $j_n = j \cos \alpha$ – проекція вектора густини струму на нормаль до поверхні S у кожній точці поверхні.

Електрорушійна сила джерела (ЕРС) струму. Сили електричного поля переміщують позитивні заряди від точок з більшим потенціалом до точок з меншим потенціалом.

У замкненому колі поряд з ділянками зі зменшенням потенціалу мають бути ділянки із зростанням потенціалу. На ділянках із зростанням потенціалу переміщення позитивних зарядів можливе за допомогою тільки неелектричних (сторонніх) сил.

Сила будь-якої природи, яка може переміщувати позитивний заряд у напрямку зростання потенціалу, відноситься до класу сторонніх сил. Сторонні сили можна характеризувати роботою з переміщення одиничного

позитивного заряду. Ця величина називається електрорушійною силою і дорівнює

$$E = A^{cm} / q \quad (1 \text{ Дж/Кл} = 1 \text{ В}). \quad (2.6)$$

Сторонні сили діють у джерелах струму і переміщують позитивні заряди від меншого потенціалу (від мінуса) до більшого (до плюса). Саме джерело струму витрачає енергію на переміщення зарядів по замкненому колу, тому що робота електричних сил, які переміщують заряд поза джерелом, по замкненому колу дорівнює нулю.

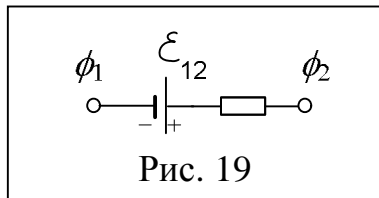


Рис. 19

Напруга. Розглянемо ділянку кола, яка має джерело струму. (рис. 19).

Повна робота A_{12} з переміщення заряду q по ділянці кола складається з роботи сторонніх сил у джерелі струму і роботи електричних сил поза джерелом струму

$$A_{12} = A_{12}^{el} + A_{12}^{cm}. \quad (2.7)$$

Поділимо формулу (2.7) на заряд q , що переміщується по ділянці, і введемо такі величини: $U_{12} = A_{12} / q$ – напруга на ділянці кола, $\phi_1 - \phi_2 = A_{12}^{el} / q$ – різниця потенціалів на ділянці кола, $E_{12} = A_{12}^{cm} / q$ – ЕРС ділянки кола. У результаті ми отримаємо

$$U_{12} = (\phi_1 - \phi_2) + E_{12}. \quad (2.8)$$

Таким чином, напруга на ділянці кола дорівнює алгебраїчній сумі різниці потенціалів і ЕРС. Якщо напрямок дії джерела струму (від мінуса до плюса) збігається з напрямком струму, то $E_{12} > 0$, а якщо не збігається, то $E_{12} < 0$.

Закон Ома для ділянки кола. Сила струму на ділянці кола прямо пропорційна напрузі і обернено пропорційна електричному опору ділянки кола

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.9)$$

Для циліндричних провідників електричний опір визначається формулою

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.10)$$

де ρ – питомий опір провідника, l – довжина, S – площа поперечного перерізу провідника.

Закон Ома можна записати у диференціальній формі:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (2.11)$$

де \vec{j} – вектор густини струму, \vec{E} – напруженість електричного поля в провіднику, $\sigma = 1/\rho$ – електропровідність провідника. Закон Ома у вигляді (2.11) дозволяє диференційно підійти до різних ділянок поперечного перерізу провідника і відповісти на питання, як змінюється густина струму

по поперечному перерізу провідника. З формули (2.11) випливає, що розподіл густини струму збігається з розподілом напруженості електричного поля на поперечному перерізі провідника.

Питомий опір більшості металевих провідників залежить від

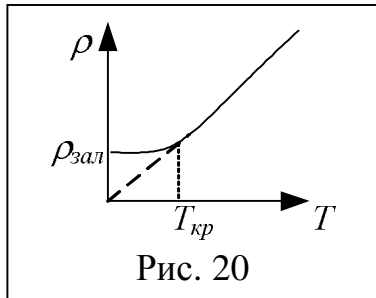


Рис. 20

температури за формулою

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (2.12)$$

де ρ_0 – питомий опір за температури $t = 0^\circ\text{C}$, α – температурний коефіцієнт опору. При кімнатних температурах ρ змінюється прямо пропорційно абсолютній температурі $T = t^\circ\text{C} + 273$. Однак при низьких температурах спостерігається відхилення від цієї залежності (рис.20).

При $T = 0$ спостерігається залишковий опір $\rho_{\text{зал}}$, який залежить від чистоти матеріалу і наявності механічних напружень. У деяких матеріалів та сплавів при $T < T_{\text{кр}}$ (тобто при температурі нижче критичної) спостерігається падіння електричного опору до нуля.

Це явище називається надпровідністю. Надпровідниками є ртуть, олово, свинець, алюміній та інші.

Температура, при якій провідник переходить у стан надпровідності, називається критичною.

Закон Джоуля. При протіканні струму по провіднику останній нагрівається, тобто виділяється теплота. Ця теплота називається джоулевою теплотою оскільки, визначається за законом Джоуля. Для постійного струму закон Джоуля

$$Q = I^2 R t, \quad (2.13)$$

де I – сила постійного струму, R – опір провідника, t – час протікання струму.

Для змінного струму весь час протікання струму потрібно розбити на елементарні проміжки часу Δt_k , настільки малі, що струм I_k на кожному з них, можна вважати незмінною величиною, тоді

$$Q \approx \sum_{(i)} I_k^2 R_k \Delta t_k, \quad (2.14)$$

Формула (2.55) тим точніша, чим менші проміжки часу Δt_k . Строгий знак рівності можна підставити тільки під знаком границі

$$Q = \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \sum_i I_k^2 R_k \Delta t_k = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt, \quad (2.15)$$

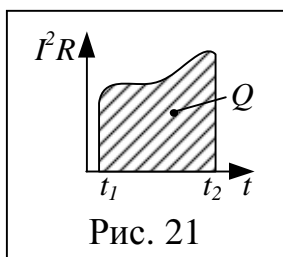


Рис. 21

Тобто щоб визначити кількість теплоти, що виділяється при протіканні змінного струму, потрібно вираз $I^2 R$ проінтегрувати за часом від t_1 до t_2 . На координатній площині $(I^2 R, t)$ кількість виділеного тепла дорівнює площі криволінійної трапеції, яка зверху обмежена графіком залежності $I^2 R = f(t)$.

(рис. 21). Формула (2.15) – це закон Джоуля у звичайній формі. Вона визначає тепло, що виділилося у всьому провіднику. Можна перейти до диференційної форми закону Джоуля, яка характеризує виділення теплоти в різних місцях провідника:

$$w = \sigma E^2, \quad (2.16)$$

де $w = dQ/dVdt$ – питома потужність струму, тобто кількість теплоти, що виділиться в одиниці об'єму в одиницю часу. З формули (2.16) випливає, що питома потужність пропорційна квадрату напруженості електричного поля E . Знаючи питому потужність електричного струму, виділене у провіднику тепло визначається за формулою

$$Q = \iiint \omega dVdt, \quad (2.17)$$

де інтегрування ведеться по всьому об'єму провідника.

Правила Кірхгофа. Розгалуженні електричні кола легко розрахувати за допомогою двох правил Кірхгофа.

Перше правило. Алгебраїчна сума струмів, що збігаються у вузлі, дорівнює нулю

$$\sum I_k = 0. \quad (2.18)$$

Вузол – це точка розгалуженого електричного кола, де збігаються більше двох провідників. Струми, що входять у вузол, беруться з одним знаком, а що виходять – з протилежним.

Друге правило. При обході по замкненому контуру, що виділений у розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків струмів на опір (тобто напруг на резисторах) дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у цьому контурі:

$$\sum I_k R_k = \sum E_k. \quad (2.19)$$

Порядок розрахунку розгалуженого кола.

1. У кожній нерозгалуженій ділянці (гілці кола), довільно задаємо напрямки струмів і нумеруємо їх. Кількість невідомих струмів дорівнює кількості гілок.

2. Складаємо $N-1$ рівнянь за першим правилом Кірхгофа, де N – кількість вузлів розгалуженого електричного кола. Струми, що входять у вузол, беруть з одним знаком, що виходять, – з протилежним.

3. У розгалуженому колі виділяємо замкнені контури і довільно задаємо напрямки їх обходу (за годинниковою стрілкою або проти).

4. Складаємо рівняння за другим правилом Кірхгофа. Якщо обраний напрямок обходу контуру збігається з напрямком протікання струму, то $I_k R_k > 0$. Якщо при обході контуру переходимо в джерелі струму з мінуса на плюс, то $E_k > 0$.

5. Загальна кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості невідомих струмів.

Приклади розв'язання задач

Задача 2.1. Джерела струму з електрорушійними силами E_1 і E_2 підключені до кола, як показано на мал. .2. Визначити сили струмів, які протікають в опорах R_2 і R_3 , якщо $E_1 = 10\text{ В}$ і $E_2 = 4\text{ В}$, а $R_1 = R_4 = 2\text{ Ом}$ і $R_2 = R_3 = 4\text{ Ом}$. Опорами джерел струму знехтувати.

Дано:

$$R_1 = R_4 = 2\text{ Ом}$$

$$R_2 = R_3 = 4\text{ Ом}$$

$$E_1 = 10\text{ В}$$

$$E_2 = 4\text{ В}$$

$$r_1 = r_2 = 0$$

$$I_2 = ? \quad I_3 = ?$$

Розв'язання:

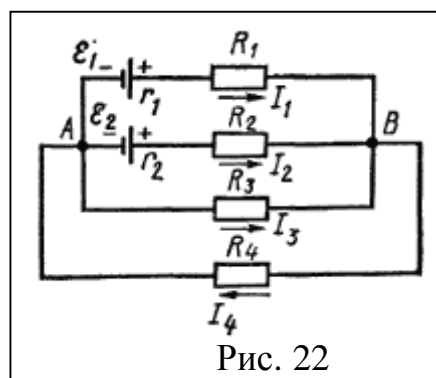


Рис. 22

Виберемо напрямки струмів, так, як вони показані на рис. 22, та домовимося обходити контури за годинниковою стрілкою.

Електрична схема у даній задачі має два вузли A і B . Але складати рівняння за першим законом Кірхгофа потрібно тільки для одного

вузла, оскільки рівняння складене для іншого вузла буде аналогічним.

Під час створення рівнянь за першим законом Кірхгофа потрібно використовувати правило знаків, а саме, струм, який підходить до вузла, в рівнянні має знак плюс, а струм, який виходить із вузла, – мінус.

За першим законом Кірхгофа для вузла B ми маємо

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

Останні три рівняння одержимо із другого закону Кірхгофа. Кількість незалежних рівнянь, які можна скласти за другим законом Кірхгофа, є меншою від кількості контурів (у нашому випадку контурів – шість, а незалежних рівнянь – три). Для того, щоб отримати необхідну кількість незалежних рівнянь потрібно дотримуватися такого правила: вибирати контури так, щоб кожний новий контур містив хоча б одну гілку, яка не розглядалася б у жодному з попередніх контурів.

Під час написання рівнянь за другим законом Кірхгофа потрібно виконувати таке правило знаків:

а) якщо струм за напрямком збігається з вибраним напрямком обходу контурів, то відповідний добуток IR входить до рівняння із знаком плюс, в протилежному випадку – із знаком мінус;

б) якщо під час обходу контура йдемо від мінуса до плюса всередині джерела струму, то відповідна ЕРС входить до рівняння із знаком плюс, в протилежному випадку – із знаком мінус.

За другим законом Кірхгофа для контурів AR_1BR_2A , AR_1BR_3A , AR_3BR_4A отримаємо:

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2 \tag{2}$$

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 = E_1 \quad (3)$$

$$I_3 R_3 - I_4 R_4 = 0 \quad (4)$$

Підставимо в рівняння (2) – (4) числові значення опорів і ЕРС та разом з (1) отримаємо систему рівнянь:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

$$2I_1 - 4I_2 = 6$$

$$2I_1 - 4I_3 = 10$$

$$4I_3 + 2I_4 = 0$$

Для розв'язання отриманої системи скористаємося методом визначників. Для цього перепишемо її у такому вигляді:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

$$2I_1 - 4I_2 + 0 + 0 = 6$$

$$2I_1 + 0 - 4I_3 + 0 = 10$$

$$0 + 0 + 4I_3 + 2I_4 = 0$$

Значення сил струмів знайдемо з виразів:

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta}, \quad I_3 = \frac{\Delta_{I_3}}{\Delta}$$

де Δ – визначник системи рівнянь; Δ_{I_2} і Δ_{I_3} – визначники, отримані при заміні відповідних стовпчиків визначника Δ стовпчиками, складеними з вільних членів чотирьох вище наведених рівнянь. Відповідні визначники дорівнюють:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 96$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 10 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Delta_{I_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -4 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -96$$

Тоді для струмів отримаємо

$$I_2 = 0, \quad I_3 = -1 \text{ А}$$

Знак мінус свідчить про те, що під час довільного вибору напрямків струмів, напрямок струму I_3 був показаний протилежно дійсному. Насправді струм I_3 йде від вузла B до вузла A .

Відповідь: $I_2 = 0, I_3 = -1 \text{ А}$.

Задача 2.2. Сила струму в провіднику опором $R = 20 \text{ Ом}$ збільшується протягом часу $\Delta t = 2 \text{ с}$ за лінійним законом від $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 6 \text{ А}$ (рис. 23). Визначити кількість теплоти Q_1 , що виділилася в цьому

провіднику за першу секунду, і Q_2 – за другу, а також знайти відношення цих величин $\frac{Q_2}{Q_1}$.

Дано:

$$R = 20 \text{ Ом}$$

$$\Delta t = 2 \text{ с}$$

$$I_0 = 0$$

$$I_{\text{max}} = 6 \text{ А}$$

Розв'язання:

Для розв'язання задачі скористаємося законом Джоуля-Ленца

$$dQ = I^2 R dt \quad (1)$$

де сила струму I є деякою функцією часу.

У даному випадку ця функція лінійна (рис.3):

$$I = kt \quad (2)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, що характеризує швидкість зміни сили струму:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

З урахуванням співвідношення (2) формула (1) набуде вигляду

$$dQ = k^2 t^2 R dt \quad (3)$$

Для визначення теплоти, що виділилася за скінченний інтервал часу Δt , вираз (3) потрібно проінтегрувати від t_1 до t_2 :

$$dQ = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3)$$

Проведемо обчислення. Тепло, що виділяється на провіднику за першу та другу секунди:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (1 - 0) = 60$$

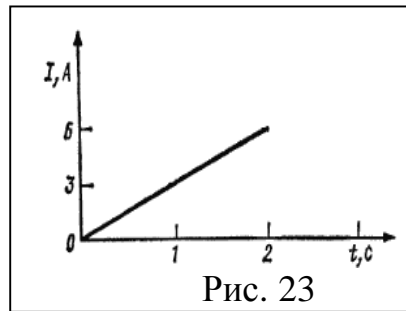
$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (8 - 1) = 420 \text{ Дж}$$

Отже, їх відношення дорівнює

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7$$

Тобто за другу секунду виділиться теплоти в сім разів більше, ніж за першу.

Відповідь: $Q_1 = 60 \text{ Дж}$, $Q_2 = 420 \text{ Дж}$, $\frac{Q_2}{Q_1} = 7$.



2.2. Електричний струм у металах

Електронна провідність металів. У металах носіями електричного струму є вільні електрони. Їх концентрація приблизно дорівнює концентрації атомів ($n \approx 10^{28} \text{ м}^{-3}$), оскільки кожний атом одновалентного металу вже при кімнатній температурі віддає один електрон провідності. Ці електрони між собою не взаємодіють, а отже, ведуть себе подібно до атомів одноатомного ідеального газу.

Якщо немає зовнішнього електричного поля, електрони провідності здійснюють хаотичний тепловий рух із середньою квадратичною швидкістю, що залежить від температури металу. Якщо до металу прикладено зовнішнє електричне поле, електрони провідності починають рухатися впорядковано (здійснюють дрейф) із середньою швидкістю $\langle v \rangle$, тобто в металевому провіднику виникає електричний струм.

$$\langle v \rangle = \frac{I}{enS} \quad (2.20)$$

де e – модуль заряду електрона. Нехай, наприклад, сила струму $I = 1 \text{ А}$, а площа поперечного перерізу провідника $S = 10^{-6} \text{ м}^2$. Модуль заряду електрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. Кількість електронів в 1 м^3 міді дорівнює кількості атомів у цьому об'ємі, бо один з валентних електронів кожного атома міді колективізований і вільний. Знайдемо цю кількість n :

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\frac{m}{\mu} N_A}{V} = \frac{\rho N_A}{\mu V} = \frac{\rho N_A}{\mu} \quad (2.21)$$

де $\rho = 9000 \text{ кг/м}^3$ – густина міді; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – число Авогадро; $\mu = 0,0635 \text{ кг/моль}$ – молярна маса міді.

Згідно з формулою (2.21) концентрація електронів у мідному провіднику $n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$. Отже,

$$\langle v \rangle = \frac{1 \text{ А}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3} \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ м/с} \quad (2.22)$$

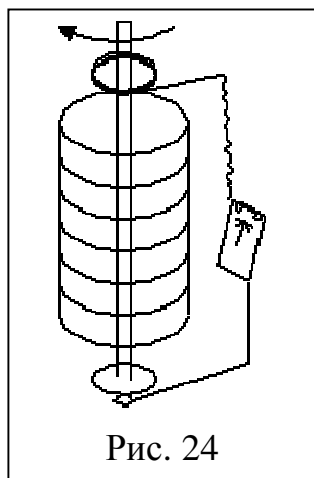
Швидкість упорядкованого руху електронів під дією поля набагато менша від середньоквадратичної швидкості їх хаотичного теплового руху ($\langle v \rangle \ll \langle v_{\text{ке}} \rangle$).

Провідність металів зумовлена рухом вільних електронів. Це експериментально довели Мандельштам і Папалексі (1913 р.), а також Стюарт і Толмен (1916 р.).

Схема цих дослідів така. На котушку намотують дріт, кінці якого припаюють до двох металевих дисків, ізольованих один від одного (рис. 24). До країв дисків за допомогою ковзних контактів приєднують гальванометр.

Котушку спочатку швидко обертають, а потім різко зупиняють. Під час різкого гальмування котушки вільні заряджені частинки деякий час

рухаються відносно провідника за інерцією, і, отже, в котушці виникає електричний струм. Струм проходить короткий час, бо внаслідок опору провідника заряджені частинки гальмуються й упорядкований рух частинок, що утворюють струм, припиняється.



Визначаючи за допомогою гальванометра заряд, що проходить через нього за весь час існування струму в колі, вчені визначили **питомий заряд** q_0/m носіїв струму в металі. Він дорівнює $1,8 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Це відношення збігається зі значенням e/m для електронів, знайденим за відхиленням пучка електронів у магнітному полі.

Таким чином, було доведено, що електричний струм у металах є впорядкованим рухом вільних електронів. Густина струму в металевому провіднику розраховують за формулою:

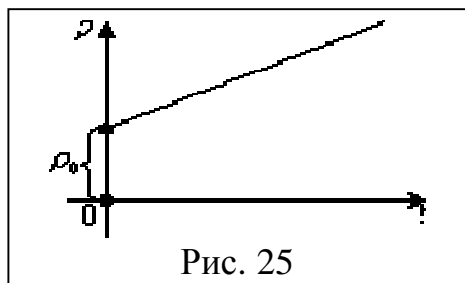
$$j = en^{\langle v \rangle}, \quad (2.23)$$

де e – заряд електрона; n – концентрація електронів у провіднику; $\langle v \rangle$ – середня швидкість упорядкованого руху електронів під дією електричного поля.

Залежність опору металів від температури. Опір металевих провідників з підвищенням температури збільшується. Це зумовлено тим, що під час нагрівання металевого провідника збільшується середня квадратична швидкість теплового руху електронів провідності і енергія коливань йонів кристалічних ґраток, тому збільшується частота зіткнень електронів з йонами.

Якщо при температурі 0°C опір провідника дорівнює R_0 , а при температурі t він дорівнює R , то відносна зміна опору, як показує дослід, прямо пропорційна зміні температури t :

$$\frac{R - R_0}{R_0} = at \quad (2.24)$$



Коефіцієнт пропорційності a називають температурним коефіцієнтом опору. Він характеризує залежність опору речовини від температури. **Температурний коефіцієнт опору чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника під час нагрівання на 1 К.**

Від нагрівання геометричні розміри провідника мало змінюються. Його опір змінюється переважно внаслідок зміни питомого опору. Знайдемо залежність питомого опору від температури. Для цього у формулу (2.24) підставимо значення

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad R_0 = \rho_0 \frac{l}{S} \qquad (2.25)$$

Остаточно знаходимо:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t). \qquad (2.26)$$

Оскільки α майже не залежить від температури, то питомий опір лінійно залежить від температури (рис. 25).

Сплави з високим питомим опором (наприклад, для сплаву міді з нікелем – константану $\rho \approx 10^{-6}$ Ом·м) використовують для виготовлення еталонних опорів, тобто у тих випадках, коли потрібно, щоб опір помітно не змінювався у разі зміни температури.

Залежність опору металів від температури використовують у **термометрах опору**.

Надпровідність. Деякі метали і сплави під час охолодження до критичної температури повністю втрачають здатність чинити опір напрямленому рухові електронів провідності. Це явище називають **надпровідністю**. Уперше його спостерігав 1911 року голландський фізик Камерлінг-Оннес. Він виявив, що під час охолодження ртуті у рідкому гелії її опір спочатку змінюється поступово, а при температурі 4,1 К різко спадає до нуля (рис. 26).

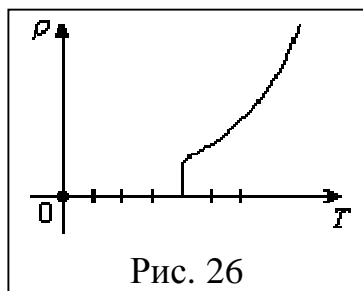


Рис. 26

Усередині речовини, що знаходиться в надпровідному стані, магнітного поля немає, і вектор індукції магнітного поля в надпровіднику дорівнює нулю. Магнітне поле, якщо його індукція більша від певного значення, може вивести провідник із надпровідного стану.

Сила струму в замкненому надпровіднику залишається незмінною тривалий час. Це використовують для отримання сильних магнітних полів за допомогою електромагнітів з надпровідною обмоткою. Надпровідники застосовують для виготовлення надпотужних трансформаторів.

У 1986–1987 рр. було відкрито високотемпературну надпровідність у керамічних провідниках. Температура такого переходу відповідає температурі 120 К, що є нижчою від температури кипіння рідкого азоту. Якщо будуть розроблені надпровідники такого типу з достатньою міцністю, то можна буде передавати електроенергію на будь-які відстані без втрат.

Приклади розв’язання задач

Задача 2.3. Визначити величину заряду, який проходить через поперечний переріз срібного провідника $S = 9 \text{ мм}^2$ довжиною $l = 50 \text{ м}$ за час гальмування, якщо лінійна швидкість елементів обмотки котушки $u = 60 \text{ м/с}$

Дано:

$$S = 9 \text{ мм}^2$$

$$l = 50 \text{ м}$$

$$u = 60 \text{ м/с}$$

$q = ?$

Розв'язання:

Величина заряду визначається

$$q = \int_0^t I dt$$

При гальмуванні котушки на електрон діє сила інерції:

$$F_{in} = -m \frac{du}{dt}$$

де $\frac{du}{dt}$ – лінійне прискорення срібної дротини. Так як сила інерції діє на заряджену частинку, вона є сторонньою силою.

Напруженість сторонніх сил можна виразити як:

$$E_{cm} = \frac{F_{in}}{l} = -\frac{m}{l} \cdot \frac{du}{dt}$$

За означенням електрорушійна сила, що діє в котушці при гальмуванні:

$$\mathcal{E} = \int_0^l E_{cm} dl = E_{cm} l = -\frac{m}{l} \cdot \frac{du}{dt}$$

де l – довжина провідника. Зазначивши, що

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$R = r \frac{l}{S}$$

Запишемо:

$$I dt = dq$$

$$q = -\frac{m}{l} \cdot \frac{l}{R} \int_{u_0}^0 du = -\frac{m}{l} \cdot \frac{lS}{rl} \int_{u_0}^0 du = -\frac{m}{l} \cdot \frac{S}{r} \int_{u_0}^0 du$$

Обчисливши, отримаємо $q = 1,5 \text{ (нКл)}$

Відповідь: $q = 1,5 \text{ (нКл)}$

Задача 2.4. Металевий диск радіусом $R = 10 \text{ см}$ рівномірно обертається з частотою 30 об/с . Визначити різницю потенціалів між центром і краєм диску.

Дано:

$$R = 10 \text{ см}$$

$$\omega = 30 \text{ об/с}$$

$j_1 - j_2 = ?$

Розв'язання:

При обертанні диску вільні електрони переміщуються від осі обертання до краю диску. Таке переміщення електронів триватиме до того часу, поки відцентрова сила не урівноважиться з силою електричної взаємодії:

$$\frac{mu^2}{R} = eE = \frac{j_1 - j_2}{R}$$

Шукана різниця потенціалів :

$$j_1 - j_2 = \frac{mu^2}{e}$$

Враховуючи, що

$$u = wR = 2pnR$$

Запишемо:

$$j_1 - j_2 = \frac{m}{e} \cdot 4p^2 n^2 R^2$$

$$j_1 - j_2 \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ В}$$

Відповідь: $j_1 - j_2 \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ В}$

2.3. Електричний струм у розчинах і розплавах електролітів

Рідини, як і тверді тіла, можуть бути діелектриками, провідниками і напівпровідниками. Діелектриком є також дистильована вода. До провідників належать розплави і розчини електролітів: кислот, лугів і солей. Рідкими напівпровідниками є розплавлений селен, розплави сульфідів та ін.

Під час розчинення електролітів під впливом електричного поля полярних молекул води відбувається розпад молекул електролітів на йони. Цей процес називають **електролітичною дисоціацією**, в результаті якої нейтральні молекули розпадаються на позитивні та негативні йони. В електроліті з'являються вільні носії зарядів і він починає проводити струм. Оскільки заряд у водних розчинах чи розплавах електролітів переноситься йонами, то таку провідність називають **йонною**. За йонної провідності проходження струму пов'язано із перенесенням речовини. На електродах відбувається виділення речовин, які входять до складу електроліту. На аноді негативно заряджені частинки віддають свої зайві електрони (окиснювальна реакція), а на катоді позитивні йони отримують електрони (реакція відновлення). Процес виділення на електроді речовини, пов'язаний із окиснювально-відновлювальними реакціями, називають **електролізом**.

Закони електролізу. Розглянемо явище електролізу на прикладі мідного купоросу. В результаті електролітичної дисоціації $\text{CuSO}_4 = \text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$. Позитивно заряджені йони міді під дією електричного струму будуть переміщуватися до катода, де отримують електрони і виділяться на ньому у вигляді нейтральних атомів міді (рис. 27). Негативно заряджені йони під дією електричного поля перемістяться до анода, де віддадуть вільні електрони і також виділяться на ньому.

Нехай за час t через електроліт буде перенесено заряд q . Кількість йонів, які досягли електрода, дорівнюватиме:

$$N = \frac{q}{q_0} = \frac{q}{Ze} \quad (2.27)$$

де $q_0 = Ze$ – заряд йона; Z – валентність йона; e – елементарний заряд.

Кількість йонів N дорівнює кількості атомів речовини, що виділиться на електроді, а маса виділеної речовини

$$m = m_0 N = m_0 \frac{q}{Ze} = \frac{\mu}{N_A} \cdot \frac{q}{Ze} \quad m_0 = \frac{\mu}{N_A} \quad (2.28)$$

де m_0 – маса одного атома, m – молярна маса речовини.

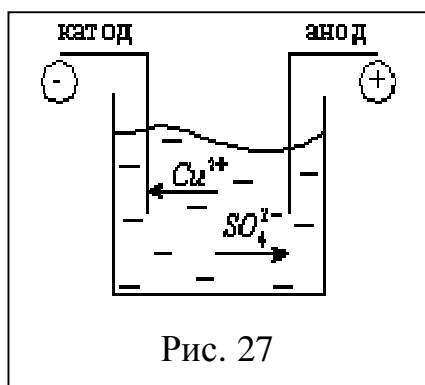


Рис. 27

Для кожного хімічного елемента можна у виразі (2.28) виділити сталу величину k , яку називають електрохімічним еквівалентом речовини:

$$\frac{\mu}{N_A Ze} = const = k \quad (2.29)$$

У СІ електрохімічний еквівалент вимірюють у кілограмах на Кулон: $[k] = \text{кг/Кл}$.

Виходячи з цього можна записати, що

$$m = kq = kI\Delta t. \quad (2.30)$$

Маса речовини, яка виділяється на катоді за час Δt , пропорційна силі струму і часу. Це твердження, встановлене експериментально Фарадеєм (1831 р.), має назву **першого закону Фарадея для електролізу**.

Електрохімічний еквівалент речовини визначено для всіх хімічних елементів. Він є табличною величиною, але його не важко розрахувати:

$k = \frac{m}{ZN_A e}$, де $\frac{m}{Z} = x$ – хімічний еквівалент речовини. Добуток числа

Авогадро на заряд електрона називають сталою Фарадея:

$$F = N_A e = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 96500 \text{ Кл/моль}.$$

Стала Фарадея дорівнює заряду, під час перенесення якого одновалентними йонами через розчин або розплав електроліту виділяється 1 моль речовини.

З цих міркувань вираз (2.29) набуде вигляду:

$$k = \frac{1}{F} x \quad (2.31)$$

Формула (2.31) виражає другий закон Фарадея для електролізу: електрохімічні еквіваленти різних речовин прямо пропорційні їх хімічним еквівалентам. Якщо у вираз (2.30) підставити співвідношення (2.29), то отримаємо **об'єднаний закон Фарадея для електролізу**:

$$m = \frac{\mu}{FZ} It \quad (2.32)$$

Застосування електролізу. Явище електролізу має широке застосування в електрометалургії (добування чистих металів); у гальваностегії (нанесення металевих покриттів для запобігання корозії металів); у гальванопластиці (виготовлення копій з матриць) тощо. Будову хімічних джерел струму (гальванічних елементів та акумуляторів) також засновано на процесах взаємодії металів з електролітами.

Приклади розв'язання задач

Задача 2.5. Сталеві деталі покриваються двовалентним нікелем у електро-літичній ванні при густині сили струму 400 А/м. Скільки потрібно часу, щоб на деталі утворився шар нікелю завтовшки 60 мкм?

Дано:

$$j = 400 \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$$

$$\mu = 58,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}$$

$$n = 2$$

$$\rho = 8,8 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3}$$

$$h = 60 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$F = 96500 \frac{\text{КГ}}{\text{МОЛЬ}}$$

$$k = 3 \cdot 10^{-7} \frac{\text{КГ}}{\text{КЛ}}$$

$$t - ?$$

Розв'язання:

Виходячи із закону Фарадея.

1-ий спосіб

Запишемо масу покриття через його об'єм і густину $m = \rho Sh$, а із закону електролізу маса визначається так:

$$m = \frac{\mu It}{Fn}$$

Прирівнявши, отримаємо:

$$\frac{\mu It}{Fn} = \rho Sh$$

Врахувавши $j = \frac{I}{S}$, визначимо час

$$t = \frac{Fn\rho h}{j\mu}$$

Зробимо обчислення:

$$t = \frac{8,8 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-6} \cdot 96500}{58,71 \cdot 10^{-3} \cdot 400} = 4340 \text{ (с)}.$$

2-й спосіб:

Використавши табличне значення електрохімічного еквівалента нікелю і 1-й закон електролізу, отримаємо:

$$kIt = \rho Sh, \quad t = \frac{\rho h}{kj},$$

$$t = \frac{8,8 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-7} \cdot 400} = 4340 \text{ (с)}.$$

Відповідь: 4340 с.

Задача 2.6. На катоді електролітичної ванни з розчином мідного купоросу за $1,2 \cdot 10^2$ свиділилося 1,64 г міді. Амперметр, який включено в коло послідовно з ванною, показує струм 3,8 А. Чи правильно проградуйовано амперметр? Електрохімічний еквівалент міді $0,33 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл.

Дано:

$$I_A = 3,8 \text{ А}$$

$$k_{Cu} = 0,33 \cdot 10^{-6} \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}$$

$$m = 1,64 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\Delta t = 1,2 \cdot 10^2 \text{ с}$$

$$I - ?$$

Розв'язання:

Згідно з першим законом Фарадея для електролізу:

$$m = k_{Cu} I \Delta t$$

Звідси

$$I = \frac{m}{k_{Cu} \Delta t}$$

Обчисливши, ми отримаємо:

$$I = \frac{1,64 \cdot 10^{-3}}{0,33 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2 \cdot 10^2} = 41,4 \text{ А}$$

Отже, амперметр проградуйований не вірно, тому що $41,4 \text{ А} \neq 3,8 \text{ А}$

Відповідь: амперметр проградуйовано не правильно.

2.5. Елементи зонної теорії твердих тіл

Відомо, що тверді тіла за характером провідності поділяються на провідники, напівпровідники і діелектрики (ізолятори). Добрими провідниками є більшість металів. Для металів характерним є наявність в них так званих **вільних електронів**, які і є носіями струму. В діелектриках вільних електронів немає і вони електричного струму не проводять. Напівпровідники займають проміжне місце між провідниками і діелектриками. В напівпровідниках число вільних електронів значно менше числа атомів в кристалічній ґратці. Підвищення температури напівпровідника викликає різке збільшення числа вільних електронів і разом з тим збільшення електропровідності. В металах навпаки – з підвищенням температури їх електропровідність зменшується.

Класична електронна теорія провідності не дає повної картини механізму електропровідності твердих тіл. Справжній механізм електропровідності розкриває зонна теорія провідності, яка є одним із розділів квантової механіки. Однак, перш ніж розглянути елементи зонної теорії ми пригадаємо окремі положення будови атома.

Згідно сучасним уявленням атом складається з позитивно зарядженого ядра, навколо якого обертаються негативно заряджені електрони. Причому електрон може знаходитися не на будь-якому енергетичному рівні, а тільки на певних (дозволених) рівнях, які називаються **стаціонарними**. При переході електрона з одного енергетичного рівня на інший його енергія змінюється дискретно (перервно). На рис. 28 показано енергетичні рівні (горизонтальні прямі) вільного атома натрію (Na). Точки на горизонтальних прямих вказують на наявність на даному рівні електронів, а стрілки – напрямком спіна.

Розподіл електронів по рівнях відбувається згідно фундаментального положення квантової механіки – **принципу Паулі**,

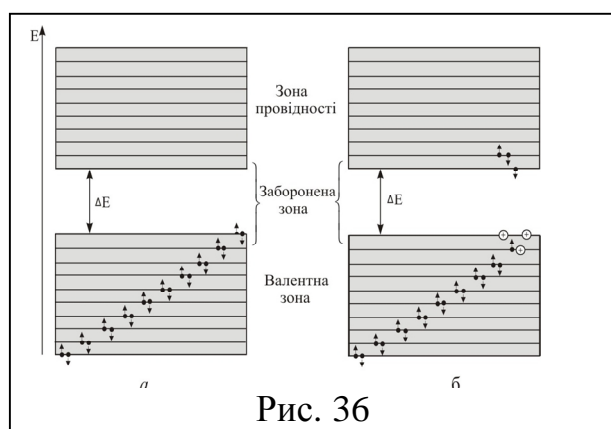


Рис. 36

згідно якого в атомі не може бути більше одного електрона в одному і тому ж стані. Рівень, зайнятий електронем, виявляється “заповненим”, і принцип Паулі забороняє іншому такому ж електрону перейти на той же рівень. Тому інші електрони вимушені селитися на наступні, вищі за

енергією рівні. Таким чином, у нейтральному атомі натрію кожний із 11 електронів займає свій енергетичний рівень, як це показано на рис. 28.

Далі припустимо, що N атомів натрію зближаються до

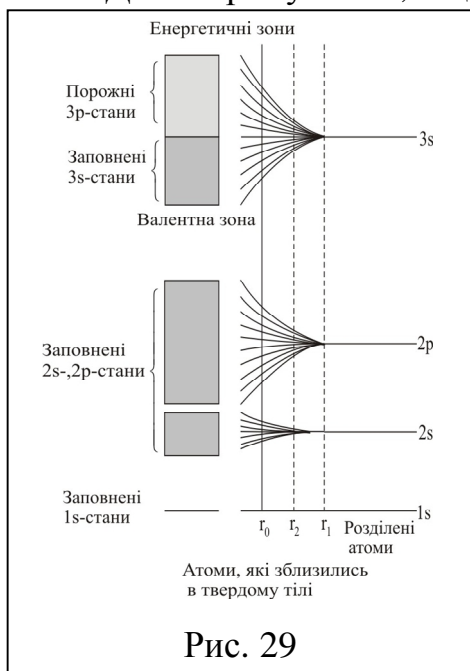


Рис. 29

відстаней, на яких проявляються міжатомні сили зв'язку, характерні для твердого тіла. Внаслідок такої взаємодії кожний рівень енергії атома натрію (незалежно від того зайнятий він електронем чи ні) розщепиться на велике число підрівнів (станів) (рис. 29), які разом утворюють майже неперервну зону (або зони) дозволених енергетичних рівнів.

Кожна дозволена зона складається із близько розміщених дискретних рівнів (станів), число яких дорівнює кількості атомів в зразку кристала. Ширина таких зон визначається положенням відповідного рівня енергії

електронної оболонки атома. Рівні енергії, які розміщені в безпосередній близькості до ядра, майже не розщеплюються в процесі утворення кристала. Найбільш сильному впливу підвладні рівні, на яких знаходяться валентні електрони, оскільки саме вони приймають участь у взаємодіях між атомами. Стани електронів в кристалі відрізняються уже не тим, якому атому належить електрон, а рівнем енергії, на якому він знаходиться в зоні. Зовнішні електрони повністю втрачають зв'язок з якимось певним атомом і можуть рухатися крізь кристал як вільні.

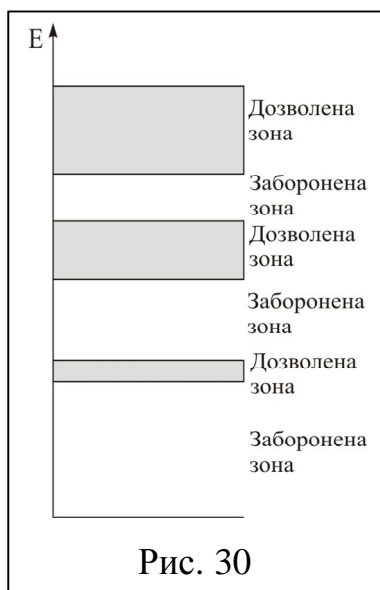


Рис. 30

Електрони в атомах мають декілька дозволених рівнів, а тому в кристалі утворюються декілька дозволених зон, які розділені одна від одної проміжками, які називаються **забороненими енергетичними зонами**. На рис. 30 зображено схему дозволених і заборонених зон. В заборонених зонах електрон знаходитися не може. Такому ж розщепленню піддаються і більш високі рівні, які не зайняті електронами в основному стані атома.

Ширина зон не залежить від розмірів кристалу і має величину порядку декількох електрон-вольт. Чим більше атомів містить кристал, тим тісніше розміщуються рівні в зоні.

Якщо кристал містить 10^{23} атомів, відстань між сусідніми рівнями в зоні $\gg 10^{-23} eV$.

Розподіл електронів по енергетичних рівнях в кристалі описується так званою функцією Фермі-Дірака (яку ще називають також функцією розподілу Фермі):

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1} \quad (2.33)$$

Ця функція визначає імовірність знаходження електрона на рівні з енергією E при температурі T . В формулі (2.33) E_F – це рівень Фермі або

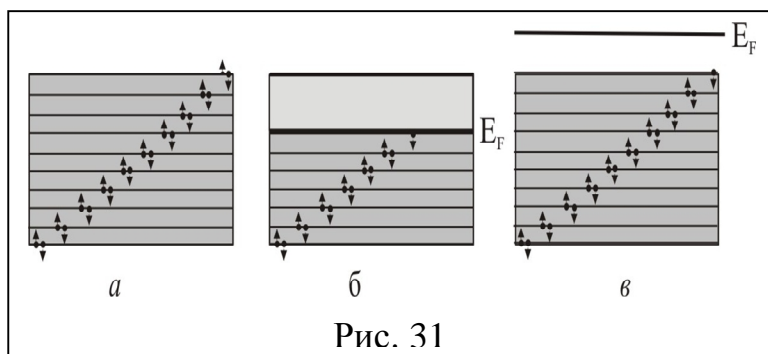


Рис. 31

енергія Фермі, яка визначає межу між заповненими і незаповненими рівнями: при абсолютному нулі ($T = 0 K$) всі рівні нижче рівня Фермі заповнені електронами, а всі рівні, які розміщені вище нього, на кожному рівні може

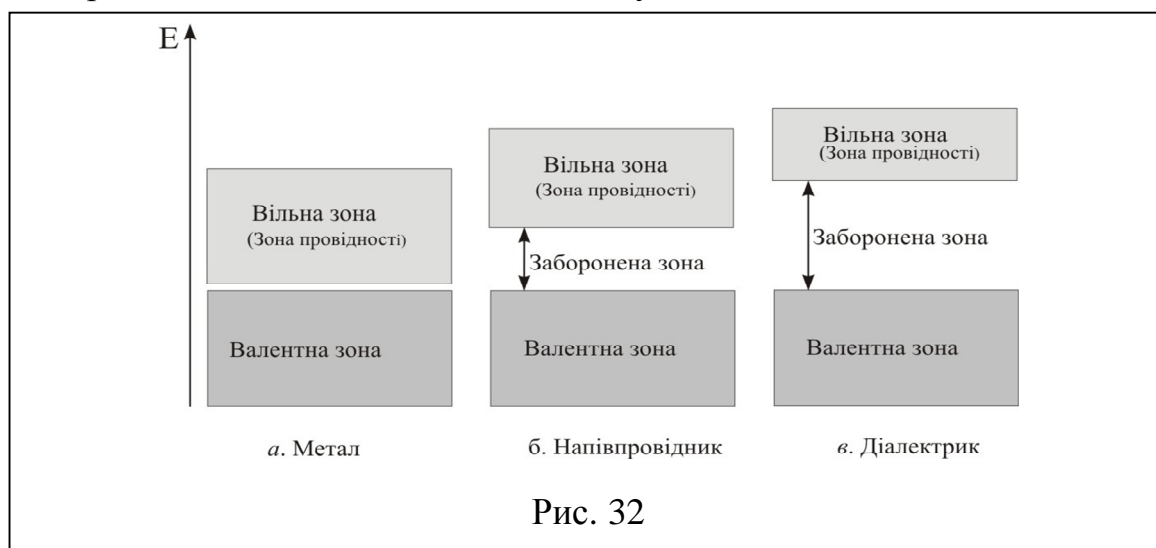
вільні. Згідно так званого принципу Паулі

знаходиться не більше двох електронів з протилежною орієнтацією спінів (рис. 31, а). Рівень Фермі E_F може лежати або в одній із дозволених зон (в металах або сильно легованих напівпровідниках (рис. 31, б), або в одній із заборонених зон (в чистих напівпровідниках і діелектриках (рис. 31, в), розділяючи валентну зону і зону провідності. В залежності від цього властивості кристалу будуть різні.

Щоб в твердому тілі виник електричний струм, необхідно прикласти до нього електричне поле, яке прискорить електрони. Але прискорення електрона проявляється як зміна його енергії, що означає перехід електрона на інший енергетичний рівень. Це можливо, якщо рівень Фермі E_F розміщений в дозволений зоні, оскільки в енергетичному спектрі такого кристала вільні рівні безпосередньо примикають до заповнених. При накладанні поля відбувається перерозподіл електронів по рівням і виникає впорядкований рух електронів – електричний струм, тобто такі кристали є металами. Якщо ж рівень Фермі (E_F) в кристалі знаходиться в забороненій зоні (рис. 31, в), то заповнені і вільні рівні розділені забороненою зоною, де електронів бути не може. Тому слабе електричне поле не може перевести електрони на вільні рівні, а значить струм не виникне і такі кристали є неметалами.

Таким чином, належність кристала до металів чи неметалів визначається характером заповнення зон. Якщо при $T = 0\text{ K}$ в енергетичному спектрі кристала є частково заповнена зона (рис. 31, б) – це метал; якщо ж енергетичний спектр складається із повністю заповнених, або повністю вакантних зон (рис. 31, в) – це не метал.

Класифікація твердих тіл за їх електропровідністю на основі зонних уявлень. Дозволену зону, яка виникла із рівня, на якому знаходились валентні електрони в основному стані, як правило, називають **валентною зоною**. При абсолютному нулі валентні електрони заповнюють попарно нижні рівні валентної зони (рис. 31, б). Більш високі дозволені зони від електронів вільні. В залежності від ступеня заповнення валентної зони і



ширини забороненої зони можливі три випадки, зображені на рис. 32. У випадку *a* електрони заповнюють валентну зону не повністю. Тому достатньо надати електронам, які знаходяться на верхніх рівнях, зовсім невеликої енергії ($10^{-23} - 10^{-22}$ eV) і вони перейдуть на більш високі рівні.

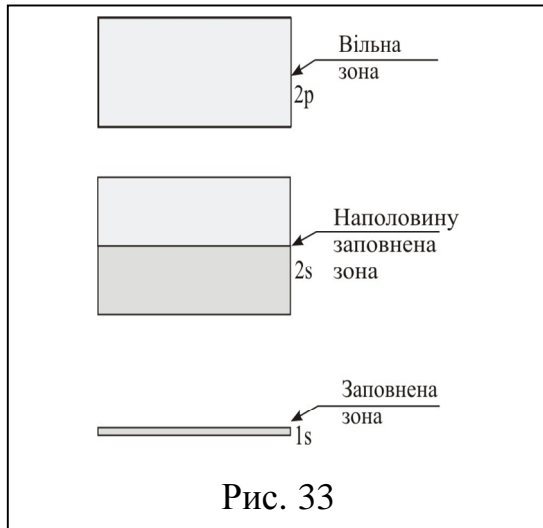


Рис. 33

Енергія теплового руху ($E = kT$) складає при температурі 1 К величину порядку 10^{-4} eV. Значить, при температурах, відмінних від абсолютного нуля, частина електронів переводяться на більш високі рівні. Додаткова енергія, викликана дією на електрон електричного поля, також виявляється достатньою для переводу електрона на більш високі рівні. Тому електрони можуть прискорюватися електричним полем і набувати додаткової швидкості в напрямку, протилежному напрямку

поля. Їх дрейфова швидкість дуже мала. Таким чином, кристал з подібною схемою енергетичних рівнів є **металом (провідником)**.

Часткове заповнення валентної зони (у випадку металів цю зону ще називають **зоною провідності**) спостерігається в тих випадках, коли на останньому зайнятому рівні в атомі знаходиться тільки один електрон, або коли має місце перекривання зон (див. рис. 29, відстань r_2). В першому випадку N електронів заповнюють попарно тільки половину рівнів валентної зони. В другому випадку число рівнів в зоні провідності буде більше N , тому навіть, якщо кількість електронів провідності дорівнює $2N$, вони не зможуть зайняти всі рівні. На рис. 33 схематично показана зонна модель кристалу літію ($Z = 3$), яка яскраво ілюструє перший випадок. Другий випадок ілюструється рис. 34 і 35, де наведено зонні структури кристалів натрію ($Z = 11$) (рис. 34) і міді ($Z = 29$) (рис.32).

У атома натрію 2p рівень заповнений електронами повністю, а рівень 2s заповнений тільки наполовину (рис. 28). Тому в кристалі натрію зона 2p заповнена повністю, а в зоні 2s половина енергетичних рівнів залишаються вільними і вони залишаються доступними для заповнення. Крім того достатньо широка наполовину заповнена зона 3s перекривається з вільною зоною, що утворилась з 3p атомних рівнів (рис. 34).

В атома міді повністю заповнений 3d рівень, а 4s рівень тільки наполовину. Рівень 4s, при утворенні кристала міді, розщеплюється настільки широко, що наполовину заповнена зона 4s не тільки накладається на повністю заповнену зону 3d, але і на повністю вільну зону 4p (рис. 36). Внаслідок такого перекриття зон електрони, і в першому і в другому випадках, здатні рухатися в просторі, незайнятому електронами.

Таким чином, користуючись зонною структурою кристалів,



Рис. 34



Рис. 35

наведених на рис. 33–35, легко можна зрозуміти механізм провідності металів.

Якщо рівні валентної зони заповнені електронами повністю (рис. 32 випадки б і в), то для того, щоб перевести електрон в зону провідності, йому необхідно надати енергію, яка рівна ширині забороненої зони ΔE . Таким чином, електричні властивості подібних кристалів визначаються шириною забороненої зони ΔE . Якщо ширина забороненої зони невелика (порядку кількох десятків електрон-вольт), енергії теплового руху достатньо для того, щоб перевести частину електронів у верхню вільну зону. Ці електрони будуть знаходитися в умовах, аналогічних тим, в яких знаходяться валентні електрони в металі. Вільна зона виявиться для них зоною провідності. Одночасно стане можливим перехід електронів валентної зони на місця, які звільнилися на верхніх рівнях. Таку речовину називають *електронним напівпровідником*.

Якщо ширина забороненої зони ΔE велика (порядку кількох електрон-вольт), тепловий рух не в змозі перекинути у вільну зону помітне число електронів. В цьому випадку кристал є *діелектриком*.

2.6. Напівпровідники

Напівпровідники – це кристалічні речовини з вузькою забороненою зоною ($\Delta E \gg 1$ eV), розміщеною між повністю заповненою електронами валентною зоною і повністю вільною від електронів зоною провідності. Для напівпровідників характерним є те, що електропровідність їх росте з підвищенням температури (нагадаємо, що у металів з підвищенням температури електропровідність зменшується).

Розрізняють *власні* і *домішкові* напівпровідники. До числа власних відносяться хімічно чисті напівпровідники (вуглець, германій, кремній). Електричні властивості домішкових напівпровідників визначаються домішками, які штучно вводяться до їх складу.

При розгляді електричних властивостей напівпровідників велику роль відіграє поняття “*дірки*”. З’ясуємо фізичний зміст цього поняття.

У власному напівпровіднику при температурі $T = 0 \text{ К}$ всі рівні валентної зони повністю заповнені електронами, а зона провідності повністю вільна (рис. 36, а).

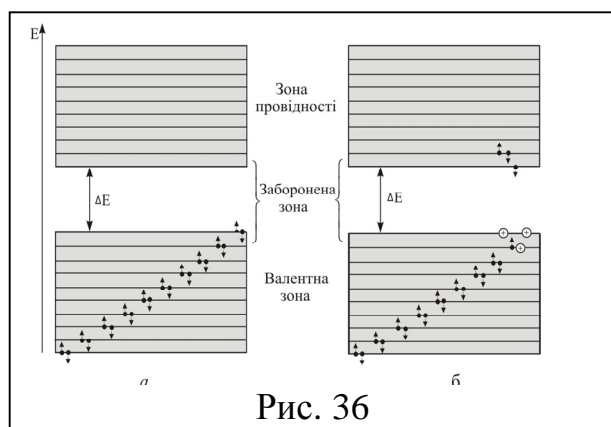


Рис. 36

Електричне поле не в змозі перекинути електрони із валентної зони в зону провідності. Тому власні напівпровідники ведуть себе при абсолютному нулю як діелектрики. Однак, при температурах, відмінних від 0 К , частина електронів внаслідок

теплового руху (при кімнатній температурі середня кінетична енергія електронів дорівнює $\Delta E = kT \gg 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ еВ}$) може “перескочити” з верхніх рівнів валентної зони на нижні рівні зони провідності (рис. 36, б). Зауважимо, що число електронів з енергією, достатньою для подолання забороненої зони, з підвищенням температури зростає. Якщо до напівпровідника за цих умов прикласти зовнішнє електричне поле, то воно буде здатне змінювати стан електронів, які знаходяться в зоні провідності. Крім того, внаслідок утворення вакантних місць на верхніх рівнях валентної зони її електрони також можуть змінювати свою швидкість під дією зовнішнього поля. В результаті електропровідність напівпровідника стає відмінною від нуля.

“Вільні” (вакантні) місця з відсутніми електронами на рівнях валентної зони отримали назву “*дірок*” (рис. 36, б).

Нестача в даному місці частинки з від’ємним зарядом $-e$ еквівалентна наявності такої частинки з додатним зарядом $+e$, тобто дірки. Дірка, яка появилася у валентній зоні кристала під дією зовнішнього поля, також починає рухатися, як і електрон, але в протилежному напрямку – за полем. Кількість електронів, які перейшли в зону провідності, дорівнює кількості дірок, що утворилися у валентній зоні. Ці електрони і дірки і є носіями струму.

При зустрічі вільного електрона з діркою вони *рекомбінують* (з’єднуються). Це означає, що електрон нейтралізує надлишковий додатний заряд в колі дірки і втрачає свободу руху до тих пір, поки знову не отримає від кристалічної ґратки енергію, достатню для свого вивільнення. Рекомбінація призводить до остаточного зникнення і дірки і вільного електрона. На схемі рівнів (рис. 36, б) процесу рекомбінації відповідає перехід електрона із зони провідності на один із вільних рівнів валентної зони. В рівновазі число електронів, які переходять із валентної зони в зону

провідності, повинно дорівнювати числу рекомбінацій, при яких електрони переходять із зони провідності у валентну зону.

Таким чином, у власному напівпровіднику одночасно проходять два процеси: народження попарно вільних електронів і дірок та рекомбінація, яка призводить до попарного зникнення електронів і дірок. Імовірність народження вільних електронів швидко росте з температурою, а імовірність рекомбінації пропорційна як числу вільних електронів, так і числу дірок. Значить, кожній температурі відповідає певна рівноважна концентрація електронів і дірок.

Якщо зовнішнє електричне поле відсутнє, електрони і дірки рухаються хаотично. При накладанні поля електрони і дірки рухаються впорядковано: електрони рухаються проти поля, а дірки – за полем. Обидва рухи – і електронів, і дірок – призводять до переносу заряду вздовж кристала.

Таким чином, у власному (чистому) напівпровіднику співіснують два типи провідності – *електронна* і *діркова*, причому і електрони і дірки вносять в електропровідність однакові вклади.

Насамкінець зауважимо, що при достатньо високій температурі власна провідність спостерігається у всіх без виключення напівпровідників.

Домішкова провідність виникає за умови, якщо деякі атоми даного напівпровідника замінити у вузлах кристалічної ґратки атомами, валентність яких відрізняється на одиницю від валентності основних атомів. Напівпровідник, із впровадженими в його кристалічну структуру малих вказаних домішок, володіє підвищеною електропровідністю. Тут можуть бути два випадки. Розглянемо випадок, коли домішкою є атоми, валентність яких на одиницю більша валентності основних атомів. Це означає, що атом домішки має один “зайвий” валентний електрон, рівні енергій якого близькі до дна зони провідності. В результаті, поблизу дна зони провідності в забороненій зоні кристала появляються енергетичні рівні (рис. 37, а), з яких уже навіть при кімнатній температурі значна частина валентних електронів домішки переходить в зону провідності кристала. При включенні зовнішнього поля в такому напівпровіднику виникне електричний струм, носіями якого є тільки *електрони*. В цьому випадку говорять, що такий напівпровідник володіє електронною провідністю або є напівпровідником *n-типу* (від слова negative – від’ємний). Атоми домішки, які постачають електрони в зону провідності, називають *донорами*. Розміщення домішкових рівнів в цьому випадку показано на рис. 37, а. Рівень Фермі в напівпровідниках n-типу розміщується у верхній половині забороненої зони.

Прикладом напівпровідника *n*-типу є кристали германію з домішками миш'яку. Атоми германію мають чотири зовнішні (валентні) (валентні) електрони і утворюють при кристалізації алмазоподібні кристали, в яких кожний атом зв'язаний з чотирьма іншими атомами ковалентними зв'язками. Миш'як – це елемент з п'ятьма валентними електронами. Якщо атом миш'яку заміщає атом германія в кристалі, то чотири його валентні електрони забезпечують зв'язки з атомами германія, а один електрон виявиться ніби зайвим і легко відділяється від атома миш'яку за рахунок теплової енергії, перетворюючись у “вільний” електрон, а атом миш'яку перетворюється в іон As^+ (рис. 38, б). Цей “вільний” електрон знаходиться поблизу іона As^+ і в якійсь мірі зв'язаний з

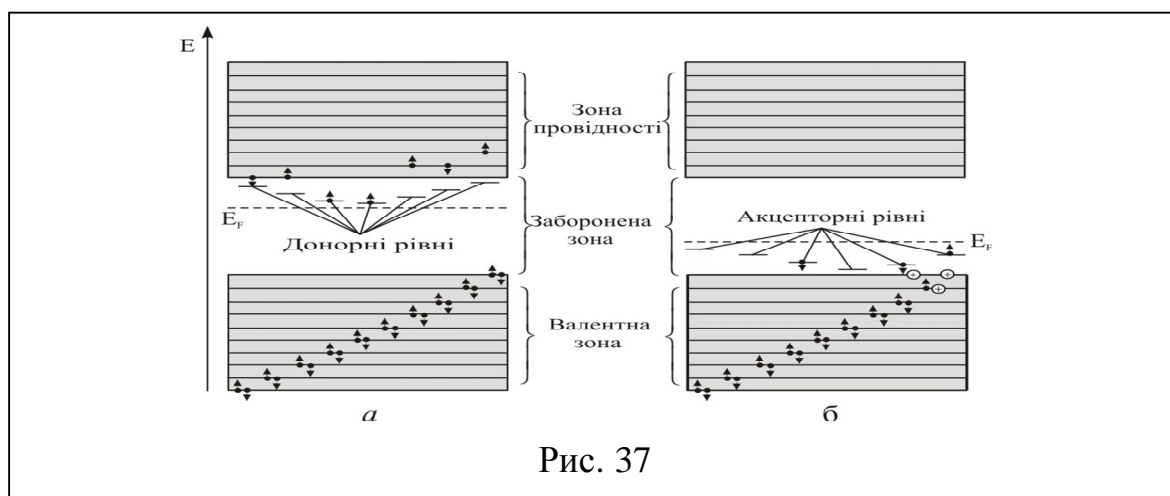


Рис. 37

ним. Енергія зв'язку електрона з іоном дуже мала – приблизно 0,01 eV. Тому достатня зовсім невелика енергія, щоб перекинути цей електрон в зону провідності. При кімнатній температурі майже всі зайві електрони із домішкових атомів миш'яку виявляються в зоні провідності в той час, як тільки окремі електрони із атомів германія можуть здійснити подібний перехід. Тому домішкові атоми миш'яку навіть у випадку, коли їх концентрація складає 1 атом на 10^6 або 10^7 атомів германію, виявляють визначальний вплив на електропровідність кристала.

Далі розглянемо випадок, коли валентність атома домішки на

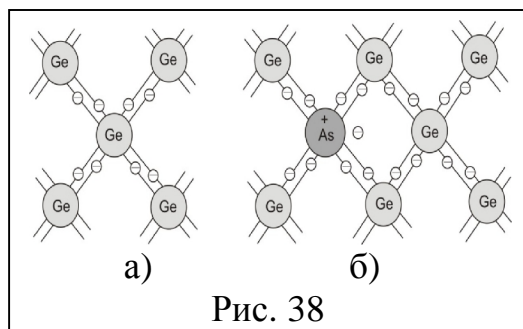


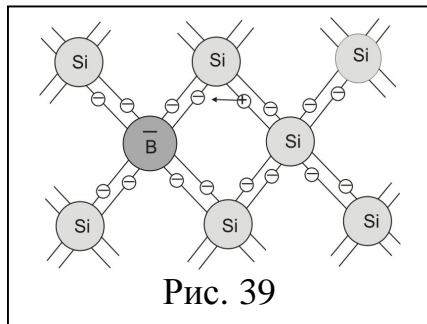
Рис. 38

одиницю менша валентності основних атомів. В цьому випадку рівні енергії валентних електронів атома домішки знаходяться поблизу верхнього рівня валентної зони. На ці рівні (їх часто називають **акцепторними рівнями**) легко можуть переходити електрони із валентної зони кристала, внаслідок чого

на верхніх рівнях валентної зони появляються дірки. Поблизу атома домішки появляється надлишковий від'ємний заряд, але він буде зв'язаний з даним атомом і не може бути носієм струму. Тому носіями струму в

цьому випадку є дірки і таку провідність називають *дірковою*. Про такий напівпровідник говорять, що він належить до *p-типу* (від слова positive – додатний). Домішки, які викликають виникнення дірок, називають *акцепторами*. Розміщення домішкових рівнів в даному випадку показано на рис. 38, б. Рівень Фермі в напівпровідниках *p*-типу розміщується в нижній половині забороненої зони. Зауважимо, що при підвищенні температури, рівень Фермі в напівпровідниках двох типів зміщується до середини забороненої зони.

Прикладом напівпровідника *p*-типу є кристали кремнію з домішкою 3-валентних атомів бору. Трьох валентних електронів атома бору недостатньо для утворення зв'язків з усіма чотирма сусідами. Тому для



забезпечення чотирьох подвійних зв'язків з чотирма сусідніми атомами кремнію йому не вистачає одного електрона. Щоб скомпенсувати цей дефіцит, атом бору переймає один електрон від сусідніх пар, де в результаті виникне дірка, яка буде кочувати по кристалу (рис. 39).

При підвищенні температури концентрація домішкових носіїв струму швидко досягає насичення. Це означає, що практично звільняються від електронів всі донорні, або заповнюються електронами всі акцепторні рівні. Разом з тим з ростом температури все більше починає проявлятися власна провідність, яка зумовлена безпосереднім перекиданням електронів із валентної зони в зону провідності. Таким чином, при високих температурах провідність напівпровідника буде складатися із домішкової і власної провідностей. При низьких температурах переважає домішкова, а при високих – власна провідність.

2.7. Напівпровідникові пристрої

Широкі можливості використання напівпровідникових речовин пов'язані з цікавими ефектами, що виникають при контакті напівпровідників *n*- і *p*-типів та напівпровідників з металами. Ці явища ще іноді називають *контактними явищами*.

Розглянемо коротко фізичні процеси, які відбуваються в цих контактах. Припустимо, що ми маємо два кристали германію або кремнію, виготовлені так, що один з них є напівпровідником *n*-типу, а другий – напівпровідником *p*-типу. Такі кристали і носії заряду в них показані на рис. 40, а, коли вони розділені. Зауважимо, що кожний кристал є електронейтральний.

Уявимо собі далі, що ці два кристали тільки що приведені в контакт (хоча в дійсності це дві частини одного кристала) (рис. 40, б). Тоді відразу електрони з n -області почнуть дифундувати в p -область, а дірки з p -області в n -область. Величина заряду, який утворюється в кожній із цих областей,

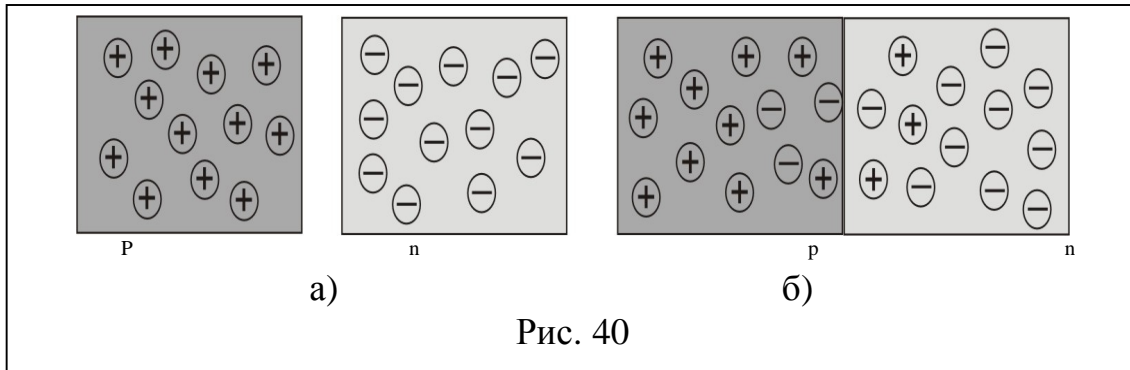


Рис. 40

обмежена тим, що вільні електрони прагнуть заповнити дірки, що в результаті призводить до зникнення двох носіїв заряду. Однак, процес рекомбінації носіїв зарядів різних знаків фактично не зменшує кількості електронів і дірок, оскільки термічне збудження в кристалі безперервно породжує нові електрони і дірки. Між двома просторовими зарядами p - і n -областей виникає електричне поле, направлене від n - до p -області. Чим більше носіїв заряду дифундувало в обидві сторони від контакту, тим сильніше поле, під дією якого дальша дифузія в кінцевому рахунку припиняється. На межі $p - n$ -переходу встановлюється стала різниця потенціалів, яку часто називають **контактною різницею потенціалів**. Контактна різниця потенціалів між напівпровідниками з різним механізмом провідності становить кілька десятків вольт. Електрони і дірки можуть подолати цю різницю потенціалів лише, якщо вони володіють енергією теплового руху, що відповідає температурам порядку кількох тисяч градусів. Тому на межі між напівпровідниками з різним механізмом провідності виникає шар збіднений на рухливі носії струму. Цей шар називається **електронно-дірковим** або **$p - n$ -переходом**.

Збіднений рухомими носіями заряду перехідний шар, товщина якого складає ~ 1 мкм (10^{-6} м), володіє дуже великим опором в порівнянні з

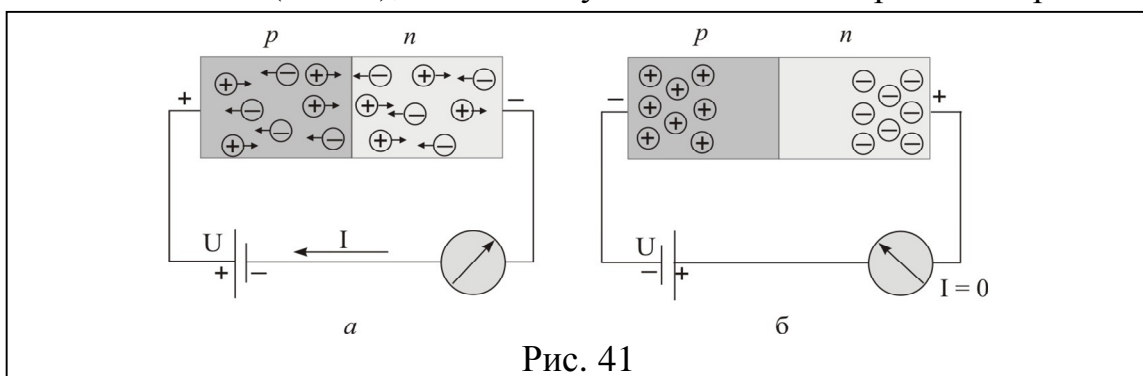


Рис. 41

іншими частинами кристалу, тому, коли кристал з $p - n$ -переходом

вмикають в коло, практично вся підведена до кристалу напруга зосереджується на $p - n$ -переході.

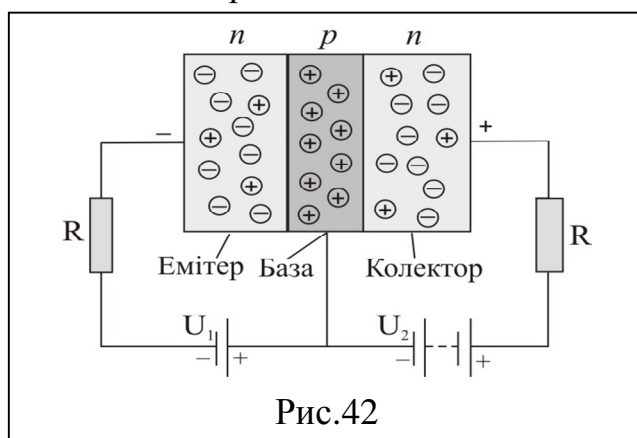
Далі з'ясуємо, як буде проходити струм через кристал з $p - n$ -переходом. При відсутності зовнішньої напруги всі потоки рухомих носіїв через перехід зрівноважені і струм дорівнює нулю.

Ввімкнемо кристал в коло так, щоб додатний полюс джерела був з'єднаний з p -сторонаю кристалу, а від'ємний – з n -сторонаю (рис. 41, а). Поле, створюване джерелом напруги, в цьому випадку направлене назустріч полю самого $p - n$ -переходу і практично повністю компенсує його. Тоді тимчасово призупинена дифузія носіїв заряду знову вступає в силу і продовжується безперешкодно; електрони і дірки масово спрямовуються в обидві сторони від граничного шару. При цьому через перехід проходить струм, обмежений лише опором матеріалу зразка. В подібному випадку говорять, що електричне поле прикладене в **прямому напрямку** або в **напрямку пропускання**.

Далі прикладемо до кристала напругу **зворотної полярності** (рис. 41, б). В цьому випадку напрямок зовнішнього електричного поля співпадає з напрямком поля самого $p - n$ -переходу і тим самим підсилить його, і дифузія носіїв заряду ще більше обмежується. При цьому сам перехідний шар розширюється і створює дуже великий електричний опір. Якщо не приймати до уваги вкрай слабкий струм, створюваний не основними носіями заряду, то в цьому випадку через $p - n$ -перехід струм практично не проходить. В цьому випадку говорять, що електричне поле прикладене в **напрямку запирання**.

Таким чином, $p - n$ -перехід діє як клапан, який пропускає струм тільки в одному напрямку. Відношення струмів в прямому і зворотному напрямках складає $10^6 : 1$. Тому кристал з $p - n$ -переходом є прекрасним напівпровідниковим **випрямлячем** для змінних струмів або **напівпровідниковим діодом**.

Напівпровідникові діоди мають ряд переваг в порівнянні з



вакуумними діодами: в них відсутній підігрівний катод, розміри їх значно менші, вони мають більшу механічну міцність, великий строк служби і високий ККД (до 98 %). До недоліків напівпровідникових діодів відносять погіршення їх роботи при підвищенні температури.

Розглянуті вище властивості $p - n$ -переходу використовуються в

напівпровідниковому пристрої, який називається **транзистором**. Транзистор використовується в електричних колах для підсилення і

контролю електричних сигналів. Він складається із трьох різних напівпровідникових областей: напівпровідника n -типу, який називається **емітером**, слабого напівпровідника p -типу (товщиною $\approx 500 \text{ \AA}$), який називають **базою**, і напівпровідника n -типу, який називається **колектором** (рис. 42). На рисунку видно, що в транзисторі є два $p - n$ -переходи.

Подамо на правий перехід (колектор – база) велику зворотну напругу (десятки вольт). Оскільки перехід закритий, через нього буде протікати дуже малий зворотний струм, який не може створити помітного падіння напруги на опорі R . Далі подамо на лівий перехід (емітер – база) невелику пряму напругу. Через нього потече прямий струм, який складається із одних електронів, які дифундують із n -області в p - область. Оскільки p - область дуже вузька ($\approx 500 \text{ \AA}$), то більшість електронів, не встигнувши рекомбінувати, досягають правого переходу, і, попадаючи в правий вони скидаються полем бази в праву n -область і створюють в колі колектора

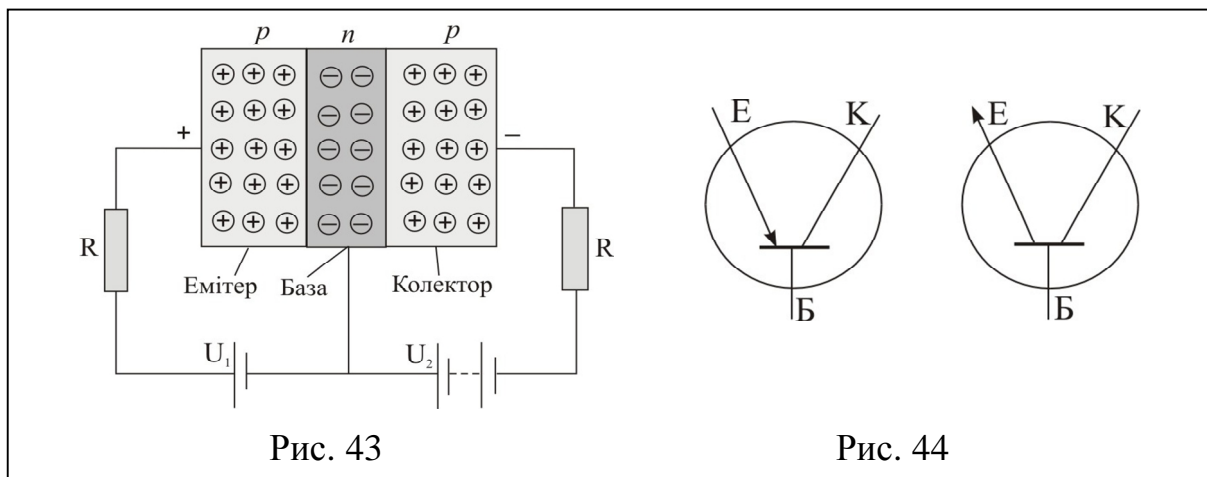


Рис. 43

Рис. 44

додатковий струм. Таким чином, всяка змінна сила струму в колі емітера викликає значно більші зміни сили струму в колі колектора. Зміна сил струмів у колах зв'язана зі змінами напруги законом Ома, тому можна сказати, що змінюючи напругу в колі емітера, можна дістати значно більші зміни напруги в колі колектора, тобто дістати підсилення напруги.

Принцип роботи транзистора типу $p - n - p$, зображеного на рис. 43, нічим не відрізняється від принципу роботи описаного вище транзистора $n - p - n$, тільки напруга на переходах має іншу полярність і носіями струму в транзисторі в основному є дірки.

Схематичне зображення транзисторів показано на рис. 44: а) $p - n - p$; б) $n - p - n$.

2.8. Контактна різниця потенціалів

У 1797 р. А. Вольта відкрив, що при стиканні двох різних металів між ними виникає різниця потенціалів. Причому, якщо декілька різних металів А, В, С, D (рис.45) з'єднати один з одним послідовно, то на кінцях

провідників цього ряду виникне різниця потенціалів, яка залежить від природи крайніх провідників А і D і не залежить від того, якими є провідники В і С, що знаходяться між ними. Різниця потенціалів, яка виникає між з'єднаними різнорідними металами називається **контактною різницею потенціалів**. Контактна різниця потенціалів коливається для різних пар металів від декількох десятих вольтів до кількох вольтів.

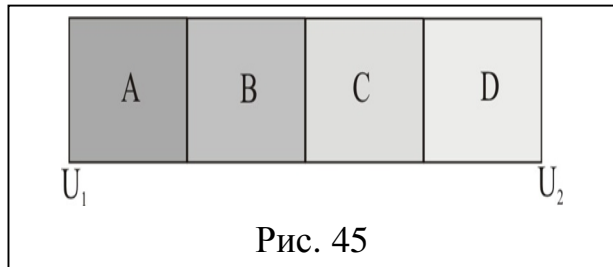


Рис. 45

Контактна різниця потенціалів обумовлена тим, що при стиканні металів частина електронів із одного металу переходить в інший. У верхній частині рис. 46 зображені два метали зліва до їх стику, справа –

після. В нижній частині рисунка дано графіки потенціальної енергії електрона в незаповненій валентній зоні кристала. За припущенням рівень Фермі в металі А лежить вище, ніж в металі В.

Природно, що при виникненні стику між металами, електрони із найвищих рівнів металу А стануть переходити на більш низькі рівні

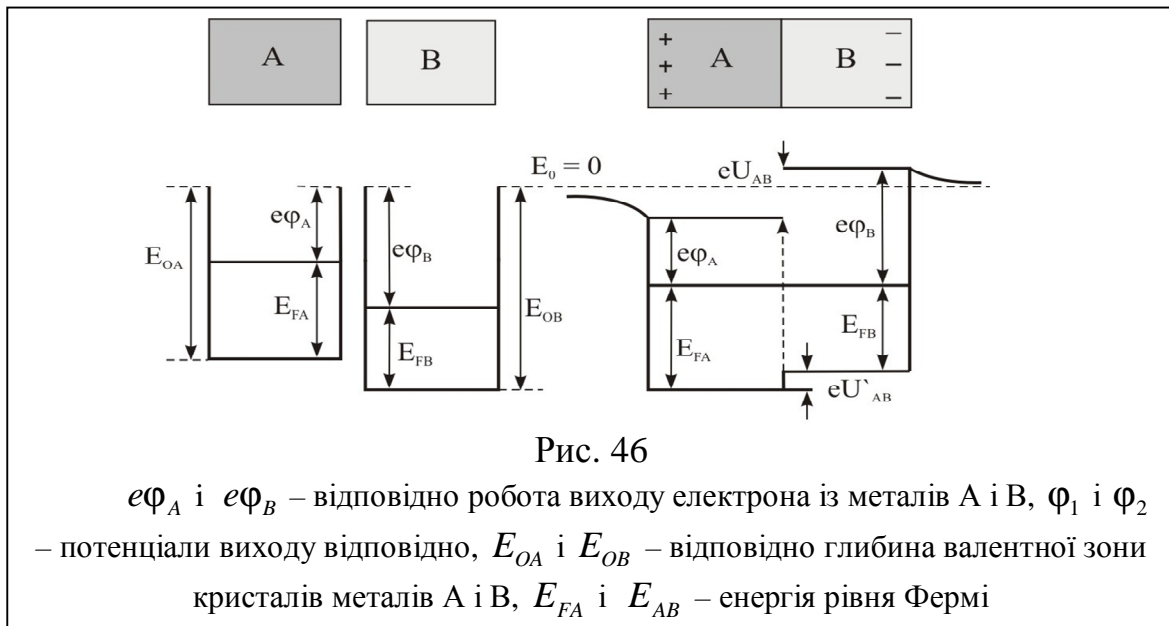


Рис. 46

$e\phi_A$ і $e\phi_B$ – відповідно робота виходу електрона із металів А і В, ϕ_1 і ϕ_2 – потенціали виходу відповідно, E_{OA} і E_{OB} – відповідно глибина валентної зони кристалів металів А і В, E_{FA} і E_{AB} – енергія рівня Фермі

металу В. В результаті потенціал металу А зросте, а металу В зменшиться. Процес переходу електронів між металами припиниться, коли наступить рівновага, умовою якої є рівність повних енергій, що відповідають рівням Фермі. За цієї умови рівні Фермі двох металів розміщуються на схемі на однаковій висоті. Із рис. 46 видно, що

$$U_{AB} = \frac{e\phi_B - e\phi_A}{e} = \phi_B - \phi_A \quad (2.34)$$

Величина U_{AB} є не що інше, як контактна різниця потенціалів між металами А і В.

Згідно формули (2.34) контактна різниця потенціалів між металами А і В дорівнює

різниці робіт виходу ($\Delta A = A_B - A_A = e\phi_B - e\phi_A$) металів В і А, поділеної на елементарний заряд, або просто різниці потенціалів виходу металів В і А.

Різниця потенціалів, яка визначається формулою (2.34), встановлюється між точками, які лежать безпосередньо біля поверхонь металів, тому її називають **зовнішньою контактною різницею потенціалів**.

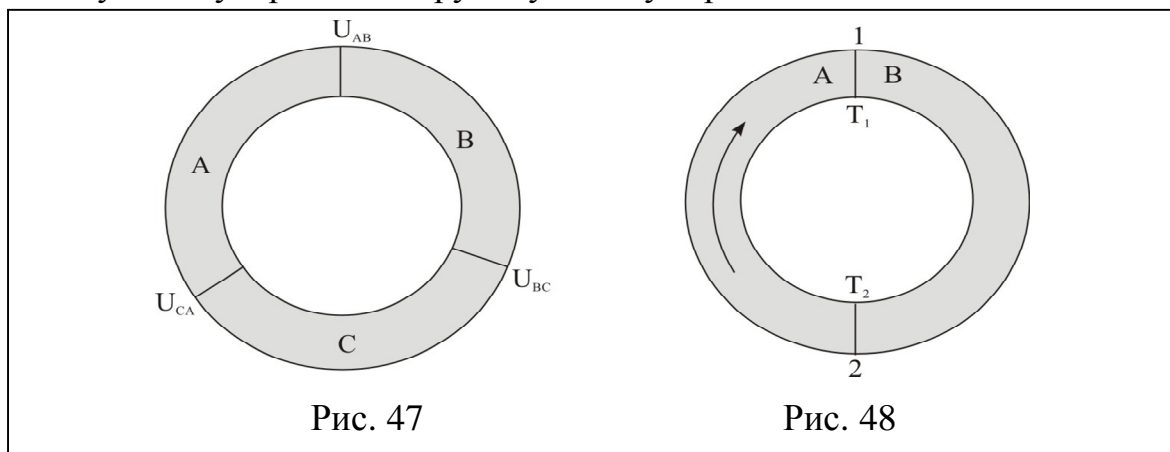
Між внутрішніми точками металів також існує контактна різниця потенціалів, яка називається **внутрішньою**. Внутрішня різниця потенціалів обумовлюється різною кількістю електронів в одиниці об'єму, яка визначає різницю енергії рівнів Фермі. Тому

$$U'_{AB} = \frac{E_{FA} - E_{FB}}{e}. \quad (2.35)$$

Величина U'_{AB} і є внутрішня контактна різниця потенціалів (потенціал всередині першого металу вищий, ніж всередині другого).

Нами розглянуто виникнення контактної різниці потенціалів при з'єднанні двох металів. Однак контактна різниця потенціалів виникає і на межі між металом і напівпровідником, а також на межі двох напівпровідників.

Насамкінець, зауважимо, що якщо всі спаї замкнутого кола із послідовно з'єднаних різних металів (рис. 47) підтримувати при одній і тій же температурі, сума стрибків контактної різниці потенціалів цих металів дорівнює нулю. Тому ЕРС в колі виникнути не може. Виникнення струму в такому колі суперечило б другому началу термодинаміки.



2.9. Термоелектричні явища

Якщо спаї 1 і 2 двох різних металів, які утворюють замкнуте коло (рис. 48), мають різну температуру, то в колі виникне ЕРС, і в ньому потече електричний струм. Це явище було відкрито в 1821 р. німецьким

фізиком Т. І. Зеебеком (1770 – 1831) на парі металів “мідь – вісмут” і отримало назву *термоелектричного явища (явище Зеебека)*.

Термоелектрорушійна сила (термо-ЕРС) обумовлена *залежністю рівня Фермі від температури та дифузією електронів (або дірок)*.

Оскільки рівень Фермі залежить від температури, то скачок потенціалу при переході із одного металу в інший (тобто внутрішня контактна різниця потенціалів, див. формулу (2.35)) для спаїв, які знаходяться при різних температурах, різний, а, значить, і сума стрибків потенціалу буде відмінною від нуля. Тоді

$$\epsilon_{\text{конт}} = U'_{AB}(T_1) + U'_{BA}(T_2) \quad (2.36)$$

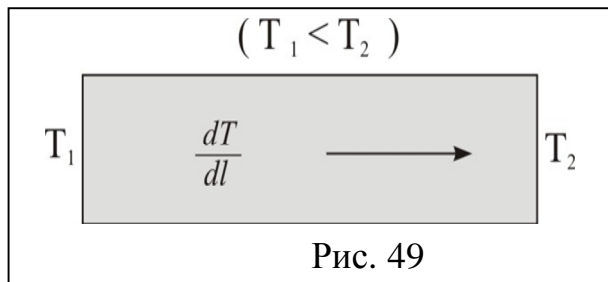
(див. рис. 46). Якщо скористатися формулою (2.35), то отримаємо:

$$\begin{aligned} e_{\text{конт}} &= \frac{1}{e} \{ [E_{FA}(T_1) - E_{FB}(T_1)] + [(E_{FB}(T_2) - E_{FA}(T_2))] \} = \\ &= \frac{1}{e} \{ [E_{FB}(T_2) - E_{FB}(T_1)] - [(E_{FA}(T_2) - E_{FA}(T_1))] \}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

або

$$e_{\text{конт}} = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e} \frac{dE_{FB}}{dT} \right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e} \frac{dE_{FA}}{dT} \right) dT. \quad (2.38)$$

Другу причину виникнення термо-ЕРС можна зрозуміти, якщо припустити, що вздовж однорідного металічного провідника існує градієнт температури (рис. 49). В цьому випадку концентрація електронів з $E > E_F$ в



нагрітому кінці буде більша, ніж у холодному, а концентрація електронів з енергією $E < E_F$ буде більша в холодному кінці. Тому вздовж провідника виникне градієнт концентрацій “холодних” (повільних) і “гарячих” (швидких)

електронів. В результаті виникають два дифузійні потоки електронів – вздовж і проти градієнта температури. Оскільки швидкості дифузії і концентрації “гарячих” і “холодних” електронів різні, то на одному кінці провідника створюється надлишковий додатний заряд, а на другому – від’ємний. Поле цих зарядів призводить до встановлення стаціонарного стану: число носіїв заряду, що проходить через поперечний переріз зразка в обох напрямках, однаково. Термо-ЕРС визначається температурною залежністю концентрації носіїв заряду і їх рухливістю: в металах термо-ЕРС визначається тільки відмінністю рухливостей “гарячих” і “холодних” електронів; в напівпровідниках термо-ЕРС обумовлена залежністю від T як

рухливості, так і концентрації електронів і дірок. В напівпровідниках термо-ЕРС значно вища, ніж в металах.

В 1834 р. французький фізик Ж. Пельтьє (1785 – 1845) спостерігав обернене явище до розглянутого вище: якщо через замкнуте коло, складене із різних металів або напівпровідників, пропускати електричний струм, то в одних спаях спостерігатиметься виділення теплоти, а в інших – поглинання теплоти. Це явище було названо *явищем Пельтьє*.

Дослідним шляхом встановлено, що кількість теплоти, яка виділяється або поглинається в спаї, пропорційне величині заряду q , що проходить через спай:

$$Q_{AB} = \Pi_{AB} q = \Pi_{AB} It \quad (2.39)$$

Тут індекси вказують, що струм тече від металу А до металу В (рис. 46). Коефіцієнт пропорційності Π_{AB} називається *коефіцієнтом Пельтьє*.

При зміні напрямку струму величина Q змінює знак, тобто замість виділення (поглинання) теплоти спостерігається поглинання (виділення) такої ж кількості теплоти (при тому ж q). Значить,

$$\Pi_{AB} = -\Pi_{BA}$$

У випадку контакту двох речовин з однаковим типом носіїв струму (метал-метал, метал-напівпровідник n -типу, два напівпровідники p -типу) явище Пельтьє пояснюється наступним чином. Як було з'ясовано вище, носії струму (електрони і дірки) по різні сторони від спаю мають різну середню енергію. Тому, якщо електрони або дірки, пройшовши через спай, попадають в область з меншою енергією, то вони віддають надлишок своєї енергії кристалічній ґратці, в результаті спай нагрівається. На іншому спаї носії переходять в область з більшою енергією і тому вони частину енергії переймають у кристалічної ґратки, що призводить до охолодження спаю.

Коли контактують два напівпровідники з різним типом провідності, механізм явища Пельтьє інший. На одному із спаїв електрони і дірки рухаються назустріч одні одним і зустрівшись рекомбінують: електрон, який знаходився в зоні провідності n -напівпровідника, попавши в p -напівпровідник, займає у валентній зоні місце дірки. При цьому вивільниться енергія, яка необхідна для утворення вільного електрона в n -напівпровіднику і дірки в p -напівпровіднику. Ця енергія передається кристалічній ґратці і йде на нагрівання спаю. На іншому спаї струм, що протікає через спай, відсмоктує електрони і дірки від межі між напівпровідниками. Але зменшення носіїв струму на межі напівпровідників поповнюється за рахунок попарного народження електронів і дірок. На утворення пари електрон-дірка витрачається енергія, яка переймається у кристалічної ґратки – спай охолоджується.

У 1856 р. У. Томсон (Кельвін) передбачив на основі термодинамічних міркувань, що теплота, аналогічна теплоті Пельтьє, повинна виділятися, якщо вздовж однорідного провідника, по якому тече електричний струм,

існує перепад (градієнт) температур, то, окрім ленц-джоулевої теплоти, в об'ємі провідника, в залежності від напрямку струму, буде виділятися (або поглинатися) ще якась кількість теплоти. Це явище опісля отримало назву **явища Томсона**.

Кількість теплоти, що виділяється внаслідок **явища Томсона** за одиницю часу в елементі провідника довжиною dl дорівнює

$$dQ = \tau I \frac{dT}{dl} dl, \quad (2.40)$$

де I – сила струму, dT/dl – градієнт температури, τ – коефіцієнт Томсона.

Явище Томсона пояснюється по аналогії з явищем Пельтьє. Якщо струм в однорідному провіднику тече в напрямку зростання температури (див. рис. 46), то носії струму – електрони будуть переходити із областей з більш високою енергією в області з більш низькою енергією і надлишок своєї енергії вони віддаватимуть кристалічній ґратці, що призведе до виділення теплоти. Якщо носіями струму є дірки, ефект матиме обернений знак.

Термоелектрика знаходить три основні застосування:

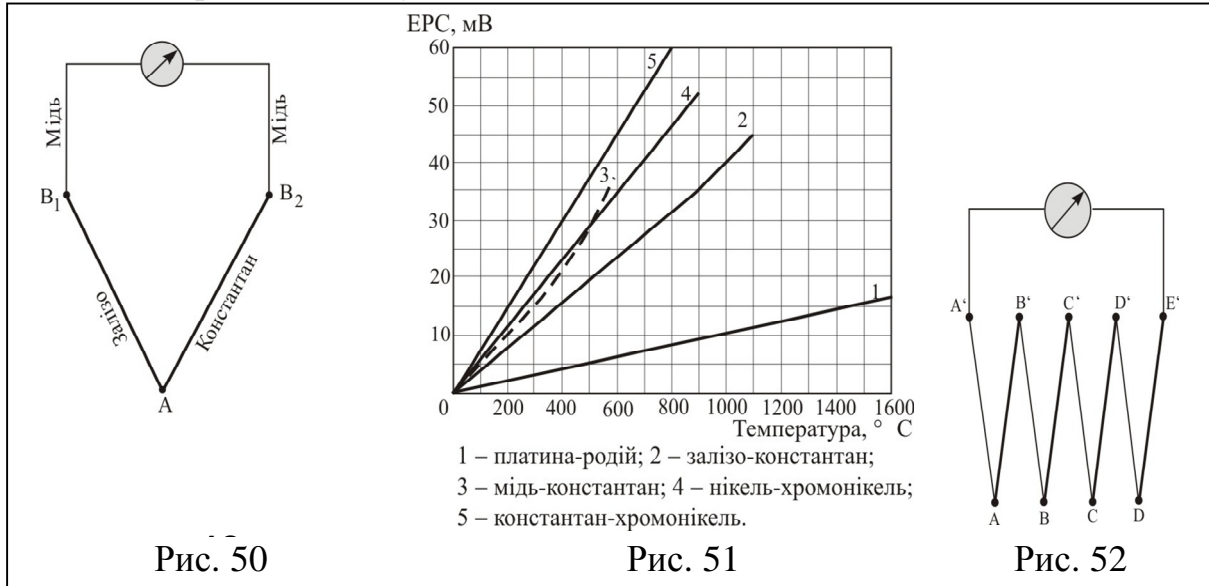
1. Для створення генераторів струму з прямим перетворенням молекулярно-теплової енергії в електричну. Сучасні напівпровідникові термогенератори мають ККД порядку 10 %.

2. Для визначення температур. Знаючи залежність $e_T = f(\Delta T)$ за виміряним e_T можна знайти ΔT , а значить і T . Для цієї мети служать термопари.

3. Для вимірювання потужності інфрачервоного, видимого і ультрафіолетового випромінювань.

Термопара. Типова термопара складається із двох металічних дротів з різних металів, поміщених в захисну ізоляційну оболонку; з одного кінця (цей кінець називається **гарячим**, або **робочим спаєм**) дроти зварюються між собою, а іншим кінцем (який називається **холодним спаєм**) під'єднуються до мідних дротів. На рис. 50 показано термопару, виготовлену із заліза і константану (57 % Cu + 43 % Ni). Спай залізо-константан (точка А) поміщають в середовище, температуру якого потрібно виміряти. Спаї термопара-мідь (точки В₁ і В₂) поміщають в термостат з льодом при температурі $t_0 = 0^\circ\text{C}$, а інші кінці мідних дротів під'єднують до приладу для вимірювання напруги. Сила терmostруму вимірюється в залежності від температури $t - t_0$ і, таким чином, визначення $t - t_0$ можна звести до вимірювання сили струму. На рис. 51 показано залежність термо-ЕРС від різниці температур ($t_0 = 0^\circ\text{C}$) для термоелементів, які найчастіше використовуються на практиці.

Термоелектричні термометри (так іноді називають термопари) можна застосовувати у великому інтервалі температур: від найнижчих до найвищих температур. Термопари зручні для реєстрації швидких змін температур. Місця спаїв, які мають маленький об'єм, зручні для вимірювання температури тіла невеликих живих істот або порожнин їх тіла. Виготовлені відповідним чином термоелементи вимірюють різниці температур різних частин поверхні і їх зміну.



При послідовному з'єднанні декількох термопар їх термо-ЕРС додаються, що підвищує точність вимірювання температури. Такий набір термопар називають **термостовпчиком** (рис. 52). Місця спаїв $A - D$ поміщаються в місце вимірювання температури, а місця спаїв $A' - E'$ тримають при сталій температурі. В деяких випадках (наприклад, при вимірюванні світлової енергії) за допомогою термостовпчика можна вимірювати різниці температур менше $1/10000\text{ }^\circ\text{C}$.

Приклади розв'язання задач

Задача 2.7. Визначити контактну різницю потенціалів між міддю і платиною при $T = 800\text{ K}$, якщо робота виходу електронів для міді $A_1 = 4,272\text{ eV}$, для платини $A_2 = 6,275\text{ eV}$. Стала термопари $a = 7,5 \cdot 10^{-6}\text{ V/K}$

Дано:

$T = 800\text{ K}$
 $A_1 = 4,272\text{ eV}$
 $A_2 = 6,275\text{ eV}$
 $a = 7,5 \cdot 10^{-6}\text{ V/K}$

$j_1 - j_2 = ?$

Розв'язання:

Оскільки в рівнянні по визначенню контактної різниці потенціалів переважна більшість параметрів є величинами табличними, в задачах практично розглядається залежність між різницею потенціалів, температурою і концентрацією електронів:

$$j_1 - j_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}$$

Якщо відома стала термопари

$$a = \frac{k}{l} \ln \frac{n_1}{n_2},$$

то можна записати:

$$j_1 - j_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + aT$$

Таким чином, підставивши числові значення, зокрема роботу виходу в еВ, одержимо:

$$j_1 - j_2 = 1,809 \text{ В}$$

Відповідь: $j_1 - j_2 = 1,809 \text{ В}$

Задача 2.8. Термопара вісмут-залізо $a = 92 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}$ опором $R = 5 \text{ Ом}$ приєднана до гальванометра з внутрішнім опором $R_1 = 110 \text{ Ом}$. Яку силу струму покаже гальванометр, якщо один спай термопари поміщено в воду, що кипить, а другий в посудину Д'юара, в якому міститься суміш води і льоду.

Дано:

$$R = 5 \text{ Ом}$$

$$R_1 = 110 \text{ Ом}$$

$$A_2 = 6,275 \text{ еВ}$$

$$a = 92 \cdot 10^{-6} \text{ В/К}$$

$$I = ?$$

Розв'язання:

Сила струму в розглядуваному колі може бути обчислена за законом Ома для повного кола:

$$I = \frac{x_T}{R + R_1}$$

Термоелектрорушійну силу визначимо як

$$x_T = a(T_2 - T_1)$$

де T_2 – температура води, що кипить ($T_2 = 373 \text{ К}$), а T_1 – температура суміші води і льоду ($T_1 = 273 \text{ К}$).

Таким чином:

$$I = \frac{a(T_2 - T_1)}{R + R_1}$$

$$I = \frac{92 \cdot 10^{-6} \cdot 100}{110 + 5} = 80 \cdot 10^{-6} \text{ А}$$

Відповідь: $I = 80 \cdot 10^{-6} \text{ А}$

2.10. Електричний струм у газах

Несамостійний і самостійний розряди. За звичайних умов гази майже повністю складаються із нейтральних атомів чи молекул, тому є діелектриками. Для того, щоб газ почав проводити електричний струм, його потрібно забезпечити вільними електричними зарядами. Для цього можна:

1) нагріти газ (з підвищенням температури теплові рухи молекул газу призведуть до втрати електронів молекулами, а отже, й утворення

позитивно заряджених йонів. Деякі нейтральні молекули приймуть вільні електрони і стануть негативно зарядженими йонами, крім того, самі вільні електрони зможуть створити струм. Чим вища температура, тим більше вільних електронів);

2) помістити в газ джерело радіоактивного випромінювання;

3) помістити в газ нагріту металеву нитку, з якої будуть випаровуватись вільні електрони, які і створять струм.

Отже, щоб газ проводив електричний струм, в нього треба помістити йонізатор. Завдяки йонізації в газі утворюються вільні носії електричного заряду – йони та електрони.

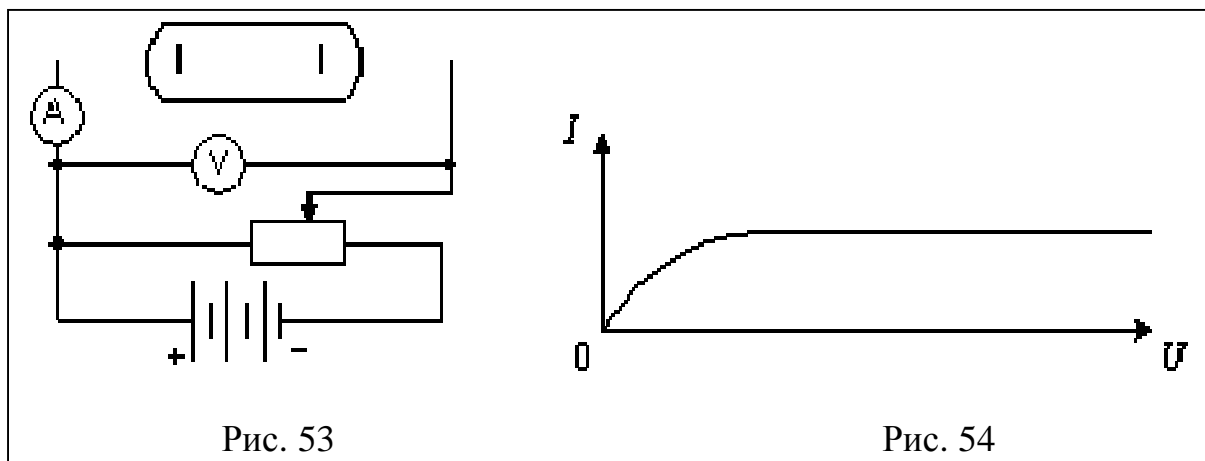
Процес проходження електричного струму через газ називають **газовим розрядом**.

Після припинення дії йонізатора газ перестає бути провідником. Струм припиняється після того, як усі йони й електрони досягнуть електродів. Крім того, під час зближення електрон і позитивно заряджений йон можуть знову утворити нейтральний атом. Такий процес називають **рекомбінацією заряджених частинок**.

Помістимо в газ два металеві електроди, до яких прикладено напругу U . Тиск газу в трубці бажано знизити. Помістимо в трубці йонізатор, який буде утворювати певне число вільних зарядів за одиницю часу (рис. 53). Постійно підвищуючи напругу, будемо вимірювати силу струму в колі. Результати нанесемо на графік (рис. 54).

Значення сили струму в газі буде зростати зі збільшенням прикладеної напруги, згідно із законом Ома для ділянки кола, а коли досягне деякого значення, стане незмінним, що вкаже на **стан насиченості** в трубці. Це означає, що всі носії, які утворює йонізатор, беруть участь у створенні струму. Якщо дію йонізатора припинити, то припиниться і розряд, оскільки інших джерел йонів немає. Тому такий розряд називають **несамостійним**.

Будемо і далі продовжувати підвищувати напругу на електродах. За деякої граничної напруги в трубці знову почне зростати сила струму (рис. 55).



Це означає, що в газі з'являються додаткові йони до тих, що утворилися внаслідок дії йонізатора. Сила струму при цьому може зрости в сотні разів, а число йонів, які виникнуть у процесі розряду, може стати таким великим, що зовнішній йонізатор буде вже непотрібним для підтримання розряду. Якщо забрати зовнішній йонізатор, то розряд не припиниться. Розряд, який може існувати без зовнішнього йонізатора, називають **самостійним розрядом**.

Причиною різкого збільшення сили струму у разі великих напруг (рис. 55) є зростання кінетичної енергії електронів, що утворилися внаслідок дії зовнішнього йонізатора. На своєму шляху електрон зіштовхується з йонами і нейтральними атомами. Кінетична енергія електрона перед черговим зіткненням пропорційна напруженості поля і довжині вільного пробігу електрона (шляху між двома послідовними зіткненнями):

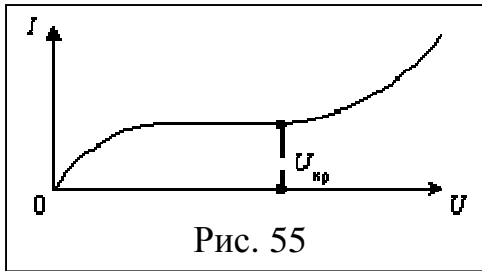


Рис. 55

(рис. 55) є зростання кінетичної енергії електронів, що утворилися внаслідок дії зовнішнього йонізатора. На своєму шляху електрон зіштовхується з йонами і нейтральними атомами. Кінетична енергія електрона перед черговим зіткненням пропорційна напруженості поля і довжині

вільного пробігу електрона (шляху між двома послідовними зіткненнями):

$$\frac{mv^2}{2} = eEl \quad (2.41)$$

Якщо кінетична енергія електрона більша за роботу йонізації A_i , яку треба виконати, щоб йонізувати нейтральний атом, тобто

$$\frac{mv^2}{2} \geq A_i, \quad (2.42)$$

то під час зіткнення електрона з атомом відбувається йонізація. Кількість заряджених частинок швидко наростає, виникає електронна лавина. Цей процес називають **йонізацією електронним ударом**. Однак цього замало. Для підтримання такого розряду потрібна емісія електронів з катода. Цьому сприяють швидкі позитивні йони, що утворюються після зіткнення електронів з нейтральними атомами і внаслідок дії електричного поля вдаряються об катод.

Залежно від властивостей і стану газу, а також від якостей і розміщення електродів, прикладеної до них напруги виникають різні види самостійного розряду в газах. Якщо тиск низький, виникає **тліючий розряд**. За атмосферного тиску можна отримати **електричну дугу, коронний та іскровий розряди**.

Тліючий розряд використовують у газоосвітлювальних лампах. Електрична дуга є потужним джерелом світла і широко використовується в прожекторах, установках для зварювання і різання металів тощо. Прикладом велетенського іскрового розряду є блискавка. Іскровий розряд використовують для запалення суміші палива і повітря у двигунах внутрішнього згорання, для точної обробки металів тощо.

Коронний розряд, що виникає за атмосферного тиску поблизу загострених ділянок провідника, у разі великого заряду має вигляд корони,

що світиться навколо вістря. Його використовують в електричних фільтрах для очищення промислових газів від домішок.

Поняття про плазму. Якщо температури досить високі, розпочинається йонізація газу через зіткнення атомів чи молекул, які швидко рухаються. Речовина переходить в новий стан – плазму.

Плазма – це частково чи повністю йонізований газ, в якому густини позитивних і негативних зарядів майже збігаються. Плазма вважається четвертим станом речовини. У повністю йонізованій плазмі електрично нейтральних атомів немає, тому плазма дуже добре проводить струм. У цілому плазма являє собою електрично нейтральну систему.

Поряд з нагріванням йонізація газу і утворення плазми можуть бути викликані різними способами, наприклад, бомбардуванням атомів газу швидкими зарядженими частинками. При цьому утворюється **низькотемпературна плазма**.

Через велику рухливість заряджених частинок у плазмі, вони легко переміщуються під дією електричного і магнітного полів, тому будь-які локальні порушення електронейтральності плазми швидко ліквідуються.

На відміну від нейтрального газу, між молекулами якого є короткодійчі сили, між зарядженими частинками плазми діють кулонівські сили, які порівняно повільно зменшуються з відстанню. Кожна частинка взаємодіє одночасно з багатьма навколишніми частинками. Завдяки цьому частинки можуть брати участь не тільки в хаотичному тепловому русі, а і в упорядкованих (колективних) рухах. У плазмі легко збуджуються різні коливання й хвилі.

Провідність плазми підвищується зі зростанням ступеня йонізації. За високої температури повністю йонізована плазма за своєю провідністю наближається до надпровідників.

У стані плазми перебуває близько 90% речовини Всесвіту (Сонце, зорі, міжзоряний простір).

Плазма оточує нашу планету. Верхній шар атмосфери на висоті 100–300 км є йонізованим газом – **йоносферою**. Полум'я запаленого сірника це також плазма.

Плазма виникає при всіх видах розряду в газах: тліючому, дуговому, іскровому тощо. Таку плазму називають газорозрядною. Її використовують у лазерах.

Струмінь плазми застосовують у магнітогідродинамічних генераторах, плазмотронах. Потужні струмені плазми застосовують для різання і зварювання металів, буріння свердловин, прискорення перебігу хімічних реакцій тощо.

Найбільші перспективи фізики вбачають у застосуванні високотемпературної плазми ($T > 10^8$ К) для створення керованих термоядерних реакцій.

Приклади розв'язання задач

Задача 2.9. При опроміненні рентгенівськими променями газу у двоелектродній трубці щосекунди утворюється $5 \cdot 10^{15}$ пар йон-електронів. Яка сила струму насичення, якщо до електродів трубки прикласти напругу?

Дано:

$$n = 5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$I - ?$$

Розв'язання:

Струм створюється рухом йонів та рухом електронів.

$$I = \frac{q}{t} = \frac{2ne}{t}$$

$$I = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{15} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Відповідь: $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$

Задача 2.10. Простір між пластинами плоского конденсатора має об'єм 375 см^3 і заповнений воднем, який частково іонізовано. Площа кожної пластини конденсатора 250 см^2 . При якій напрузі сила струму, що проходить, досягне значення 2 мкА , якщо концентрація іонів у газі рівна $n = 5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$?

Дано:

$$V = 375 \text{ см}^3$$

$$S_1 = S_2 = 250 \text{ см}^2$$

$$I = 2 \text{ мкА}$$

$$n = 5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$$

$$U - ?$$

Розв'язання:

Напруга на пластинах конденсатора зв'язана з напруженістю електричного поля та відстанню між пластинами співвідношенням:

$$U = Ed \quad (1)$$

З виразу для густини струму

$$j = Qn(m_+ + m_-)E$$

де Q – заряд іона; n – концентрація іонів; m_+ і m_- – рухливість позитивних та негативних іонів;

Знайдемо:

$$E = \frac{j}{Qn(m_+ + m_-)} = \frac{1}{Qn(m_+ + m_-)S}$$

Оскільки об'єм простору між пластинами дорівнює $V = Sd$, то, $d = \frac{V}{S}$. Підставляючи вираз E та d у формулу (1), одержимо:

$$U = \frac{IV}{Qn(m_+ + m_-)S^2} \quad (2)$$

Проведемо розрахунки, приймаючи до уваги, що рухливість іонів дорівнює $m_+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{В}}$ та $m_- = 7,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{В}}$:

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,75 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,3 \cdot 10^{13} (5,4 + 7,4) \cdot 10^{-4} \cdot 6,26 \cdot 10^{-4}} = 110V$$

Відповідь: $U=110V$

Тести

1. Що таке електричний струм?

- 1) заряд, що проходить через поперечний переріз провідника;
- 2) впорядкований рух заряджених частинок;
- 3) властивість провідників передавати накопичений;
- 4) електричний заряд іншими провідниками;

2. Вкажіть назву речовин, що не проводять електричний струм:

- 1) надпровідники;
- 2) провідники;
- 3) напівпровідники;
- 4) діелектрики.

3. Виберіть назву величини, що характеризує швидкість перенесення заряду через поперечний переріз провідника:

- 1) електричний опір;
- 2) сила струму;
- 3) напруга;
- 4) заряд.

4. Вкажіть, що саме прийнято за напрямок електричного струму:

- 1) напрям руху негативно заряджених частинок;
- 2) рух заряджених частинок від полюса «-» до полюса «+» джерела струму;
- 3) напрям руху позитивно заряджених частинок або напрям, протилежний до напрямку руху негативно заряджених частинок;
- 4) напрям руху негативно заряджених частинок або напрям, протилежний до напрямку руху позитивно заряджених частинок.

5. Вкажіть характер руху вільних заряджених частинок у провіднику, коли через нього не протікає струм:

- 1) впорядкований рух;
 - 2) не рухаються зовсім;
 - 3) можуть рухатись і впорядковано, і хаотично;
 - 4) хаотичний рух.
6. Виберіть частинки, які є носіями струму в металах:
- 1) позитивні йони;
 - 2) негативні йони;
 - 3) вільні електрони;
 - 4) йони та вільні електрони.
7. Вкажіть, як змінюється опір металів з підвищенням температури:
- 1) не змінюється;
 - 2) зменшується за експоненціальним законом;
 - 3) зменшується за лінійним законом;
 - 4) збільшується за лінійним законом.
8. Виберіть формулу залежності опору металів від температури:
- 1) $R = \frac{r \cdot l}{S}$;
 - 2) $R = q \cdot t$;
 - 3) $R = R_0(1 - a\Delta t)$;
 - 4) $R = R_0(1 + a\Delta t)$.
9. Вкажіть у чому полягає явище надпровідності:
- 1) у зменшенні опору;
 - 2) у збільшенні опору;
 - 3) у зниженні втрат енергії;
 - 4) у зникненні опору.
10. Виберіть частинки, що є носіями електричного струму в електролітах:
- 1) електрони;
 - 2) лише позитивні йони;
 - 3) тільки негативні йони;
 - 4) позитивні та негативні йони.
11. Вкажіть назву процесу розпаду молекул електроліту на йони:
- 1) електроліз;
 - 2) електролітична дисоціація;
 - 3) рекомбінація.

12. Закінчіть формулювання першого закону Фарадея: «Маса речовини, що виділяється на електроді, прямо пропорційна...»
- 1) напрузі на електролітичній ванні;
 - 2) заряду, що переноситься через електроліт;
 - 3) опору електроліту;
 - 4) температурі електроліту.
13. Вкажіть під впливом чого відбувається електролітична дисоціація:
- 1) полярних молекул води;
 - 2) електричного поля;
 - 3) нагрівання;
 - 4) ударної йонізації.
14. Закінчіть речення: «Хімічний еквівалент-це...»
- 1) добуток модуля заряду електрона на сталу Авогадро;
 - 2) відношення сталої Фарадея до сталої Авогадро;
 - 3) відношення молярної маси до концентрації йонів;
 - 4) відношення молярної маси до валентності елемента.
15. Сформулюйте другий закон Фарадея для електролізу:
- 1) електрохімічні еквіваленти різних речовин прямо пропорційні їх хімічним еквівалентам;
 - 2) електрохімічні еквіваленти усіх речовин рівні нулю;
 - 3) електрохімічні еквіваленти різних речовин рівні їх хімічним еквівалентам;
 - 4) електрохімічні еквіваленти різних речовин обернено пропорційні їх хімічним еквівалентам.
16. Виберіть формули, за якими можна визначити потужність електричного струму:
- 1) $P = I \cdot U$;
 - 2) $P = I^2 \cdot R$;
 - 3) $P = \frac{A}{t}$;
 - 4) $P = \frac{U^2}{R}$.
17. За звичайних умов газу...

- 1) майже повністю складаються із нейтральних атомів чи молекул;
 - 2) є діелектриками;
 - 3) проводять електричний струм;
 - 4) повністю складаються із вільних електронів.
18. Як називають розряд, який може існувати без зовнішнього іонізатора?
- 1) несмостійним розрядом;
 - 2) йонним розрядом;
 - 3) станом насичення;
 - 4) самостійним розрядом.
19. Вкажіть види самостійного розряду:
- 1) тліючий розряд;
 - 2) електрична дуга;
 - 3) коронний розряд;
 - 4) іскровий розряд.
20. Сформулюйте перше правило Кірхгофа.
- 1) при обході по замкненому контуру, що виділений у розгалуженому електричному колі, геометрична сума добутків струмів на опір дорівнює геометричній сумі ЕРС у цьому контурі;
 - 2) при обході по замкненому контуру, що виділений у розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків струмів на опір дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у цьому контурі;
 - 3) геометрична сума струмів, що збігаються у вузлі, дорівнює нулю;
 - 4) алгебраїчна сума струмів, що збігаються у вузлі, дорівнює нулю.
21. Сформулюйте друге правило Кірхгофа.
- 1) при обході по замкненому контуру, що виділений у розгалуженому електричному колі, геометрична сума добутків струмів на опір дорівнює геометричній сумі ЕРС у цьому контурі;
 - 2) при обході по замкненому контуру, що виділений у розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків струмів на опір дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у цьому контурі;

- 3) геометрична сума струмів, що збігаються у вузлі, дорівнює нулю;
 - 4) алгебраїчна сума струмів, що збігаються у вузлі, дорівнює нулю.
22. Що відбувається при підвищенні температури напівпровідника?
- 1) різке збільшення числа вільних електронів і збільшення електропровідності;
 - 2) різке зменшення числа вільних електронів і збільшення електропровідності;
 - 3) різке збільшення числа вільних електронів і зменшення електропровідності;
 - 4) різке зменшення числа вільних електронів і зменшення електропровідності.
23. Напівпровідники – це...
- 1) кристалічні речовини з широкою забороненою зоною;
 - 2) кристалічні речовини з вузькою валентною зоною повністю вільною від електронів;
 - 3) кристалічні речовини з вузькою забороненою зоною розміщеною між повністю заповненою електронами валентною зоною і повністю вільною від електронів зоною провідності;
 - 4) кристалічні речовини розміщеною між повністю заповненою електронами забороненою зоною і повністю вільною від електронів валентною зоною.
24. Що відносять до власних напівпровідників?
- 1) хімічно чисті напівпровідники;
 - 2) напівпровідники електричні властивості яких визначаються домішками, які штучно вводяться до їх складу;
 - 3) напівпровідники магнітні властивості яких визначаються домішками, які штучно вводяться до їх складу;
 - 4) усі напівпровідники при кімнатній температурі.
25. Що відносять до домішкових напівпровідників?
- 1) хімічно чисті напівпровідники;
 - 2) напівпровідники електричні властивості яких визначаються домішками, які штучно вводяться до їх складу;
 - 3) напівпровідники магнітні властивості яких визначаються домішками, які штучно вводяться до їх складу;
 - 4) усі напівпровідники при кімнатній температурі.
26. Що таке дірки?
- 1) вакантні місця з відсутніми електронами на рівнях зони провідності;

- 2) вакантні місця з електронами на рівнях валентної зони;
 - 3) вакантні місця з відсутніми електронами на рівнях забороненої зони;
 - 4) вакантні місця з відсутніми електронами на рівнях валентної зони.
27. Закінчіть речення: «Надпровідником р-типу називають такий надпровідник, у якому...»
- 1) кількість дірок більша від кількості вільних електронів;
 - 2) вільними носіями заряду є тільки дірки;
 - 3) кількість дірок менша від кількості вільних електронів;
 - 4) кількість вільних електронів дорівнює кількості дірок.
28. Виберіть основні носії електричних зарядів у напівпровідниках *p*-типу:
- 1) позитивні йони;
 - 2) електрони;
 - 3) дірки;
 - 4) негативні йони.
29. Виберіть основні носії електричних зарядів у напівпровідниках *n*-типу:
- 1) позитивні йони;
 - 2) електрони;
 - 3) дірки;
 - 4) негативні йони.

Відповіді

- 1. впорядкований рух заряджених частинок;
- 2. діелектрики;
- 3. сила струму;
- 4. напрям руху позитивно заряджених частинок або напрям, протилежний до напрямку руху негативно заряджених частинок;
- 5. хаотичний рух.
- 6. вільні електрони;
- 7. збільшується за лінійним законом
- 8. $R = R_0(1 + a\Delta t)$;
- 9. у зникненні опору.
- 10. позитивні та негативні йони
- 11. електролітична дисоціація;
- 12. заряду, що переноситься через електроліт;
- 13. полярних молекул води;
- 14. відношення молярної маси до валентності елемента.

15. електрохімічні еквіваленти різних речовин прямо пропорційні їх хімічним еквівалентам;
16. $P = I \cdot U$;
- б) $P = I^2 \cdot R$;
- в) $P = \frac{A}{t}$;
- г) $P = \frac{U^2}{R}$.
17. майже повністю складаються із нейтральних атомів чи молекул;
є діелектриками;
18. самостійним розрядом
19. тліючий розряд;
електрична дуга;
коронний розряд;
іскровий розряд.
20. алгебраїчна сума струмів, що збігаються у вузлі, дорівнює нулю.
21. при обході по замкненому контуру, що виділений у розгалуженому електричному колі, геометрична сума добутків струмів на опір дорівнює геометричній сумі ЕРС у цьому контурі
- 22 різке збільшення числа вільних електронів і збільшення електропровідності.
23. кристалічні речовини з вузькою забороненою зоною розміщеною між повністю заповненою електронами валентною зоною і повністю вільною від електронів зоною провідності;
24. хімічно чисті напівпровідники;
- 25 напівпровідники електричні властивості яких визначаються домішками, які штучно вводяться до їх складу;
26. вакантні місця з відсутніми електронами на рівнях валентної зони.
27. кількість дірок більша від кількості вільних електронів;
28. дірки
29. електрони.

3. МАГНІТНЕ ПОЛЕ

3.1. Магнітне поле у вакуумі

Електричні струми взаємодіють між собою. Взаємодія струмів здійснюється через магнітне поле.

Магнітне поле – це форма матерії, що породжується рухомими зарядами і діє на рухомі заряди.

Магнітна індукція. Для дослідження магнітних полів використовується контур зі струмом малих розмірів (пробний контур). Його орієнтація у просторі визначається позитивною одиничною нормаллю \hat{n} , пов'язаною з напрямком струму в контурі правилом правого гвинта (правилом свердлика) (рис.56).

Контур зі струмом характеризується магнітним моментом \vec{p}_m , який визначається за формулою

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \hat{n}, \quad (3.1)$$

де I – сила струму у контурі, S – площа контуру, \hat{n} – одинична позитивна нормаль.

При внесенні контуру зі струмом у магнітне поле на нього діє обертальний момент \vec{M} , під дією якого контур розвертається й займає рівноважне положення. Відношення максимального обертального моменту сил, який діє на контур зі струмом, до магнітного моменту контуру, є силовою характеристикою магнітного поля у тому місці, де знаходиться пробний контур, і називається магнітною індукцією $\vec{B} = \frac{M_{\max}}{p_m} \cdot \hat{n}_{\text{рівнов}}$.

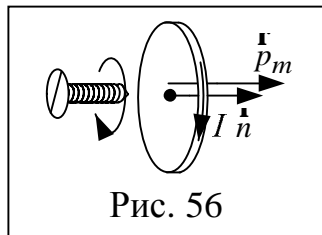


Рис. 56

Напрямок вектора \vec{B} визначається рівноважним положенням позитивної нормалі до контуру $\hat{n}_{\text{рівнов}}$. Одиниця вимірювання магнітної індукції у СІ – 1 Тесла (Тл).

Потік вектора магнітної індукції вводиться аналогічно потоку вектора напруженості електричного поля

$$\Phi = \int_S B_n ds, \quad (3.2)$$

де B_n – проекція вектора магнітної індукції \vec{B} на нормаль в кожній точці поверхні інтегрування S . Одиниця вимірювання магнітного потоку в системі СІ – 1 Вебер (Вб) = 1 Тл·м².

Для однорідного магнітного поля (вектор \vec{B} у всіх точках поля однаковий за величиною та напрямком) потік вектора \vec{B} через плоску поверхню визначається формулою

$$\Phi = B S \cos \alpha = B_n S, \quad (3.3)$$

де α – кут між вектором магнітної індукції \vec{B} і нормаллю до площини, S – площа плоскої площадки.

Потік Φ вектора магнітної індукції \vec{B} визначає кількість ліній магнітної індукції, що перетинають поверхню S .

Лінії магнітної індукції. Магнітні поля зображуються за допомогою ліній магнітної індукції. Потік вектора магнітної індукції через замкнену поверхню S дорівнює нулю

$$\Phi = \oint_S \vec{B}_n \cdot d\vec{S} = 0. \quad (3.4)$$

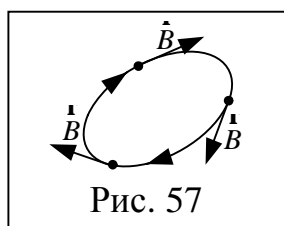


Рис. 57

Звідси випливає, що лінії магнітної індукції – замкнені криві. У просторі їх проводять так, що в кожній точці вектор \vec{B} направлений вдовж дотичної до лінії магнітної індукції, а густина ліній дорівнює самій індукції (рис. 57).

Для магнітного поля, як і для електричного, виконується принцип суперпозиції

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_N, \quad (3.5)$$

тобто індукція системи струмів дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, утворених кожним із струмів окремо.

Закон Біо-Савара-Лапласа. Він визначає магнітну індукцію елемента струму $d\vec{l}$, тобто малої ділянки провідника зі струмом довжини dl , напрямком якої збігається з напрямком струму. Індукція елемента струму визначається за формулою

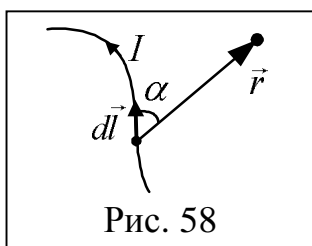


Рис. 58

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (3.6)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, який проведено з елемента струму $d\vec{l}$ у точку спостереження, хрестик означає векторний добуток, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала (рис. 58).

У скалярній формі формулу (3.6) записують так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (3.7)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{r} .

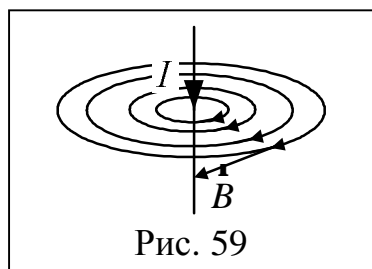


Рис. 59

Поле прямого струму. Розбиваючи провідник на елементи струму і використовуючи закон Біо-Савара-Лапласа і принцип суперпозиції, можна визначити магнітну індукцію будь-якого провідника зі струмом. Для прямого нескінченно довгого провідника зі струмом в результаті отримаємо формулу для індукції

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (3.8)$$

де r – відстань від струму до точки спостереження. Лінії магнітної індукції прямого провідника зі струмом являють собою концентричні кола (рис. 59).

Для обмеженого за довжиною прямолінійного провідника зі струмом індукція визначається формулою

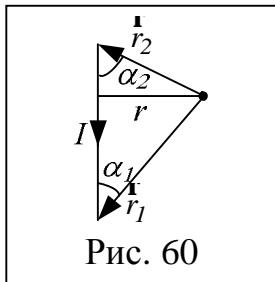


Рис. 60

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2), \quad (3.9)$$

де α_1 і α_2 – кути між провідником і радіус-векторами, відповідно, \vec{r}_1 і \vec{r}_2 , що проведенні із точок спостереження у кінці провідників (рис. 60).

При $\alpha_1 \rightarrow 0$ і $\alpha_2 \rightarrow 0$ (тобто при переході до необмеженого провідника) формула (3.9) переходить у формулу (3.8) для нескінченно довгого провідника.

Циркуляція вектора магнітної індукції – це інтеграл по замкненому контуру L : $\oint_L \vec{B}_l dl$, де B_l – проекція вектора \vec{B} на елементарну

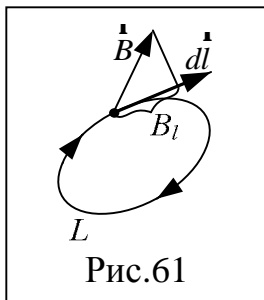


Рис.61

ділянку інтегрування dl , тобто на напрямок дотичної в кожній точці контуру (рис. 61)

Якщо контур інтегрування L охоплює кілька струмів, то циркуляція вектора магнітної індукції \vec{B} дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на суму струмів, що охоплюються контуром інтегрування:

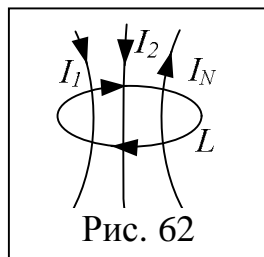


Рис. 62

$$\oint_L \vec{B}_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k. \quad (3.10)$$

Позитивними у формулі (3.10) вважаються струми, напрямком яких пов'язаний з напрямком інтегрування правилом правого гвинта (правило свердлика). Формула (3.10) має назву закону повного струму.

Поле соленоїда. Використовуючи формулу (3.10)

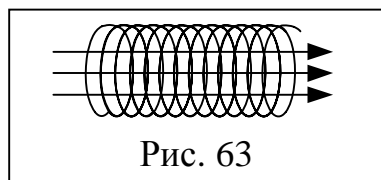


Рис. 63

для циркуляції вектора магнітної індукції \vec{A} , легко отримати формулу для індукції магнітного поля нескінченно довгого соленоїда.

$$B = \mu_0 n I \quad (\text{всередині соленоїда}), \quad (3.11)$$

$$B = 0 \quad (\text{зовні соленоїда}),$$

де n – кількість витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда. Таким чином, магнітне поле нескінченно довгого соленоїда

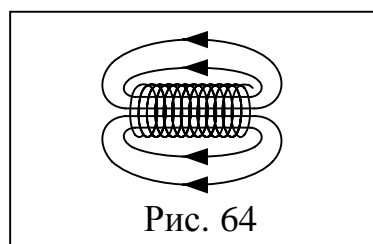


Рис. 64

однорідне і повністю зосереджене всередині соленоїда.(рис. 63).

Для обмеженого соленоїда лінії індукції магнітного поля замикаються через вільний простір (рис. 64). Всередині достатньо довгого соленоїда (довжина якого набагато більша його діаметра) магнітне поле практично однорідне і добре описується формулою (3.11). Однорідність поля порушується тільки поблизу кінців соленоїда.

Приклади розв'язання задач

Задача 3.1. По відрітку прямого дроту довжиною $l = 80$ см проходить струм силою $I = 50$ А. Визначити магнітну індукцію B поля, що створюється цим струмом, у точці A , яка рівновіддалена від кінців відрізка дроту і розміщена на відстані $r_0 = 30$ см від його середини.

Дано:
 $l = 80$ см
 $I = 50$ А
 $r_0 = 30$ см

 $B = ?$

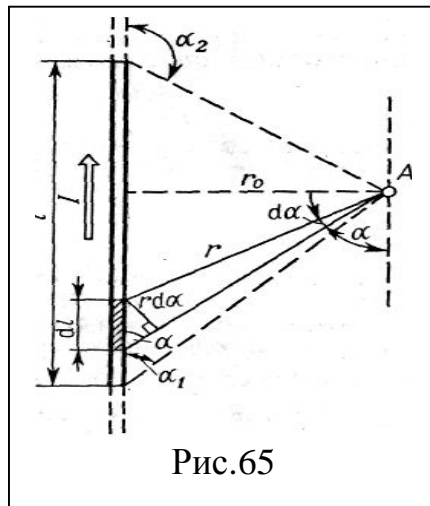


Рис.65

Розв'язання:

Для розв'язання задачі скористаємося законом Біо-Савара-Лапласа і принципом суперпозиції магнітних полів. Закон Біо-Савара-Лапласа дозволяє визначити магнітну індукцію dB , що створюється елементом струму $I dl$.

Зазначимо, що вектор dB у точці A напрямлений за площину креслення. Принцип суперпозиції дозволяє для

визначення B скористатися геометричним інтегруванням:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} \quad (1)$$

де $dB = \frac{\mu_0 I \sin a}{4\pi r^2}$

У скалярній формі закону Біо-Савара-Лапласа кут a – це кут між елементом струму $I dl$ і радіусом - вектором \vec{r} . Таким чином:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin a}{r^2} dl \quad (3)$$

Перетворимо підінтегральний вираз так, щоб у ньому булаті тільки одна змінна - кут a . Для цього виразимо довжину елемента дроту dl через кут da (рис. 3): $dl = \frac{r da}{\sin a}$

кут da (рис. 3): $dl = \frac{r da}{\sin a}$

Врахуємо також, що

$$r = \frac{r_0}{\sin a}$$

Тоді вираз (3) можна переписати у вигляді

$$B = \frac{m_0 I}{4\pi r_0} \int_{a_1}^{a_2} \sin a \, da$$

Виконаємо інтегрування:

$$B = \frac{m_0 I}{4\pi r_0} (\cos a_1 - \cos a_2) \quad (4)$$

Простежуємо, що при симетричному розташуванні точки А відносно відрізка дроту $\cos a_1 = -\cos a_2$. З урахуванням цього формула (4) набуде вигляду

$$B = \frac{m_0 I}{4\pi r_0} \cos a_1 \quad (5)$$

З рисунка

$$\cos a_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$$

Підставивши цей вираз у співвідношення (4), знайдемо:

$$B = \frac{m_0 I}{4\pi r_0} \cdot \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}$$

Після підстановки у вираз числових значень фізичних величин отримаємо

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{2\pi \cdot 0,3} \cdot \frac{0,8}{\sqrt{4 \cdot (0,3)^2 + (0,8)^2}} = 26,7 \cdot 10^{-6} \text{ (Тл)}$$

Відповідь: $B = 26,7 \cdot 10^{-6}$ Тл

Задача 3.2. Щільно укладені одним шаром 30 витків тонкого дроту утримуються на каркасі у вигляді півсфери радіусом $R=10$ см. Визначити величину струму, який протікає по провіднику, якщо магнітна індукція поля в центрі сфери становить

Дано:

$$R = 10 \text{ см}$$

$$B = 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$$

$$N = 30$$

$$I = ?$$

Розв'язання:

Виділимо на відстані x від центра півсфери елемент довжиною dx , на якому розміщено N/R витків.

Позначивши радіус кожного витка через $r = \sqrt{R^2 - x^2}$ і вважаючи, що по кожному елементу протікає коловий струм, запишемо значення індукції магнітного поля:

$$dB = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \frac{N}{R} dx = \frac{\mu_0 I N (R^2 - x^2) dx}{2R^4}$$

Проінтегруємо вираз від 0 до R , одержимо значення магнітної індукції:

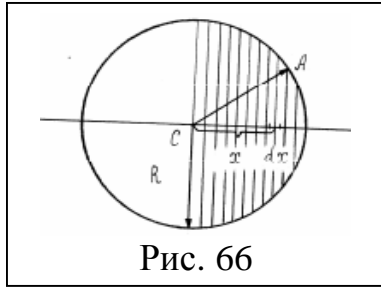


Рис. 66

$$dB = \frac{\mu m_0 IN}{2R^4} \int_0^R (R^2 - x^2) dx = \frac{\mu m_0 IN}{3R}$$

Звідки:

$$I = \frac{3BR}{\mu m_0 N}$$

Враховавши, що $\mu=1$, визначимо I :

$$I = \frac{3 \cdot 1,26 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 30} = 1 \text{ A}$$

Відповідь: $I = 1 \text{ A}$

3.2. Взаємодія струмів і частинок з магнітним полем

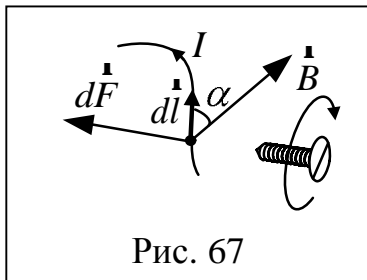


Рис. 67

Сила Ампера – це сила, що діє на елемент струму $d\vec{l}$ у магнітному полі, визначається формулою

$$d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B}, \quad (3.12)$$

або в скалярному вигляді

$$dF_A = \square B dl \sin \alpha, \quad (3.13)$$

де α – кути між векторами \vec{B} і $d\vec{l}$ (рис. 67).

Розбиваючи провідник на елементи струму і визначаючи за формулою (3.13) силу, що діє на кожний елемент струму, можна визначити розподіл сил уздовж провідника, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі.

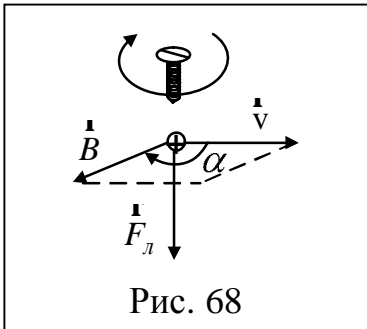


Рис. 68

Сила Лоренца – це сила, що діє на рухому заряджену частинку у магнітному полі. Вона визначається формулою

$$\vec{F}_e = q \vec{v} \times \vec{B}; \quad (3.14)$$

або в скалярному вигляді

$$F_L = q \square B \sin \alpha, \quad (3.15)$$

де α – кут між векторами \vec{B} і \vec{v} (рис. 68).

Оскільки $\vec{F}_L \perp \vec{B}$, то сила Лоренца роботи не виконує і чисельного значення швидкості змінити не може. Вона змінює тільки напрямок вектора швидкості.

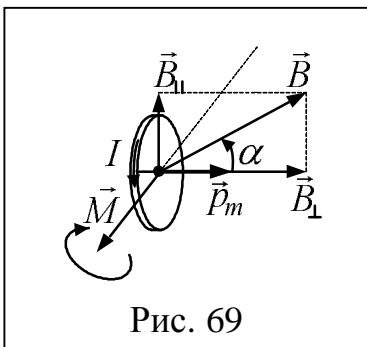


Рис. 69

Контур зі струмом у магнітному полі. Якщо внести у магнітне поле контур зі струмом, то збоку поля на контур діє обертальний момент (рис. 69)

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}; \quad (3.16)$$

або у скалярному вигляді

$$M = \square_m B \sin \alpha, \quad (3.17)$$

де \vec{p}_m – вектор магнітного моменту контуру зі струмом, \vec{B} – вектор магнітної індукції, α – кут між векторами \vec{B} і \vec{p}_m .

Під дією обертального моменту \vec{M} контур обертається і встановлюється своїм магнітним моментом \vec{p}_m уздовж вектора магнітної індукції \vec{B} .

Робота з переміщення струму в магнітному полі. При переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі сила Ампера, що діє на провідник зі струмом, виконує роботу

$$A = I\Phi, \quad (3.18)$$

де I – сила струму у провіднику, Φ – магнітний потік, який перетинає провідник при своєму русі.

Для прямолінійного провідника, що рухається перпендикулярно, лініям індукції однорідного магнітного поля,

$$\Phi = B l S, \quad (3.19)$$

де l – активна частина провідника (тобто та, що знаходиться у магнітному полі), S – пройдений шлях.

При переміщенні контуру зі струмом у магнітному полі виконується робота

$$A = I\Delta\Phi, \quad (3.20)$$

де $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – зміна магнітного потоку через контур, Φ_1 – початковий потік, Φ_2 – кінцевий потік.

Приклади розв'язання задач

Задача 3.3. Протон у магнітному полі з індукцією 0,01 Тл, описав півкола радіусом 10 см. Знайти швидкість протона і період його обертання.

Дано:

$$B = 0,01 \text{ Тл}$$

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$R = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$u - ? \quad T - ?$$

Розв'язання:

У магнітному полі на протон діє сила

$$\text{Лоренца: } F = qBu \sin \alpha, \quad F = quB.$$

Ця сила напрямлена по радіусу до центра і надає протону доцентрового прискорення:

$$a_o = \frac{u^2}{R},$$

Тоді

$$\frac{mu^2}{R} = quB \Rightarrow u = \frac{BqR}{m},$$

$$u = \frac{0,01 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 9,6 \cdot 10^4 \text{ (м/с)},$$

Період обертання протона у магнітному полі:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1}{9,6 \cdot 10^4} = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ (с).}$$

Відповідь: $9,6 \cdot 10^4$ м/с; $6,5 \cdot 10^{-6}$ с.

Задача 3.4. Плоский квадратний контур із стороною $a = 10$ см, по якому тече струм $I = 100$ А, вільно встановився в однорідному магнітному полі ($B = 1$ Тл). Визначити роботу A , яка виконується зовнішніми силами при повороті контуру відносно осі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут $j_1 = 90^\circ$. При повороті контуру сила струму, що підтримується в ньому, не змінюється.

Дано:

$$a = 10 \text{ см}$$

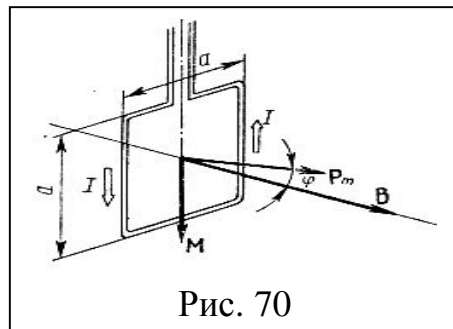
$$I = 100 \text{ А}$$

$$B = 1 \text{ Тл}$$

$$j_1 = 90^\circ$$

$$A = ?$$

Розв'язання:



На контур із струмом у магнітному полі діє момент сили (рис.2)

$$M = p_m B \sin j \quad (1)$$

За умовою задачі в початковому положенні контур вільно встановився в магнітному полі.

При цьому момент сили дорівнює нулю ($M = 0$), а, отже, $j = 0$, тобто вектори Якщо зовнішні сили виведуть контур з положення рівноваги, то момент сил, що виникне (рис.70), прагнучим повернути контур у початкове положення. Проти цього моменту і здійснюється робота зовнішніми силами. Оскільки момент сил є змінним (залежить від кута повороту j), то для розрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференціальній формі

$$dA = M dj$$

Тоді

$$dA = I B a^2 \sin j dj \quad (2)$$

Взявши інтеграл від виразу (2), знайдемо роботу при повороті рамки на кінцевий кут:

$$A = I B a^2 \int_0^j \sin j dj \quad (3)$$

Робота при повороті на кут $j_1 = 90^\circ$ дорівнює

$$A_1 = I B a^2 \int_0^{90^\circ} \sin j dj = I B a^2 (-\cos j) \Big|_0^{90^\circ} = I B a^2 \quad (4)$$

Виразимо числові значення величин в одиницях СІ і підставимо в (4):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 = 1 \text{ Дж}$$

Відповідь: $A_1 = 1$ Дж

3.3. Магнітне поле в речовині

Намагнічування речовини. Будь-яка речовина є магнетиком, тобто здатна під дією магнітного поля набувати магнітний момент (намагнічуватися). Намагнічена речовина утворює власне магнітне поле з індукцією \vec{B}' , яка накладається на утворене струмами зовнішнє магнітне поле з індукцією \vec{B}_0 . У результаті індукція магнітного поля в речовині

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0. \quad (3.21)$$

Намагнічування магнетика характеризується намагніченістю \vec{J} – магнітним моментом одиниці об'єму

$$J = \frac{\sum \vec{p}_{m_i}}{\Delta V}, \quad (3.22)$$

де \vec{p}_{m_i} – магнітні моменти окремих молекул, що знаходяться в об'ємі ΔV .

Гіпотеза Ампера. Для пояснення намагнічування тіл Ампер

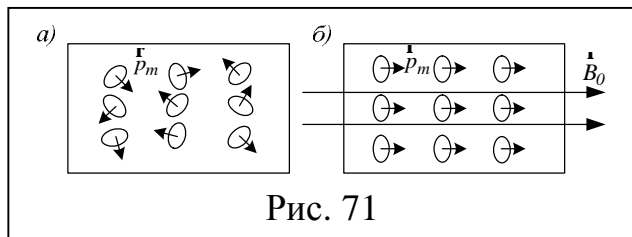


Рис. 71

припустив, що в молекулах циркулюють молекулярні струми з магнітним моментом \vec{p}_{m_i} . Внаслідок хаотичної орієнтації магнітних моментів окремих молекул, магнітний момент тіла

за відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнює нулю (рис. 71, а).

Під впливом зовнішнього магнітного поля з індукцією \vec{B}_0 магнітні моменти молекул набувають впорядковану орієнтацію вздовж зовнішнього магнітного поля (рис. 71, б).

Речовина стає намагніченою, тобто її підсумковий магнітний момент молекул стає відмінним від нуля. Молекулярні струми намагніченої речовини утворюють власне магнітне поле з індукцією \vec{B}' .

Опис поля у магнетиках. Циркуляція вектора \vec{B} у речовині записується у вигляді

$$\int_L B_l dl = \mu_0 (\sum I)_L + \mu_0 (\sum I_M)_L, \quad (3.23)$$

де $(\sum I)_L$ – сума відомих макроскопічних струмів у провідниках, що охоплюються контуром інтегрування L і утворюють зовнішнє магнітне поле з індукцією \vec{B}_0 ; $(\sum I_M)_L$ – сума невідомих мікроскопічних струмів молекул, що охоплюються контуром інтегрування L і утворюють магнітне поле намагніченої речовини \vec{B}' .

У формулі (3.23), щоб визначити індукцію \vec{B} магнітного поля у речовині, потрібно знати молекулярні струми $\sum I_M$, а щоб визначити

молекулярні струми, в свою чергу, потрібно знати індукцію \dot{B} поля в речовині. Виникає замкнене коло. Це свідчить про те, що тільки однієї індукції \dot{B} для опису полів у речовині недостатньо. Потрібно ввести ще одну величину, яка пов'язана з індукцією \dot{B} , але визначається тільки через відомі макроскопічні струми. Такою величиною є вектор напруженості магнітного поля \dot{H}

$$\dot{H} = \frac{\dot{B}}{\mu_0} - \dot{J}, \quad (3.24)$$

для якого циркуляція дорівнює

$$\oint_L \dot{H}_t dl = \sum I, \quad (3.25)$$

тобто визначається тільки відомими макроскопічними струмами $\sum I$ у провідниках.

У вакуумі намагніченість $\dot{J} = 0$; $\dot{B} = \mu_0 \dot{H}$.

У речовині, як показує дослід, для всіх речовин $\dot{J} = \chi \dot{H}$, де χ – магнітна сприйнятливість речовини.

Тоді в речовині $\dot{B} = \mu_0 (1 + \chi) \dot{H}$.

Вводячи відносну магнітну проникність речовини

$$\mu = 1 + \chi, \quad (3.26)$$

отримаємо зв'язок між індукцією \dot{B} і напруженістю \dot{H} у речовині.

$$\dot{B} = \mu \mu_0 \dot{H}. \quad (3.27)$$

Відносна магнітна проникність

$$\mu = \frac{B}{B_0} \quad (3.28)$$

показує, у скільки разів індукція \dot{B} магнітного поля в речовині більша за індукцію \dot{B}_0 поза речовиною у вакуумі. На цьому засноване вимірювання відносності магнітної проникності. Таким чином, визначивши з формули (3.24) напруженість \dot{H} магнітного поля і вимірявши відносну магнітну проникність речовини за формулою (3.28), ми розриваємо замкнене коло і визначаємо індукцію \dot{B} магнітного поля у речовині.

Види магнетиків. Залежно від відносної магнітної проникності μ речовини розділяються на три групи:

- 1) $\mu = const < 1$ – діамагнетики;
- 2) $\mu = const > 1$ – парамагнетики;
- 3) $\mu = f(H); \mu_{max} \gg 1$ – феромагнетики.

Діамагнетики – це речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту ($\dot{p}_m = 0$). Під дією зовнішнього магнітного поля відбувається прецесія (обертання навколо вектора магнітної індукції \dot{B})

електронних орбіт, що призводить до виникнення індукційних \vec{p}_i магнітних моментів атомів, спрямованих проти зовнішнього поля \vec{B}_0 . В наслідок цього утворюється магнітне поле \vec{B}' всередині намагніченої речовини, яке направлено назустріч зовнішньому. У результаті поле в речовині

$$B = B_0 - B\zeta < B_0, \quad \mu < 1. \quad (3.29)$$

Парамагнетики. Якщо магнітний момент атомів \vec{p}_m відмінний від нуля, речовина називається парамагнетиком. Зовнішнє магнітне поле \vec{B}_0 намагається встановити магнітні моменти атомів уздовж \vec{B}_0 . Виникає позитивний магнітний момент речовини, значно більший за негативний індукційний. Результуючий магнітний момент речовини позитивний, тобто направлений уздовж зовнішнього поля \vec{B}_0 . У результаті поле в речовині

$$B = B_0 + B\zeta > B_0, \quad \mu > 1. \quad (3.30)$$

Феромагнетики – це речовини, які здатні

бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля (залізо, нікель, кобальт та ін.).

Намагніченість J феромагнетиків залежить від напруженості H магнітного поля у речовині (рис. 72). Із збільшенням напруженості H намагніченість J феромагнетика зростає, а потім стає незмінною. Наступає стан насичення феромагнетика. Внаслідок того,

що $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$, аналогічно поводить себе індукція магнітного поля у феромагнетика (рис. 73, а). При досягненні насичення $B = \mu_0 H + const$, де $const = \mu_0 J_{нас}$, і індукція слабо зростає із збільшенням напруженості.

Графік залежності $B = f(H)$ називається кривою намагнічування феромагнетика. Якщо на кривій намагнічування взяти точку і провести через неї пряму з початку координат, то тангенс кута нахилу цієї прямої

$$tg\beta = \frac{B}{H} = \mu\mu_0, \quad (3.31)$$

де β – кут між віссю H і проведеною з початку координат до точки на графіку функції $B(H)$ хорди (рис. 73, а). Тобто відносна магнітна проникність феромагнетика змінюється при зміні H (рис. 73, б).

Максимальне значення μ досягається у точці, де хорда перетворюється на дотичну при русі точки по кривій намагнічування.

Крім нелінійної залежності J від H у феромагнетиках спостерігається явище гістерезису. При циклічних перемагнічуваннях феромагнетика,

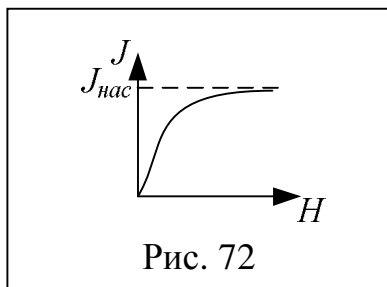


Рис. 72

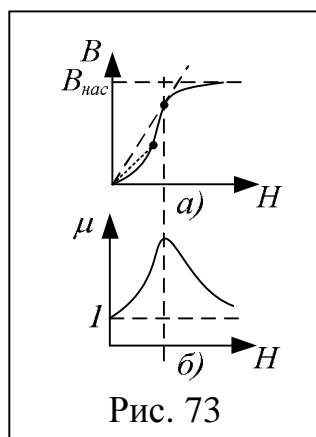


Рис. 73

залежність B від H має форму петлі (рис. 74). За один цикл перемагнічування точка $B=(H)$ обходить один раз петлю проти годинникової стрілки.

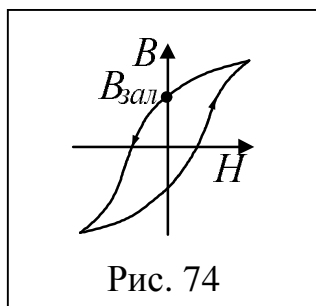


Рис. 74

При $H = 0$ (ферромагнетик вилучено з магнітного поля) ферромагнетик має залишкову індукцію $B_{зал}$, що робить можливим утворення постійних магнітів. Природа ферромагнетизму полягає в його доменній структурі. При певних умовах в кристалі виникають сили, що примушують магнітні моменти електронів вишикуватися паралельно один одному. У результаті виникають області спонтанного намагнічування.

Розміри доменів $\sim 10^{-4} \div 10^{-3}$ см.

При вилученні ферромагнетиків з магнітного поля часткова орієнтація доменів зберігається, в результаті чого й спостерігається залишкова індукція.

При нагріванні ферромагнетиків при певній для кожного ферромагнетика температурі внаслідок теплового руху домени руйнуються і ферромагнетик перетворюється на парамагнетик. Температура, при якій відбувається це явище називається точкою Кюрі (T_C). Для заліза $T_C = 768^\circ\text{C}$, для нікелю $T_C = 365^\circ\text{C}$.

Приклади розв'язання задач

Задача 3.5. На сталюму намагніченому тороїді, середній діаметр якого $d = 0,3$ м площа поперечного перерізу $S = 1,6 \cdot 10^{-4}$ м², намотана обмотка, що містить $N = 800$ витків. Коли по обмотці пустили струм силою $I = 1,8$ А чутливий гальванометр з опором $R = 0,8$ Ом зафіксував відхилення, що відповідає проходженню заряду $q = 0,24$ мКл. Визначити напруженість поля H , магнітну індукцію B всередині кільця, намагніченість кільця J та магнітну проникність сталі μ .

Дано:

$d = 0,3$ м
 $S = 1,6 \cdot 10^{-4}$ м²
 $N = 800$
 $I = 1,8$ А
 $R = 0,8$ Ом
 $q = 0,24$ мКл

H – ?
 B – ?
 J – ?
 μ – ?

Розв'язання:

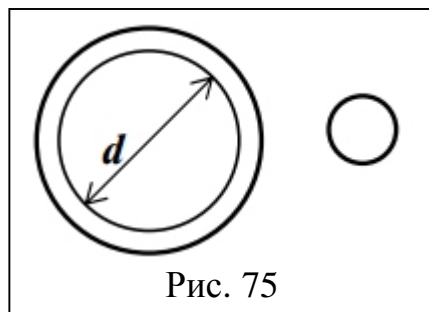


Рис. 75

Напруженість поля всередині тороїда залежить лише від струму в обмотці:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{pd}$$

Як видно з формули, напруженість залежить від діаметра. Але, враховуючи

значення $d \cdot S$, можна вважати величину H (як і B) сталою для всього кільця.

Для обчислення індукції B скористаємось зв'язком її з магнітним потоком всередині тороїда: $\Phi = BS$.

При включенні струму магнітний потік в тороїді зріс від нуля до Φ , що привело до появи індукційного струму в колі гальванометра. Заряд, який пройшов за час зміни потоку визначимо виходячи із закону електромагнітної індукції Фарадея-Максвелла:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}, \text{ звідки } IR = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \text{ отже}$$

$$q = - \frac{\Delta\Phi}{R}; \text{ опускаючи знак " - " маємо:}$$

$$\Delta\Phi = \Phi = qR$$

а отже:

$$B = \frac{qR}{S}$$

Знаючи величини H та B легко визначити J та μ :

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{qR}{\mu_0 S} - \frac{NI}{pd}$$

$$m = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{qR}{\mu_0 S} - \frac{qRpd}{\mu_0 SNI}$$

Відповідь: $H = 1,5 \cdot 10^3 \text{ А/м}; B = 1,2 \text{ Тл}; J = 1,0 \cdot 10^6 \text{ А/м}; \mu = 6 \cdot 10^2$

Задача 3.6. При вимиканні струму в обмотці тороїда, описаного в попередній задачі, через гальванометр пройшов заряд $q' = 80 \text{ мкКл}$. Визначити залишкову намагніченість J' сталюого кільця та залишкові напруженість H' і індукцію B' магнітного поля всередині кільця після зникнення струму в обмотці.

Дано: $q' = 80 \text{ мкКл}$	Розв'язання: Скористаємось розв'язком попередньої задачі.
$H' - ?$	Якщо струму в обмотці не буде $I = 0$, то
$B' - ?$	і напруженість поля всередині тороїда залежить лише від
$J' - ?$	струму в обмотці:
	$H' = \frac{NI}{pd} = 0$

Заряд, що пройшов через гальванометр

$$q' = \frac{\Phi - \Phi'}{R} = \frac{BS - B'S}{R}$$

де Φ і Φ' - магнітні потоки в кільці до і після зникнення струму відповідно.

Звідки:

$$B - B' = \frac{q'R}{S}$$

$$B' = \frac{(q - q')R}{S}$$

$$J' = \frac{B'}{m_0} = \frac{(q - q')R}{m_0 S}$$

$$B' = 0,8 \text{ Тл}; J' = 6 \cdot 10^5 \text{ А/м}$$

Відповідь: $B' = 0,8 \text{ Тл}; J' = 6 \cdot 10^5 \text{ А/м}$

3.4. Електромагнітна індукція

Закон електромагнітної індукції. Явище електромагнітної індукції полягає в тому, що в будь-якому замкненому контурі при зміні магнітного потоку через контур виникає електричний струм, який називається індукційним струмом (рис. 76).

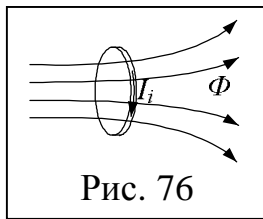


Рис. 76

Величина індукційного струму, а отже і ЕРС індукції не залежать від способу, за яким утворюється зміна магнітного потоку, і визначається лише швидкістю його зміни.

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.32)$$

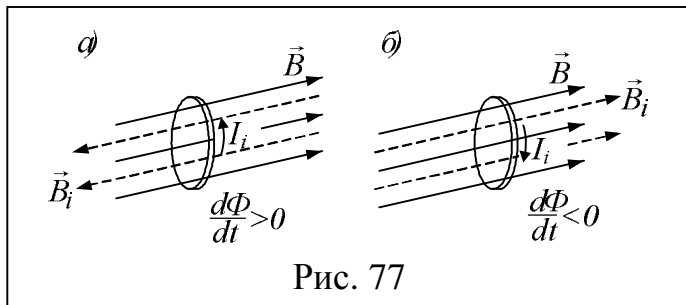


Рис. 77

Формула (3.32) має назву закону електромагнітної індукції.

Правило Ленца.

Напрямок індукційного струму визначається за правилом Ленца: *індукційний струм завжди направлений так, що своїм магнітним полем протидіє зміні магнітного потоку, який його породив* (рис. 77).

На рис. 78 лінії магнітної індукції індукційного струму зображені пунктиром. При збільшенні магнітного потоку через контур вони направлені назустріч лініям магнітної індукції зовнішнього поля, при зменшенні магнітного потоку – у той ж бік. Нагадаємо, що напрямок індукційного струму пов'язаний з напрямком ліній його магнітної індукції правилом правого гвинта (свердлика). Якщо контур складається з N витків, що з'єднані послідовно, то ЕРС індукції дорівнює:

$$E_i = \frac{d\Psi}{dt}, \quad (3.33)$$

де $\psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$ – повний магнітний потік через контур, який дорівнює сумі магнітних потоків через усі витки контуру. Якщо всі витки однакові, то $\psi = N\Phi$, де Φ – магнітний потік через один виток.

Індукційні струми, що збуджуються у масивних суцільних провідниках, змінними магнітними полями називаються вихровими. Якщо опір масивних провідників малий, то вихрові струми можуть досягати значних величин. Для зменшення вихрових струмів осердя трансформаторів, генераторів набирають з тонких електроізолюваних пластин.

Індуктивність. Магнітний потік, що утворюється контуром, пропорційний силі струму, який тече в контурі,

$$\psi = L I. \quad (3.34)$$

Коефіцієнт пропорціональності L називається індуктивністю контуру. Індуктивність характеризує здатність контуру утворювати магнітний потік. Індуктивність контуру залежить від форми, розмірів контуру і магнітних властивостей середовища, що оточує контур.

Одиниця вимірювання індуктивності 1 Генрі (Гн) – це індуктивність контуру, який при силі струму у 1 Ампер утворює магнітний потік у 1 Вебер (Вб).

Індуктивність соленоїда визначається за формулою

$$L = \mu \mu_0 n^2 V, \quad (3.35)$$

де $n = N/l$ – кількість витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда, V – об'єм соленоїда.

Самоіндукція. Електричний струм, що тече в контурі, утворює магнітний потік ψ , який пронизує цей контур. При зміні струму буде змінюватися і магнітний потік ψ , отже, в контурі буде виникати ЕРС індукції. Це явище називається самоіндукцією. ЕРС самоіндукції за відсутності феромагнетиків визначається за формулою

$$E_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (3.36)$$

Напрямок струму самоіндукції, як і індукційного струму, визначається за правилом Ленца. При збільшенні струму в контурі струм самоіндукції направлений йому назустріч, а при зменшенні – у той ж бік.

Струм при замиканні й розмиканні кола з індуктивністю. Внаслідок самоіндукції встановлення струму при замиканні кола і зменшення при розмикання, протікає не миттєво а поступово.

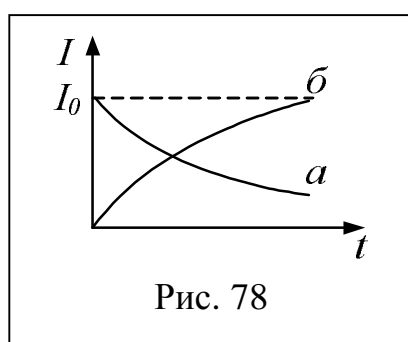


Рис. 78

При розмиканні кола з індуктивністю, струм зменшується за експоненціальним законом

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (3.37)$$

(рис. 44, крива *a*), а при замиканні контуру – збільшується за експоненціальним законом $I = I_0(1 - e^{-(R/L)t})$ (рис. 78, крива *b*), де $I_0 = E/R$, E – ЕРС контуру, R – електричний опір контуру.

Енергія магнітного поля. Магнітне поле як форма матерії є носієм енергії. Енергія магнітного поля контуру зі струмом визначається формулою

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.38)$$

Густина енергії $w = W/V$, тобто енергія в одиниці об'єму магнітного поля, визначається формулою

$$w_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}, \quad (3.40)$$

тобто пропорційна квадрату напруженості магнітного поля, і залежить від магнітної проникності μ .

Приклади розв'язання задач

Задача 3.7. Скільки витків має котушка індуктивністю $0,003 \text{ Гн}$, якщо при зміні струму на 3 А магнітний потік всередині котушки дорівнює $6 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}$?

Дано:

$$L = 0,003 \text{ Гн}$$

$$\Delta I = 3 \text{ А}$$

$$\Delta \Phi = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}$$

$$n = ?$$

Розв'язання:

$$\text{ЕРС індукції: } e_i = -n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

У котушці відбувається зміна струму, тому в ній виникає ЕРС самоіндукції:

$$e_c = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Прирівнявши $e_i = e_c$, маємо

$$-n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{L \Delta I}{\Delta \Phi}.$$

Підставивши числові значення, дістанемо: $n = \frac{0,003 \cdot 3}{6 \cdot 10^{-6}} = 1500$ (витків).

Відповідь: 1500 витків.

Задача 3.8. На стрижень із немагнітного матеріалу довжиною $l = 50$ см намотаний в один шар провід так, що на кожен сантиметр довжини стрижня припадає 20 витків. Визначити енергію W магнітного поля всередині соленоїда, якщо сила струму I в обмотці дорівнює $0,5 \text{ А}$. Площа перетину стрижня дорівнює $S = 2$ см

Дано:

$$l = 50 \text{ см}$$

$$N = 20$$

$$I = 0,5 \text{ Тл}$$

$$S = 2 \text{ см}^2$$

$W = ?$

Розв'язання:

Енергія магнітного поля соленоїда з індуктивністю L , обмоткою якого проходить струм I , виражається формулою

$$W = \frac{LI^2}{2} \quad (1)$$

Індуктивність соленоїда у випадку немагнітного сердечника залежить тільки від кількості витків на одиницю довжини і від об'єму V сердечника:

Підставивши вираз індуктивності L у формулу

$$q = \frac{LI_0}{R}$$

Одержимо

$$W = \frac{1}{2} m_0 n^2 V I^2$$

Урахувавши, що $V = lS$, запишемо

$$W = \frac{1}{2} m_0 n^2 I^2 S l \quad (2)$$

Для обчислення всі задані величини виразимо в системі СІ і підставимо у формулу (2):

$$W = \frac{1}{2} \cdot 12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 2000^2 \cdot 0,5^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 = 1,28 \cdot 10^{-8} \text{ Дж}$$

Відповідь: $W = 128 \cdot \text{мкДж}$

Тести

1. Виберіть форму матерії, через яку передаються магнітні взаємодії:

- 1) електричне поле;
- 2) магнітне поле;
- 3) елекромагнітне поле.

2. Вкажіть, чим створюється магнітне поле:

- 1) магнітним потоком;
- 2) нерухомими електричними зарядами;
- 3) рухомими електричними зарядами;
- 4) металами.

3. Вкажіть величину, що є силовою характеристикою магнітного поля:

- 1) електрорушійна сила;
- 2) магнітна індукція;
- 3) магнітний потік;

4) сила Ампера.

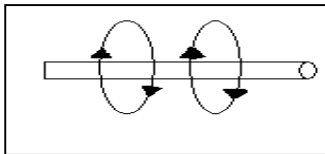
4. Вкажіть одиницю магнітної індукції в СІ:

- 1) Вольт;
- 2) Вебер;
- 3) Кулон;
- 4) Тесла.

5. Закінчіть речення: «Лінії магнітної індукції відрізняються від ліній напруженості електростатичного поля тим, що вони...»

- 1) не мають напрямку;
- 2) перетинаються одна з одною;
- 3) замкнуті;
- 4) починаються на північному полюсі магніту, закінчуються на південному.

6. За напрямом магнітних ліній визначте напрям струму в провіднику:

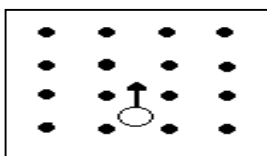


- 1) вліво;
- 2) вправо;
- 3) перпендикулярно до площини рисунка;
- 4) вгору.

7. Якщо магнітне поле однорідне, то вектор магнітної індукції у всіх точках поля...

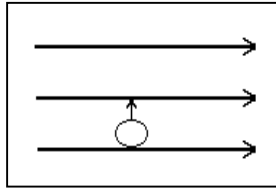
- 1) однаковий за величиною та напрямком;
- 2) однаковий за величиною;
- 3) однаковий за напрямком;
- 4) рівний нулю.

8. Вкажіть напрям сили Лоренса, яка діє на протон, що влетів у магнітне поле зі швидкістю \vec{v} :



- 1) вниз;
- 2) вгору;
- 3) вправо;
- 4) вліво.

9. Вкажіть напрям сили Лоренса, з якою магнітне поле діє на електрон, що влетів у поле зі швидкістю \vec{v} :



- 1) вниз;
- 2) виходить з площини рисунка;
- 3) вправо;
- 4) вліво.

10. Виберіть формулу для визначення енергії магнітного поля:

- 1) $W = L \cdot I^2$;
- 2) $W = L^2 \cdot I^2$;
- 3) $W = \frac{LI^2}{2}$;
- 4) $W = \frac{L^2 I}{2}$.

11. Вкажіть, чим обумовлене існування магнітного поля постійних магнітів:

- 1) протіканням струму від північного полюса магніту до південного;
- 2) протіканням струму від південного полюса магніту до північного;
- 3) протіканням струму від північного полюса до південного і навпаки;
- 4) хаотичним рухом вільних електронів

12. За якою формулою визначається магнітна індукція?

- 1) $\vec{B} = \frac{M_{\min}}{P_m} \cdot \vec{n}_{\text{нерівн}}$;
- 2) $\frac{\mathbf{r}}{B} = \frac{M_{\max}}{P_m} \cdot \mathbf{n}_{\text{рівнов}}$;
- 3) $\vec{B} = \frac{M_{\min}^2}{P_m} \cdot \vec{n}_{\text{рівнов}}$;
- 4) $\vec{B} = \frac{M_{\max}^2}{P_m} \cdot \vec{n}_{\text{нерівн}}$

13. Сформулюйте принцип суперпозиції для магнітного поля.

- 1) індукція системи струмів дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, утворених кожним із струмів окремо;

2) індукція системи струмів дорівнює алгебраїчній сумі індукцій магнітних полів, утворених кожним із струмів окремо;

3) індукція системи струмів дорівнює векторному добутку індукцій магнітних полів, утворених кожним із струмів окремо;

4) індукція системи струмів дорівнює алгебраїчному добутку індукцій магнітних полів, утворених кожним із струмів окремо

14. Виберіть правильні твердження:

1) діамагнетики-речовини, які в магнітному полі створюють власне магнітне поле, яке послаблює зовнішнє поле;

2) магнітна стрілка не відхилятиметься, якщо її розмістити поблизу пучка електронів, що рухаються від катода до анода;

3) феромагнетики з вузькою петлею гістерезису називають магнітом'якими;

4) вода належить до парамагнетиків.

15. Циркуляція вектора магнітної індукції – це...

1) інтеграл по площадці обмеженій контуром L ;

2) подвійний інтеграл по площадці обмеженій контуром L ;

3) інтеграл по замкненому контуру L ;

4) подвійний інтеграл по замкненому контуру L .

16. Сила Ампера – це...

1) сила, що діє на елемент струму у магнітному полі;

2) сила, що діє на елемент струму у електричному полі;

3) сила, що діє на рухому заряджену частинку у електричному полі;

4) сила, що діє на рухому заряджену частинку у магнітному полі.

17. Сила Лоренца – це...

1) сила, що діє на елемент струму у магнітному полі;

2) сила, що діє на елемент струму у електричному полі;

3) сила, що діє на рухому заряджену частинку у електричному полі;

4) сила, що діє на рухому заряджену частинку у магнітному полі.

18. При переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі сила Ампера, що діє на провідник зі струмом...

1) виконує роботу;

2) не виконує роботу;

3) змінює напрям швидкості;

4) не виконує роботу та не змінює напрям швидкості.

19. Які функції виконує сила Лоренца у магнітному полі?

1) виконує роботу;

2) не виконує роботу;

- 3) змінює напрямок вектора швидкості;
- 4) змінює чисельне значення швидкості.

20. Магнетиком є...

- 1) будь-яка речовина, яка здатна під дією електричного поля набувати магнітний момент;
- 2) будь-яка речовина, яка не здатна під дією магнітного поля набувати магнітний момент;
- 3) будь-яка речовина, яка здатна під дією магнітного поля набувати магнітний момент.

21. Під впливом зовнішнього магнітного поля магнітні моменти молекул...

- 1) перебувають у хаотичному русі;
- 2) перебувають у стані спокою;
- 3) набувають впорядковану орієнтацію вздовж зовнішнього магнітного поля;
- 4) набувають орієнтацію перпендикулярно до зовнішнього магнітного поля.

22. Що показує відносна магнітна проникність?

- 1) у скільки разів індукція у рідині більша за індукцію магнітного поля в речовині;
- 2) у скільки разів індукція магнітного поля в речовині більша за індукцію поза речовиною у вакуумі;
- 3) у скільки разів індукція у газі більша за індукцію магнітного поля в речовині;
- 4) у скільки разів індукція електричного поля в речовині більша за індукцію поза речовиною у вакуумі.

23. На які групи поділяються магнетики?

- 1) діамагнетики і парамагнетики;
- 2) парамагнетики і феромагнетики;
- 3) діамагнетики і феромагнетики;
- 4) діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики.

24. Діамагнетики – це...

- 1) речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту;
- 2) речовини, у яких магнітний момент атомів відмінний від нуля;
- 3) речовини, які здатні бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля;
- 4) речовини, які здатні бути намагніченими при наявності електричного і магнітного полів.

25. Парамагнетики – це...

- 1) речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту;

2) речовини, у яких магнітний момент атомів відмінний від нуля;

3) речовини, які здатні бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля;

4) речовини, які здатні бути намагніченими при наявності електричного і магнітного полів.

26. Феромагнетики – це...

1) речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту;

2) речовини, у яких магнітний момент атомів відмінний від нуля;

3) речовини, які здатні бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля;

4) речовини, які здатні бути намагніченими при наявності електричного і магнітного полів.

27. Точка Кюрі - це температура, при якій...

1) феромагнетик перетворюється на діамагнетик;

2) діамагнетик перетворюється на феромагнетик;

3) феромагнетик перетворюється на парамагнетик;

4) парамагнетик перетворюється на феромагнетик.

28. В чому полягає явище електромагнітної індукції?

1) в тому, що в будь-якому замкненому контурі при зміні магнітного потоку через контур виникає електричний струм;

2) у виникненні індукційного струму;

3) в тому, що в будь-якому замкненому контурі при незмінному магнітному потоку через контур виникає електричний струм;

4) в тому, що в будь-якому контурі при незмінному магнітному потоку через контур виникає електричний струм.

29. За яким правилом визначається напрямок індукційного струму?

1. правилом лівої руки;

2. правилом правої руки;

3. правилом свердлика;

2) правилом Ленца.

30. Від чого залежить індуктивність контуру?

1) від форми контуру;

2) від розмірів контуру;

3) від електричних властивостей середовища, що оточує контур;

4) від магнітних властивостей середовища, що оточує контур.

31. Що характеризує індуктивність?

- 1) здатність контуру породжувати магнітний потік;
 - 2) здатність контуру породжувати магнітну індукцію;
 - 3) здатність контуру породжувати індукційні струми;
 - 4) здатність контуру породжувати вихрові струми.
32. Що буде спостерігатися при зміні струму в контурі?
- 1) буде змінюватися магнітна індукція отже, буде виникати ЕРС індукції;
 - 2) буде змінюватися магнітний потік отже, буде зникати ЕРС індукції;
 - 3) буде змінюватися магнітний потік отже, буде виникати ЕРС індукції;
 - 4) явище самоіндукції.
33. Індукційний струм завжди направлений так, що...
- 1) своїм магнітним полем сприяє зміні магнітного потоку, який його породив;
 - 2) своїм магнітним полем протидіє зміні магнітного потоку, який його породив;
 - 3) своїм магнітним полем сприяє зміні магнітної індукції, яка його породила;
 - 4) своїм магнітним полем протидіє зміні магнітної індукції, яка його породила.
34. За яким із експоненціальних законів змінюється струм при розмиканні кола з індуктивністю?
- 1) зменшується за законом $I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$;
 - 2) збільшується за законом $I = I_0 e^{\frac{R}{L}t}$;
 - 3) зменшується за законом $I = I_0 (1 - e^{-(R/L)t})$;
 - 4) збільшується за законом $I = I_0 (1 - e^{-(R/L)t})$.
35. За яким із експоненціальних законів змінюється струм при замиканні контуру з індуктивністю?
- 1) зменшується за законом $I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$;
 - 2) збільшується за законом $I = I_0 e^{\frac{R}{L}t}$;
 - 3) зменшується за законом $I = I_0 (1 - e^{-(R/L)t})$;
 - 4) збільшується за законом $I = I_0 (1 - e^{-(R/L)t})$.

Відповіді

1. магнітне поле
2. рухомими електричними зарядами
3. магнітний потік
4. Тесла
5. замкнуті;
6. вправо;
7. однаковий за величиною та напрямком;
8. вправо;
9. виходить з площини рисунка;
10. $W = \frac{LI^2}{2}$;
11. протіканням струму від північного полюса до південного і навпаки;
12. $\frac{\mathbf{r}}{B} = \frac{M_{max}}{\rho_m} \cdot n_{рівнов}$;
13. індукція системи струмів дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, утворених кожним із струмів окремо;
14. діамагнетики-речовини, які в магнітному полі створюють власне магнітне поле, яке послаблює зовнішнє поле; феромагнетики з вузькою петлею гістерезису називають магнітом'якими;
15. інтеграл по замкненому контуру L ;
16. сила, що діє на елемент струму у магнітному полі;
17. сила, що діє на рухому заряджену частинку у магнітному полі
18. виконує роботу;
19. не виконує роботу;
20. будь-яка речовина, яка здатна під дією магнітного поля набувати магнітний момент.
змінює напрямок вектора швидкості;
21. набувають впорядковану орієнтацію вздовж зовнішнього магнітного поля;
22. у скільки разів індукція магнітного поля в речовині більша за індукцію поза речовиною у вакуумі;
23. діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики.
24. речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту;
25. речовини, у яких магнітний момент атомів відмінний від нуля;
26. речовини, які здатні бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля;
27. феромагнетик перетворюється на парамагнетик;
28. в тому, що в будь-якому замкненому контурі при зміні магнітного потоку через контур виникає електричний струм; у виникненні індукційного струму;

29. правилом Ленца.
30. від форми контуру;
від розмірів контуру;
від магнітних властивостей середовища, що оточує контур.
31. здатність контуру породжувати магнітний потік;
32. буде змінюватися магнітний потік отже, буде виникати ЕРС індукції;
явище самоіндукції.
33. своїм магнітним полем протидіє зміні магнітного потоку, який його породив;
34. зменшується за законом $I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$;
35. збільшується за законом $I = I_0 (1 - e^{-(R/L)t})$.

4. ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

4.1. Основні характеристики змінного струму

Під змінним струмом розуміють струм, що виникає в колі, в якому ЕРС (напруга) залежить від часу. Часто ця залежність виражається синусоїдальною функцією

$$U = U_0 \sin \omega t = U_0 \sin 2\pi vt \quad (4.1)$$

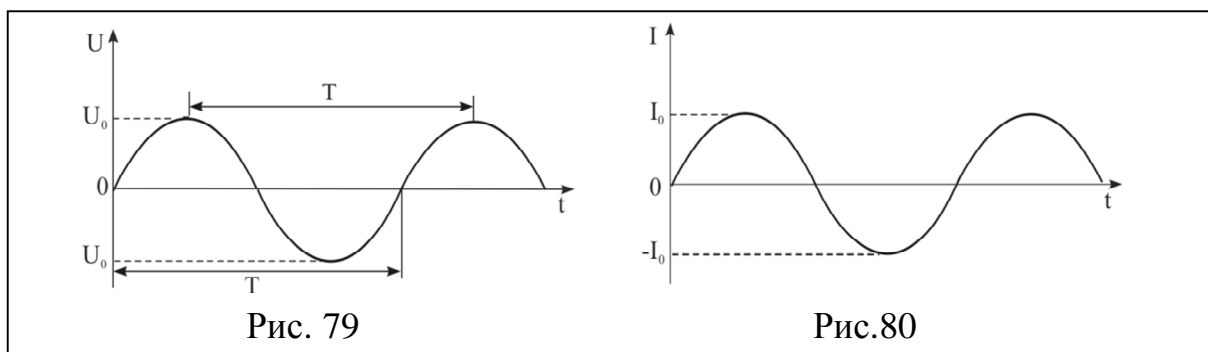
Напруга U періодично змінюється між $+U_0$ і $-U_0$ (рис. 79). Величину U_0 називають амплітудним (амплітудою) або **максимальним значенням напруги**. Частоту ω називають коловою (циклічною) частотою, яка з лінійною частотою ν (числом коливань за секунду) та періодом T зв'язана співвідношенням:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (4.2)$$

Якщо до опору R прикладена змінна напруга U , то згідно закону Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \sin 2\pi vt = I_0 \sin 2\pi vt \quad (4.3)$$

Тут $I = \frac{U_0}{R}$ називають амплітудним (максимальним) значенням **сили струму**. Із рис. 80 видно, що в першу половину періоду змінний струм тече в одному напрямку, а в другу половину періоду – в протилежному напрямку. Із цього зрозуміло, що при синусоїдальному змінному струмі значення напруги і сили струму за період дорівнюють нулю і не можуть служити їх характеристиками. Однак середнє значення квадрата сили струму $\langle I^2 \rangle$ за період не дорівнює нулю. Тому для характеристики змінного струму користуються поняттям **діючого** або **ефективного** значення сили змінного струму: **діючим значенням змінного струму називають силу такого постійного струму, який за час, рівного одному періоду змінного струму, виділяє стільки ж тепла, скільки останній за той же час.**

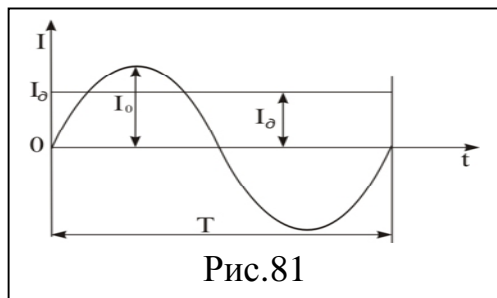


Доведено, що діюче значення синусоїдального струму I_0 в $\sqrt{2}$ рази менше амплітудного значення струму I_0 , тобто

$$I_{\partial} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707I_0 \quad (4.4)$$

Оскільки напруга і ЕРС також змінюються синусоїдально, то їх ефективні (діючі) значення дорівнюють

$$\left. \begin{aligned} U_{\partial} &= \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0,707U_0 \\ \varepsilon_{\partial} &= \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} = 0,707\varepsilon_0 \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$



На рис. 81 зображено діюче значення змінного синусоїдального струму I_{∂} , яке має сталу величину за весь період. Звичайний змінний струм, який використовується в побуті, має напругу $U = 220$ В. Це є ефективне (діюче) значення напруги. Щоб знайти його амплітудне значення U_0 , потрібно U_{∂} помножити на $\sqrt{2}$ ($U_0 = 310$ В).

Потужність, яка виділяється на опорі R , дорівнює

$$P = I_{\partial}^2 R = \frac{I_0^2 R}{2} \quad (4.6)$$

або

$$P = \frac{U_{\partial}^2}{R} = \frac{U_0^2}{2R} = \frac{1}{2} I_0 U_0 \quad (4.7)$$

Зауважимо, що шкали вимірювальних приладів змінного струму (амперметри і вольтметри) проградуєвані саме в діючих (ефективних) значеннях.

Приклади розв'язання задач

Задача 4.1. Яке максимальне значення (амплітуда) змінного струму, який призводить до виділення потужності $P = 60$ Вт на лампі розжарювання, яка має опір $R = 100$ Ом.

Дано:

$$P = 60 \text{ Вт}$$

$$R = 100 \text{ Ом}$$

$$I_0 = ?$$

Розв'язання:

Потужність, яка виділяється на опорі R , дорівнює

$$P = \frac{I_0^2 R}{2}$$

З цієї формули виразимо амплітудне значення змінного струму:

$$I_0 = \sqrt{\frac{2P}{R}} = \sqrt{\frac{2(60 \text{ Вт})}{100 \text{ Ом}}} = 1,10 \text{ А.}$$

Відповідь: $I_0 = 1,10$ А

Задача 4.2. Написати рівняння, що виражають залежність напруги й сили струму від часу для електроплитки опором 50 Ом, ввімкненої в мережу змінного струму, що має частоту 50 Гц і напругу 220В

Дано:
 $R = 50 \text{ Ом}$
 $n = 50 \text{ Гц}$
 $U = 220 \text{ В}$

$u(t) - ?$
 $i(t) - ?$

Розв'язання:

Знайдемо циклічну частоту за формулою

$$\omega = 2\pi n$$

Амплітуда напруга дорівнює

$$U_m = U\sqrt{2}$$

Таким чином, залежність напруги від часу визначається виразом:

$$u(t) = U_m \cos \omega t = U\sqrt{2} \cos 2\pi n t$$

За законом Ома знаходимо амплітуду сили струму:

$$I_m = \frac{U_m}{R} = \frac{U\sqrt{2}}{R}$$

Залежність сили струму від часу виражається так:

$$i(t) = \frac{U\sqrt{2}}{R} \cos 2\pi n t$$

Отже

$$u(t) = 220 \cdot \sqrt{2} \cos 2\pi \cdot 50t = 311 \cos 100\pi t$$

$$i(t) = \frac{220 \cdot \sqrt{2}}{50} \cos 100\pi t = 6,2 \cos 100\pi t$$

Відповідь: $u(t) = 311 \cos 100\pi t$, $i(t) = 6,2 \cos 100\pi t$

4.2. Отримання синусоїдального змінного струму

В основі методу отримання синусоїдального змінного струму лежить явище електромагнітної індукції. Найпростіша модель генератора змінного струму наведена на рис. 82. Генератор складається із двох нерухомих полюсів N і S магнітів, які створюють між ними однорідне магнітне поле з індукцією \vec{B} .

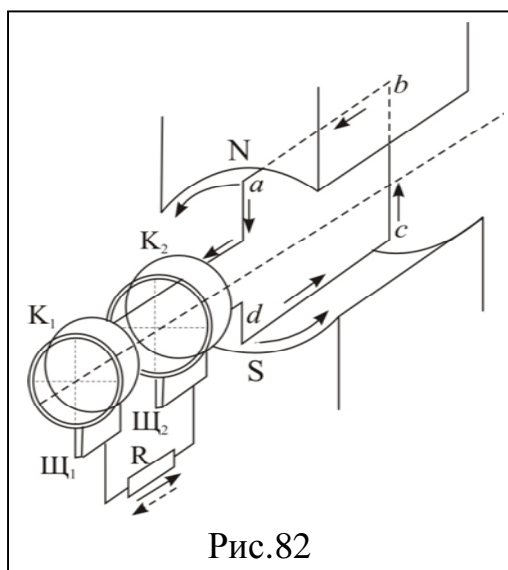


Рис.82

Між полюсами міститься циліндричний ротор, на поверхні якого в спеціальній паз укладено в діаметральній площині дротяний виток (контур) $abcd$, кінці якого приєднані до двох кілець K_1 і K_2 , закріплених на валі ротора. Ротор, а разом з ним і виток з кільцями, приводиться в обертальний рух з постійною кутовою швидкістю окремим двигуном. На кільця накладено нерухомі щітки ψ_1 і ψ_2 , до яких приєднується

зовнішнє коло зі споживачем електричного струму R . Під час обертання контуру (витка) магнітний потік, який його пронизує, періодично змінюється згідно:

$$\Phi = BS \cos \phi = BS \cos \omega t \quad (4.8)$$

де S – площа, обмежена контуром, B – індукція магнітного поля, $f = \omega t$ – кут повороту контура ($f = 0$ при $B \perp S$), внаслідок чого в контурі виникає періодично змінна ЕРС індукції, яка згідно з законом електромагнітної індукції дорівнює:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t \quad (4.9)$$

Максимальне (амплітудне) значення ЕРС індукції отримується при $\phi = \omega t = \pi / 2$ (коли площа, охоплена контуром, перпендикулярна лініям індукції поля) і дорівнює $\varepsilon_m = \varepsilon_0 = BS\omega$, тому

$$\varepsilon_i = \varepsilon_m \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin 2\pi \nu t \quad (4.10)$$

Якщо контур замкнути на зовнішнє коло, то в колі потече синусоїдальний змінний струм

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\varepsilon_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t \quad (4.11)$$

або

$$I = I_0 \sin \omega t = I_0 \sin 2\pi \nu t \quad (4.12)$$

де $I_m = I_0 = \frac{\varepsilon_m}{R}$ – максимальне (амплітудне) значення струму, R – опір контуру і зовнішньої частини кола.

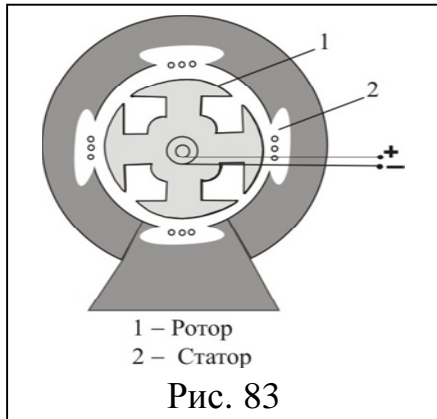
Розглянутий принцип отримання ЕРС лежить в основі будови більшості генераторів змінного струму. В реальному генераторі обертається не один контур, а N – контурів, які являють собою котушку із провідника, намотаного на залізне осердя, що обертається в магнітному полі. Ця частина генератора, як уже відмічалось, називається **ротором** або **якорем**. Збуджені в кожному із N витків ЕРС додаються. Збуджена у такому генераторі ЕРС дорівнює

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t \quad (4.13)$$

Частина генератора, яка створює магнітне поле, в якому обертається ротор, називається **статором**. Статор є нерухомою частиною генератора.

В сучасних генераторах змінного струму ротор і статор міняють місцями. В циліндричній порожнині статора, виготовленого із спеціальної електротехнічної сталі, обертається постійний магніт (у малопотужних генераторах) або електромагніт (у потужних). Обмотка, в якій збуджується ЕРС індукції, вкладається у вигляді послідовно з'єднаних рамок у спеціальні пази статора. Магнітна система генератора конструюється так, щоб під час обертання електромагніту індукція \dot{B} магнітного поля змінювалась за законом $B = B_m \cos f$, де $f = \omega t$ – кут, утворений вектором

\dot{B} з площиною рамки. Тоді в рамці збуджується ЕРС індукції, $e_i = wB_m \sin wt$. На рис. 83 показано схематично магнітну систему сучасного генератора змінного струму.



Доцільність роботи обертовим електромагніт, а не робочу обмотку генератора, пояснюється тим, що конструктивно не можна зняти струм великої потужності з якоря, що обертається. Невеликий струм до рухомого електромагніту підводиться за допомогою ковзаючих контактів (колектор). Обмотку статора, в якій індукується потужний струм, за допомогою нерухомих контактів (шин)

з'єднують з лінією електропередач.

Приклади розв'язання задач

Задача 4.3. Рамка площею 400 см^2 має 75 витків. Вона обертається в однорідному магнітному полі з індукцією 15 мТл. У початковий момент площина рамки перпендикулярна до ліній магнітної індукції поля. Яка ЕРС індукції через 10 мс після цього? Амплітудне значення ЕРС дорівнює 3,6 В.

Дано:
 $S = 4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$
 $N = 75$
 $B = 15 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$
 $t = 10^{-2} \text{ с}$
 $e_{\text{max}} = 3,6 \text{ В}$
 $\varepsilon - ?$

Розв'язання:
 Рамка обертається в однорідному полі за гармонійним законом
 $j(t) = \cos wt$
 Тоді магнітний потік крізь рамку з урахуванням цього обертання розрахується як:
 $\Phi = BSN \cos wt$

За законом електромагнітної індукції у рамці індукується ЕРС індукції:

$$e = -\frac{dj}{dt} = BSNw \sin wt = e_{\text{max}} \sin wt$$

$$e_{\text{max}} = BSNw$$

$$w = \frac{e_{\text{max}}}{BSN}$$

$$e = e_{\text{max}} \sin \frac{e_{\text{max}}}{BSN} t$$

$$e = 3,6 \sin \frac{3,6 \cdot 10^{-2}}{15 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 75} = 2,58(\text{В})$$

Відповідь: $\varepsilon = 2,58 \text{ В}$

Задача 4.4 Рамка площею 200 см^2 обертається з частотою 8 Гц у магнітному полі з індукцією $0,4 \text{ Тл}$. Написати рівняння $\Phi = \Phi(t)$ і $e = e(t)$, якщо при $t = 0$ нормаль до площини рамки перпендикулярна до ліній індукції поля. Знайти амплітуду ЕРС індукції.

Дано:

$$S = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

$$n = 8 \text{ Гц}$$

$$B = 0,4 \text{ Тл}$$

$$\Phi(t = 0) = 0$$

$$\Phi(t) = ?$$

$$e(t) = ?$$

Розв'язання:

Для визначення магнітного потоку використаємо формулу

$$\Phi = BS \sin \omega t$$

де $\omega = 2\pi n$

ЕРС індукції в рамці дорівнює швидкості зміни потоку магнітної індукції взятій зі знаком мінус:

$$e = -\Phi' = BS\omega \sin \omega t$$

$$\Phi = 0,4 \cdot 0,02 \sin(2\pi \cdot 8t) = 8 \cdot 10^{-3} \sin 16\pi t$$

$$e = (8 \cdot 10^{-3} \sin 16\pi t)' = 0,4 \cos 16\pi t$$

Амплітуда ЕРС індукції дорівнює:

$$E_m = 0,4 \text{ В}$$

Відповідь: $\Phi = 8 \cdot 10^{-3} \sin 16\pi t$, $e = 0,4 \cos 16\pi t$, $E_m = 0,4 \text{ В}$

4.3. Закон Ома для кіл змінного струму з активним опором, ємністю та індуктивністю

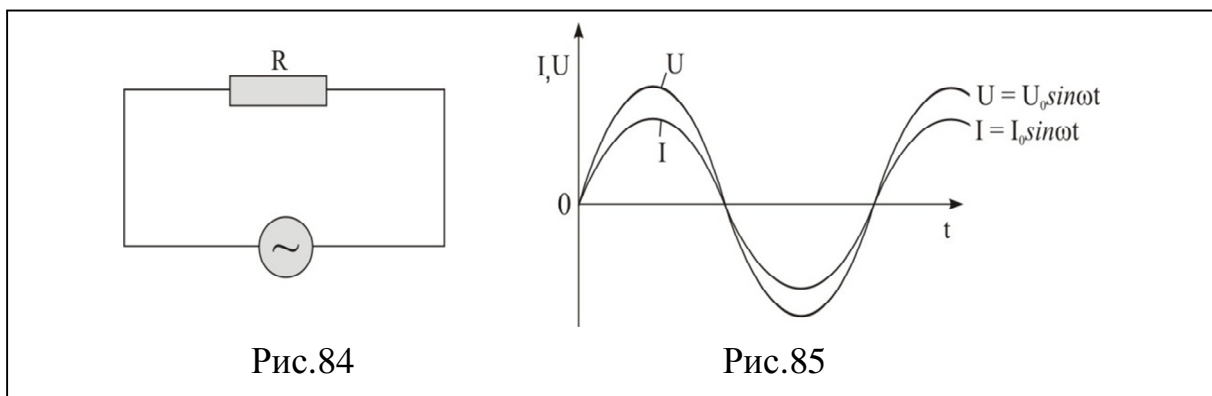
Опір в колі змінного струму. Якщо до джерела змінної ЕРС під'єднати тільки опір R (рис. 84), який у колі змінного струму називається **активним опором**, то згідно закону Ома

$$I = \frac{U}{R} = \frac{e}{R} = \frac{e_0}{R} \sin \omega t, \quad (4.14)$$

де U – напруга на опорі в даний момент часу (причому $U = e$), e_0 – амплітудне значення ЕРС. Амплітудне значення сили струму

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{e_0}{R}. \quad (4.15)$$

Електрична енергія на опорі переходить в теплову. Теплова



потужність дорівнює

$$\langle P \rangle = \frac{U_{\partial}^2}{R} = I_{\partial}^2 R \quad (4.16)$$

Таким чином, потужність у колі з активним опором вимірюється через діючі значення. Струм і напруга на опорі співпадають за фазою (рис. 85). Насамкінець, зауважимо, що при вмиканні в коло змінного струму активного опору, закон Ома залишається справедливим як для миттєвих (4.14) та амплітудних (4.15), так і для діючих значень $I_{\partial} = U_{\partial} / R$.

Ємність у колі змінного струму. Якщо у коло постійного струму послідовно увімкнути конденсатор C , то його обкладинки швидко набудуть однакового за величиною і протилежного за знаком заряду (конденсатор зарядиться), і струм у колі припиниться. Постійний струм через конденсатор не тече. Коли ж конденсатор увімкнути у коло змінного струму (рис. 86), то в колі весь час проходить струм. Це відбувається

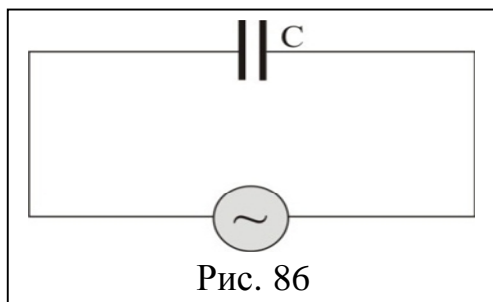


Рис. 86

завдяки тому, що при вмиканні напруги змінного струму відбувається накопичення заряду на конденсаторі: одна обкладинка заряджається додатньо, а інша – від'ємно. Однак не встигає конденсатор повністю зарядитися, як полярність напруги змінюється, і заряди починають рухатися в протилежному напрямку. Тому змінний

струм в колі тече до тих пір, поки до конденсатора прикладена змінна напруга.

Розглянемо цей процес детальніше. Згідно другого правила Кірхгофа ЕРС джерела в будь-який момент дорівнює напрузі на обкладинках конденсатора:

$$U = \frac{Q}{C} = e_0 \sin wt. \quad (4.17)$$

Враховуючи, що $I = \frac{dQ}{dt}$, та виразивши попередньо із формули (4.17)

$Q = e_0 C \sin wt$, отримаємо:

$$I = \frac{dQ}{dt} = e_0 C w \cos wt, \quad (4.18)$$

або

$$I = I_0 \sin(wt + 90^\circ), \quad (4.19)$$

де

$$I_0 = e_0 C w \quad (4.20)$$

є амплітудне значення сили струму. При переході від формули (4.16) до формули (4.19) використана тригонометрична тотожність

$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90^\circ)$. На рис. 87 наведено графіки сили струму I і напруги U на конденсаторі, із яких видно (як і із формули (4.19)), що сила струму і напруга не співпадають за фазою: сила струму випереджає напругу на 90° . Це означає, що сила струму досягає максимального значення на чверть періоду раніше, ніж напруга.

Причину цього розходження можна зрозуміти із наступних міркувань. В точці a на рис. 87, коли напруга тільки починає зростати, заряд на обкладинках конденсатора рівний нулю, тому заряд безперешкодно

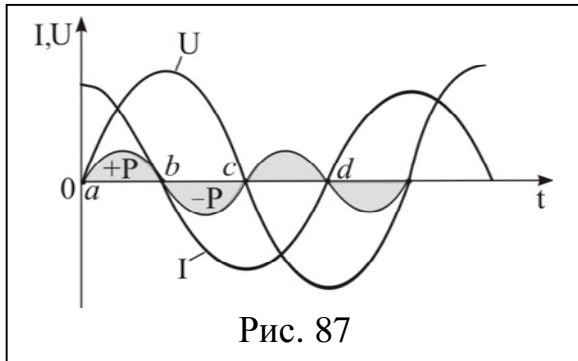


Рис. 87

тече до обкладинок і сила струму велика (максимальна). Коли напруга наближається до максимального значення, заряд, що нагромадився на обкладинках конденсатора, перешкоджає дальшому надходженню заряду і сила струму зменшується до нуля (точка b). Далі, коли напруга U зменшується, заряд,

що нагромадився на обкладинках конденсатора, починає відходити з них, і сила струму зростає, але вже в протилежному напрямку, і, коли напруга $U = 0$, сила струму досягає максимального значення (точка c). Таким чином, струм змінюється у відповідності (4.19), випереджаючи напругу на 90° .

Внаслідок того, що напруга і сила струму відрізняються за фазою на 90° споживана потужність від джерела в середньому дорівнює нулю і не відбувається перетворення енергії в тепло. Дійсно, аналізуючи криву потужності (рис. 87), можна помітити, що протягом першої чверті періоду – від точки a до точки b – вона додатна – конденсатор заряджається. Протягом другої чверті періоду – від точки b до точки c – потужність від’ємна – конденсатор розряджається і вона точно компенсує додатний вклад першої частини періоду. Аналогічні міркування можна поширити і на другу частину періоду. Таким чином, середня потужність за один повний цикл дорівнює нулю. Легко можна дійти висновку, що енергія джерела переходить в енергію електричного поля конденсатора, де вона і акумулюється, а потім поле зменшується – енергія знову повертається до джерела. Втрат енергії в цьому процесі не відбувається.

Враховуючи (4.20), можна записати співвідношення, еквівалентне закону Ома, яке зв’язує максимальні значення струму і напруги на конденсаторі:

$$U_0 = I_0 X_c = \frac{I_0}{\omega C}. \quad (4.21)$$

Величину $X_C = 1 / \omega C$ називають **реактивним ємнісним опором**. Вимірюється X_C в омах. Формула (4.21) справедлива і для діючих значень:

$$U_\phi = \frac{I_\phi}{\omega C}. \quad (4.22)$$

Таким чином, конденсатор в колі змінного струму утруднює протікання заряду, оскільки на його обкладинках накопичується заряд.

Зауважимо, насамкінець, що чим більша частота, тим менший реактивний ємнісний опір X_C . Активний опір R в колі змінного струму від частоти змінного струму не залежить.

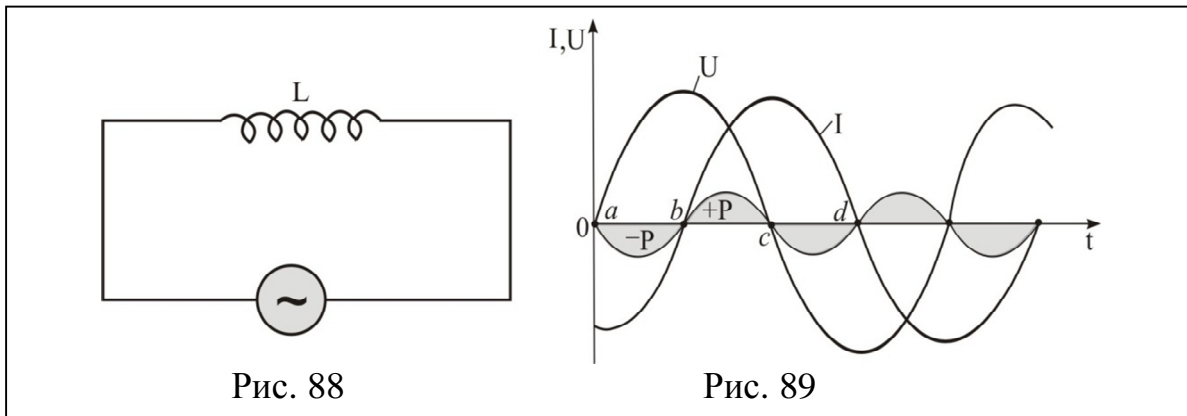


Рис. 88

Рис. 89

Індуктивність в колі змінного струму. Нехай в коло змінного струму увімкнено котушку з індуктивністю L (рис. 88). Ємністю та активним опором знехтуємо. Оскільки через котушку проходить змінний струм, то навколо її витків утвориться змінне магнітне поле, яке буде збуджувати ЕРС самоіндукції, яка за величиною дорівнює ЕРС джерела, але протилежна до неї. Тоді для розглядуваного кола маємо:

$$e - L \frac{dI}{dt} = 0, \quad (4.23)$$

де e – ЕРС джерела, $e_{ci} = -LdI / dt$ – ЕРС самоіндукції, або

$$L \frac{dI}{dt} = e_0 \sin \omega t, \quad (4.24)$$

Звідки і, проінтегрувавши останній вираз, маємо:

$$I = -\frac{e_0}{\omega L} \cos \omega t. \quad (4.25)$$

Враховуючи, що $\cos \omega t = -\sin(\omega t - 90^\circ)$, останній вираз набуде вигляду:

$$I = I_0 \sin(\omega t - 90^\circ), \quad (4.26)$$

де

$$I_0 = \frac{e_0}{L\omega}. \quad (4.27)$$

Із графіків сили струму I і напруги U видно, що сила струму відстає від напруги на 90° . Це є причиною того, що середнє значення потужності за один повний період, як і у випадку ємності в колі змінного струму, дорівнює нулю (рис. 89). Неважко зрозуміти, що енергія джерела переходить в енергію магнітного поля котушки. Далі магнітне поле зменшується і енергія знову повертається до джерела. Додатні площі потужності (рис. 89) відповідають моменту часу, коли котушка споживає енергію, яка зосереджується в ній у вигляді магнітного поля. Від'ємні площі відповідають поверненню цієї енергії джерелу (в мережу).

Як і у випадку кола з ємністю, можна записати співвідношення між максимальними значеннями сили струму I_0 і напруги U_0 на котушці:

$$U_0 = I_0 X_L = \omega L I_0 \quad (4.28)$$

де $X_L = \omega L$ називають **реактивним індуктивним опором**. Як видно із (4.28), реактивний індуктивний опір прямо пропорційний частоті змінного струму.

Реактивний індуктивний опір також вимірюється в омах. Формула справедлива і для діючих значень напруги і струму

$$U_\partial = \omega L I_\partial, \quad (4.29)$$

однак вона не виконується для миттєвих значень струму і напруги, оскільки вони не співпадають за фазою.

Коло змінного струму з активним опором, ємністю і індуктивністю. Припустимо, що коло складається із послідовно з'єднаних

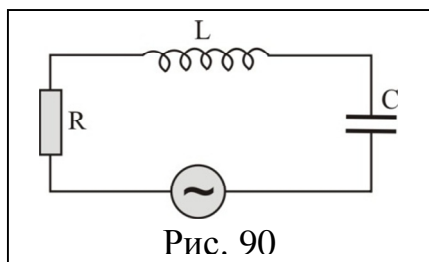


Рис. 90

резистора з опором R , котушки з індуктивністю L і конденсатора з ємністю C (рис. 90). Якщо коло під'єднати до джерела змінного струму, то в колі потече струм. Закон Ома для цього кола запишеться так:

$$I_\partial = \frac{U_\partial}{Z}, \quad (4.30)$$

де I_∂ і U_∂ – відповідно діючі значення сили струму і напруги.

Величину Z називають **повним опором** або **імпедансом кола**. Імпеданс кола зв'язаний з активним і реактивними опорами кола наступним чином:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (4.31)$$

Подібний вигляд виразу, який визначає імпеданс, обумовлений тим, що напруга і струм в індукційній котушці і конденсаторі зв'язані між собою таким же простим відношенням, як напруга і струм на резисторі.

Таким чином, діюче значення струму в RCL – колі дорівнює

$$I_\partial = \frac{U_\partial}{Z} = \frac{U_\partial}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (4.32)$$

Із (4.32) видно, що сила струму в RCL – колі залежить від частоти напруги, що живить коло. Очевидно, що сила струму в колі буде максимальною при частоті, яка задовольняє умові

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0, \quad (4.33)$$

звідки

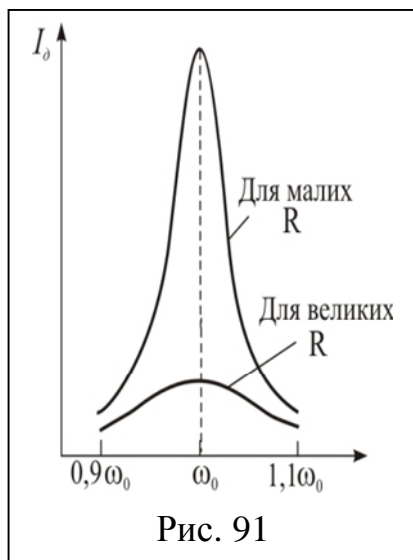
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (4.34)$$

Якщо $\omega = \omega_0$, в колі спостерігатиметься **резонанс**. За цієї умови $X_C = X_L$, тому імпеданс відповідає тільки активному опору. На рис. 91 показано залежність I_0 від частоти ω для двох різних значень R (значення U_0 , L і C фіксовані). Чим менше R , тим гостріший резонанс. Резонанс в електричному колі аналогічний механічному резонансу.

У двох попередніх випадках було показано, що струм і напруга не співпадають за фазою: у колі змінного струму з ємністю струм випереджає напругу на 90° ; у колі змінного струму з індуктивністю навпаки напруга випереджає струм на 90° . У RCL – колі струм і напруга також не співпадають за фазою. Зсув фаз визначається співвідношенням:

$$\cos f = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \quad (4.35)$$

де f – зсув фаз. Якщо $X_L > X_C$, то струм у колі відставатиме за фазою від напруги на кут f ; якщо $X_L < X_C$, то струм в колі випереджатиме напругу на кут f .



Насамкінець, визначимо потужність, що виділяється в колі. Вище ми вже з'ясували, що потужність виділяється тільки на активному опорі. Тому

$$\langle P \rangle = I_0^2 R. \quad (4.36)$$

Оскільки, згідно (4.36), $R = Z \cos f$, то

$$\langle P \rangle = I_0^2 Z \cos f = I_0 U_0 \cos f. \quad (4.37)$$

В (4.37) враховано формулу (4.30). Коефіцієнт $\cos f$ називається **коефіцієнтом потужності** кола. Для чисто активного опору $\cos f = 1$ і $\langle P \rangle = I_0 U_0$. Для чисто реактивного опору (ємнісного чи індуктивного) $\cos f = 0$ і потужність дорівнює нулю.

Задача 4.5. Визначити максимальне (амплітудне) і діюче значення сили струму в колі на рис. 76, якщо $C = 1,0$ мкФ і $U_d = 120$ В при: а) $\nu = 60$ Гц; б) $\nu = 6,0 \cdot 10^5$ Гц.

Дано:
 $C = 10^{-6} \text{ Ф}$
 $U = 120 \text{ В}$
 $n = 60 \text{ Гц}$
 $n = 6 \cdot 10^5 \text{ Гц}$

 $I_0 - ?$ $I_\delta - ?$

Розв'язання:

а) Згідно (4.5)

$$U_0 = \sqrt{2}U_\delta = \sqrt{2}120 \text{ В} = 170 \text{ В}.$$

Із (4.21) знайдемо, що

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi n C} = \frac{1}{2(3,14)(60 \text{ с}^{-1})(1,0 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})} = 2,7 \text{ кОм}.$$

Тоді

$$I_0 = \frac{U_0}{X_C} = \frac{170 \text{ В}}{2,7 \cdot 10^3 \text{ Ом}} = 63 \text{ мА},$$

$$I_\delta = \frac{U_\delta}{X_C} = \frac{120 \text{ В}}{2,7 \cdot 10^3 \text{ Ом}} = 44 \text{ мА}.$$

б) При $\nu = 6,0 \cdot 10^5 \text{ Гц}$ отримаємо $X_C = 0,27 \text{ Ом}$ і тоді $I_0 = 630 \text{ А}$, $I_\delta = 440 \text{ А}$. Як видно, реактивний опір істотно залежить від частоти.

Відповідь: $I_0 = 63 \text{ мА}$, $I_\delta = 44 \text{ мА}$

Задача 4.6. В коло послідовно включені активний опір $R = 25 \text{ Ом}$, котушка з індуктивністю $L = 30 \text{ мГн}$ і конденсатор ємністю $C = 12 \text{ мкФ}$. Коло під'єднане до джерела змінної напруги ($U_\delta = 90 \text{ В}$, $\nu = 500 \text{ Гц}$). Розрахувати: а) силу струму в колі; б) напругу на кожному із елементів кола; в) зсув фаз; г) потужність, що виділяється в колі.

Дано:
 $R = 25 \text{ Ом}$
 $L = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$
 $C = 12 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$
 $U = 90 \text{ В}$
 $n = 500 \text{ Гц}$

а) $I_\delta - ?$

Розв'язання:

а) Спочатку знайдемо окремо індуктивний і ємнісний опори при $n = 500 \text{ с}^{-1}$:

$$X_L = 2\pi n L = 2(3,14)(500 \text{ с}^{-1})(3 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}) = 94 \text{ Ом},$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi n C} = \frac{1}{2(3,14)(500 \text{ с}^{-1})(12 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})} = 26,5 \text{ Ом}.$$

б) $U - ?$
в) $f - ?$ г) $P - ?$

Повний імпеданс дорівнює

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(25 \text{ Ом})^2 + (94 \text{ Ом} - 26,5 \text{ Ом})^2} = 72 \text{ Ом}.$$

Згідно (4.32)

$$I_\delta = \frac{U_\delta}{Z} = \frac{90 \text{ В}}{72 \text{ Ом}} = 1,25 \text{ А}.$$

б) Діючі значення напруги на кожному із елементів кола дорівнюють

$$(U_R)_\delta = I_\delta R = (1,25 \text{ А})(25 \text{ Ом}) = 31,3 \text{ В},$$

$$(U_L)_\delta = I_\delta X_L = (1,25 \text{ А})(94 \text{ Ом}) = 117,5 \text{ В},$$

$$(U_C)_\delta = I_\delta X_C = (1,25 \text{ А})(26,5 \text{ Ом}) = 33,1 \text{ В}.$$

в) Згідно (4.34)

$$\cos f = \frac{R}{Z} = \frac{25 \text{ Ом}}{72 \text{ Ом}} = 0,35; \quad f = 69,7^\circ.$$

г) Потужність дорівнює

$$P = I_0 U_0 \cos f = (1,25 \text{ А})(90 \text{ В})(0,35) = 39,4 \text{ Вт}.$$

Відповідь: а) $I_0 = 1,25 \text{ А}$, б) $(U_R)_0 = 31,3 \text{ В}$, $(U_L)_0 = 117,5 \text{ В}$, $(U_C)_0 = 33,1 \text{ В}$, в) $f = 69,7^\circ$, г) $P = 39,4 \text{ Вт}$

4.4. Коливальний контур. Електромагнітні коливання

Змінні електричні і магнітні поля не можуть існувати окремо одне від одного, оскільки в просторі, де існує змінне магнітне поле, збуджується електричне поле і навпаки. Одночасні періодичні зміни пов'язаних між собою електричного і магнітного полів отримали назву **електромагнітних коливань**. Для отримання електромагнітних коливань потрібно мати коло, в якому енергія електричного поля могла б перетворюватися в енергію

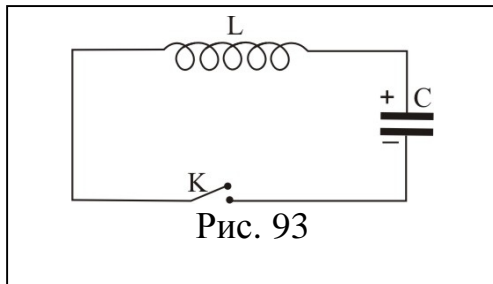


Рис. 93

магнітного поля і навпаки. Оскільки магнітне поле зосереджене переважно в котушках, а електричне в конденсаторах, то найпростіше коло для утворення електромагнітних коливань має складатися з конденсатора і котушки. Таке коло називають **коливальним контуром**. Активний опір провідників, із

яких виготовляють коливальний контур, повинен бути достатньо малим, інакше електромагнітні коливання швидко затухатимуть, або взагалі не виникнуть.

З'ясуємо механізм виникнення електромагнітних коливань. Нехай на початку конденсатор C (рис. 93) заряджений так, що на одній із його обкладинок міститься заряд $+Q_0$, а на другій – заряд $-Q_0$. В момент часу $t = 0$ ключ K замикає коло і конденсатор починає розряджатися. При відсутності в колі котушки індуктивності по провіднику, який сполучає обкладинки конденсатора, потік би струм, який продовжувався би доти, поки потенціали обкладинок не вирівняються. При наявності в колі котушки індуктивності процес проходить інакше. З початком розрядки конденсатора струм в котушці індуктивності буде зростати і в кожний момент часу різниця потенціалів на обкладинках конденсатора $U = C / Q$ (де Q – заряд конденсатора в даний момент) дорівнюватиме ЕРС самоіндукції $-L \cdot (dI / dt)$. Коли конденсатор повністю розрядиться ($Q = 0$), сила струму I в котушці досягне максимального значення і перестане змінюватися, тому $-L \cdot (dI / dt) = Q / C = 0$. Індукція магнітного поля котушки в цей момент також буде максимальною. Далі магнітне поле струму почне слабнути, внаслідок чого в котушці буде індукватися струм,

напрямок якого співпадатиме з напрямком струму розрядки конденсатора. Конденсатор перезаряджатиметься. Коли сила струму зменшиться до нуля, заряд конденсатора досягне максимального значення Q_0 , але обкладинка, яка раніше була заряджена позитивно, тепер буде заряджена негативно і навпаки. Потім конденсатор знову буде розряджатися, викликаючи появу струму і пов'язаного з ним магнітного поля. Так процес перетікання заряду з однієї обкладинки конденсатора на іншу через котушку індуктивності повторюватиметься знову і знову. Таким чином, в контурі виникнуть електромагнітні коливання. Цей процес пов'язаний не тільки з коливаннями величини заряду, але і з перекачуванням енергії із електричного поля, яке зосереджене в конденсаторі, в магнітне поле, яке зосереджене в котушці індуктивності і навпаки.

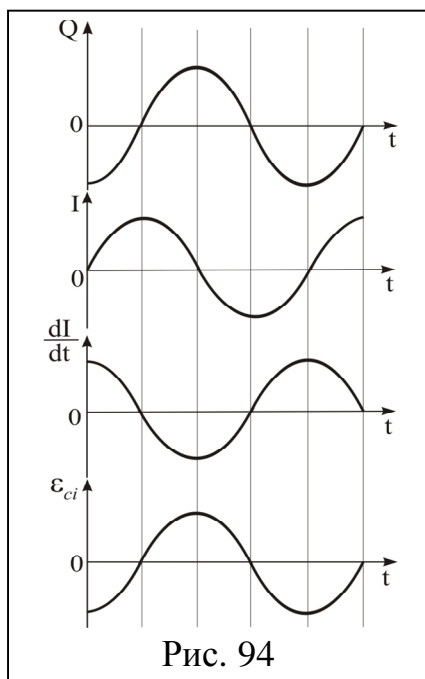


Рис. 94

На рис. 94 для порівняння наведені в залежності від часу графіки зміни заряду на конденсаторі, швидкості зміни сили струму, ЕРС самоіндукції котушки і сили струму в контурі.

Час, на протязі якого здійснюється одне повне коливання, називається періодом T електромагнітних коливань, а число повних коливань за одиницю часу – частотою коливань $\nu = 1 / T$.

Як засвідчує теорія, електромагнітні коливання в ідеальному контурі (при $R = 0$), тобто власні коливання, є **гармонічними**. Період власних коливань визначається із умови рівності реактивних опорів котушки і конденсатора:

$$X_L = X_C \quad \text{або} \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}. \quad (4.38)$$

Із (4.38) маємо

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.39)$$

Частоту ω_0 називають **власною частотою** коливального контуру. Оскільки $\omega_0 = 2\pi / T$, то, використовуючи формулу (4.34), отримаємо:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (4.40)$$

Формула (4.40) отримала назву **формули Томсона**. Із (4.40) легко отримується формула для лінійної частоти ν_0 власних коливань в контурі:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (4.41)$$

Тут ми скористались співвідношенням $T = 1 / \nu$.

Із (4.41) видно, що при достатньо малих L і C в контурі можна отримати коливання високої частоти, яка вимірюється мільйонами герц.

Задача 4.7. При вільних електромагнітних коливаннях у контурі максимальне значення сили струму 3 А, а період 6 мс. Визначити ємність конденсатора й амплітудне значення напруги на ньому, якщо індуктивність котушки дорівнює 0,2 Гн.

<i>Дано:</i> $I_{\max} = 3 \text{ А}$ $T = 6 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ $L = 0,2 \text{ Гн}$ <hr/> $C - ?$ $U_{\max} - ?$	<i>Розв'язання:</i> Запишемо формулу Томсона: $T = 2\pi\sqrt{LC}$ Визначимо $C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$
---	--

Із закону збереження енергії

$$\frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2}$$

визначаємо:

$$U_{\max} = I_{\max} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$C = \frac{36 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 9,86 \cdot 0,2} = 4,56 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}$$

$$U_{\max} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,2}{4,56 \cdot 10^{-6}}} = 628 \text{ (В)}$$

Відповідь: $C = 4,56 \cdot 10^{-6} \text{ (Ф)}$, $U_{\max} = 628 \text{ (В)}$

Задача 4.8. Вхідний контур радіоприймача складається з котушки індуктивністю 2 мГн і плоского слюдяного конденсатора з площею пластин 10 см^2 та відстанню між пластинами 2 мм. На яку довжину хвилі настроєно радіоприймач?

<i>Дано:</i> $S = 10^{-3} \text{ м}^2$ $L = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ $d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ $\epsilon = 7$ <hr/> $\lambda - ?$	<i>Розв'язання:</i> Довжину хвилі знайдемо за формулою $\lambda = cT$ Період визначимо за формулою Томсона: $T = 2\pi\sqrt{LC}$ $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$
---	--

В результаті підстановки отримаємо

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{\frac{L\epsilon_0 \epsilon S}{d}}$$

$$I = 6,28 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}} \approx 469 \text{ (м)}$$

Відповідь: $I \approx 469 \text{ (м)}$

4.5. Спеціальне рівняння власних електричних коливань

Спробуємо математично описати коливання в коливальному контурі. Для цього запишемо друге правило Кірхгофа для процесу розрядки: різниця потенціалів на конденсаторі в будь-який момент часу дорівнює падінню напруги на котушці, яка дорівнює ЕРС самоіндукції:

$$\frac{Q}{C} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (4.42)$$

де Q – заряд конденсатора в даний момент часу, а I – сила струму в котушці в той же момент.

Оскільки $I = \frac{dQ}{dt}$, а $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$, то рівняння (4.42) набуде вигляду:

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0. \quad (4.43)$$

Рівняння такого вигляду описують гармонічні коливання фізичної величини, в даному випадку електричного заряду. Це рівняння називають **диференціальним рівнянням власних електричних коливань**. Розв'язком цього рівняння є функція

$$Q = Q_0 \cos(\omega_0 t + f), \quad (4.44)$$

де Q_0 – амплітуда коливань заряду конденсатора з циклічною частотою ω_0 . Аргумент косинуса називають **фазою електричних коливань**, а кут f – **початковою фазою**. Фаза коливань визначає **стан** коливального процесу, тобто, значення заряду конденсатора в коливальному контурі в кожний даний момент часу.

Сила струму в коливальному контурі теж здійснює гармонічні коливання:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -Q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + f) = -I_0 \sin(\omega_0 t + f), \quad (4.45)$$

де $I_0 = Q_0 \omega_0$ – амплітуда сили струму.

Напруга на конденсаторі

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega_0 t + f) = U_0 \cos(\omega_0 t + f), \quad (4.46)$$

де $U_0 = Q_0 / C$ – амплітуда напруги.

Із формул (4.44) – (4.46) видно, що коливання сили струму I випереджають за фазою коливання заряду Q і напруги U на $\pi/2$ (рис. 94)

Далі розглянемо коливання в контурі з енергетичної точки зору. Енергія електричного поля конденсатора в довільний момент часу дорівнює:

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + f). \quad (4.47)$$

В цей же момент часу енергія магнітного поля котушки

$$W_B = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{L\omega_0^2 Q_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + f) = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + f). \quad (4.48)$$

Повна енергія в будь-який момент часу дорівнює

$$W = W_E + W_B = \frac{Q_0^2}{2C} [\cos^2(\omega_0 t + f) + \sin^2(\omega_0 t + f)] = \frac{Q_0^2}{2C}. \quad (4.49)$$

Значить, повна енергія залишається сталою, тобто енергія зберігається.

Задача 4.9. Конденсатор ємністю $C = 1200$ пФ заряджений від батареї до напруги $U = 500$ В. В момент часу $t = 0$ його від'єднали від батареї і з'єднали з котушкою з індуктивністю $L = 75$ мГн. Визначити: а) початковий заряд Q_0 конденсатора; б) максимальну силу струму I_0 в контурі; в) частоту ν і період T коливань; г) повну енергію коливань.

Дано:

$$C = 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$U = 500 \text{ В}$$

$$t = 0$$

$$L = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

а) $Q_0 - ?$

б) $I_0 - ?$

в) $\nu - ? T - ?$

г) $W - ?$

Розв'язання:

$$\text{а) } Q_0 = CU = (1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})(500 \text{ В}) = 6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл},$$

б) Із (4.45)

$$I_0 = Q_0 \omega = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} = \frac{6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}}{\sqrt{(0,075 \text{ Гн})(1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})}} = 63 \text{ мА};$$

$$\text{в) } \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2(3,14)\sqrt{(0,075 \text{ Гн})(1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})}} = 17 \text{ кГц};$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 5,88 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

г) Згідно (4.48)

$$W = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{(6,0 \cdot 10^{-7} \text{ Кл})^2}{2(1,2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф})} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Відповідь: $W = 1,5 \cdot 10^{-4}$ Дж

Задача 4.10. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф, котушки індуктивністю $L = 2 \cdot 10^{-3}$ Гн та активним опором $R = 10$ Ом. Знайти відношення енергії магнітного поля до енергії електричного поля конденсатора в момент максимуму струму

Дано:

$$C = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$L = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$\frac{W_m}{W_{el}} = ?$$

Розв'язання:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}$$

$$W_{el} = \frac{CU^2}{2}$$

$$i = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

Оскільки потрібно знайти відношення енергій полів при максимумі струму, то

$$i_m = \frac{U}{R}$$

$$\frac{W_m}{W_{el}} = \frac{L(U/R)^2}{CU} = \frac{L}{CR^2}$$

$$\frac{W_m}{W_{el}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2} = 5$$

Відповідь: $\frac{W_m}{W_{el}} = 5$

4.6. Згасаючі електромагнітні коливання

Коливальний контур, описаний в попередньому параграфі, ідеалізований, оскільки ми вважали, що його активний опір $R = 0$. Однак, будь-який реальний контур завжди володіє активним опором R . Розглянемо коливальний контур, в якому крім конденсатора C і котушки індуктивності L є активний опір R (рис. 95). Нехай конденсатору надано

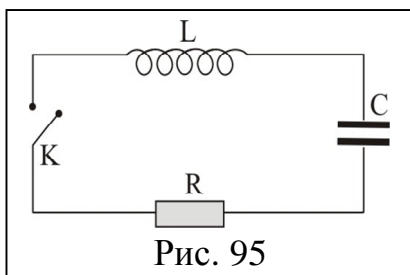


Рис. 95

початковий заряд Q_0 і в момент часу $t = 0$ замикаємо коло. Оскільки контур містить активний опір, то при розрядці конденсатора частина його енергії буде перетворюватися в теплоту і коливання вже очевидно не будуть незатухаючими, як в LC – контурі за умови, що $R = 0$. Застосовуючи друге правило Кірхгофа до цього кола, отримуємо:

$$L \frac{dI}{dt} + IR + U = 0, \quad (4.50)$$

де LdI/dt – ЕРС самоіндукції, IR – падіння напруги на опорі R , U – різниця потенціалів на обкладинках конденсатора. Враховуючи, що $U = Q/C$, $I = dQ/dt$, $dI/dt = d^2Q/dt^2$, формулу (4.50) перепишемо так:

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0. \quad (4.51)$$

Розв'язком цього рівняння є функція

$$Q = Q_0 e^{-bt} \cos(\omega t + f), \quad (4.52)$$

де $b = R/2L$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$.

Цей розв'язок представляє собою згасаюче коливання (рис. 96).

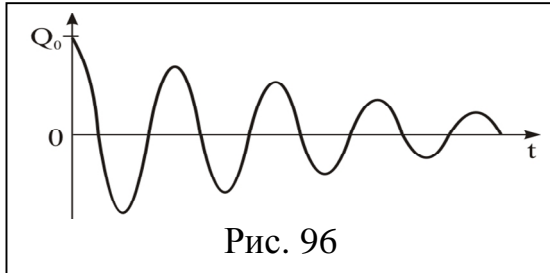


Рис. 96

Величина $Q_0 e^{-bt}$ виражає амплітуду згасаючого коливання з часом за експоненціальним законом; чим більше β , тим швидше зменшується амплітуда. Оскільки $b = R/2L$, то згасання коливань відбувається тим швидше, чим більший опір R і чим менша

індуктивність. Період коливань

$$T = \frac{2p}{\omega} = \frac{2p}{\sqrt{\omega_0^2 - b^2}}. \quad (4.53)$$

Підставляючи сюди замість ω_0 і β їх значення, отримаємо:

$$T = \frac{2p}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \quad (4.54)$$

Якщо R в порівнянні з L мале, то коливання в контурі будуть згасати дуже повільно, при цьому в формулі (4.54) в знаменнику величиною $(R/2L)^2$ можна знехтувати, і тоді вона перетвориться в формулу (4.40):

$$T = 2p\sqrt{LC}. \quad (4.55)$$

Порівнюючи формули (4.54) і (4.55), бачимо, що наявність активного опору в контурі призводить до збільшення періоду коливань T .

Сила струму і різниця потенціалів на обкладинках конденсатора також здійснюють згасаючі коливання:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -Q_0 e^{-bt} [b \cos(\omega t + f) + \omega \sin(\omega t + f)], \quad (4.56)$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C} e^{-bt} \cos(\omega t + f). \quad (4.57)$$

При відсутності згасання ($\beta = 0$)

$$I = -Q_0 \omega \sin(\omega t + f), \quad (4.58)$$

$$U = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega t + f). \quad (4.59)$$

Ці формули співпадають з формулами (4.54) і (4.55).

Задача 4.11. Конденсатор ємністю 10 мкФ зарядили до напруги $U_1 = 400$ В і приєднали до котушки. Після цього в контурі виникли згасаючі коливання. Яка кількість теплоти виділиться в коливальному контурі за час, протягом якого амплітуда напруги зменшиться вдвічі?

Дано:

$$C = 10^{-5} \text{ Ф}$$

$$U_1 = 400 \text{ В}$$

$$U_2 = 200 \text{ В}$$

$$Q = ?$$

Розв'язання:

Оскільки виникають згасаючі коливання в коливальному контурі завдяки перетворенню енергії електричного поля у внутрішню (нагрівання провідника), то із закону збереження випливає:

$$W_1 = Q + W_2;$$

$$\frac{CU_1^2}{2} = Q + \frac{CU_2^2}{2}$$

$$Q = \frac{C}{2}(U_1^2 - U_2^2)$$

$$Q = \frac{10^{-5}}{2}(400^2 - 200^2) = 0,6 \text{ (Дж)}$$

Відповідь: $Q = 0,6$ Дж

Задача 4.12. У деякий момент часу заряд конденсатора коливального контуру дорівнює 30 мКл, а сила струму в котушці 4 А. За час Δt заряд збільшився до 50 мКл, а сила струму зменшилася до нуля. Знайдіть найменше можливе значення Δt , вважаючи коливання незгасаючим.

Дано:

$$q_1 = 10^{-3} \text{ Кл}$$

$$I = 4 \text{ А}$$

$$q_2 = q_{\max} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Кл}$$

$$I_2 = 0$$

$$\Delta t_{\min} = ?$$

Розв'язання:

Якщо $t=0$, $q = 0$ і $I = I_{\max}$

Якщо $t=t_1$:

$$q_1 = q_2 \sin \frac{2p}{T} t_1; \quad \frac{q_1}{q_2} = \sin \frac{2p}{T} t_1$$

$$0,6 = \sin \frac{2p}{T} t_1;$$

$$\arcsin 0,6 = 37^\circ = 0,2p$$

$$0,2p = 2p \frac{t_1}{T}$$

$$t_1 = 0,1T$$

$$t_2 = 0,25T$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0,15T \quad (1)$$

Для знаходження виразу періоду скористаємося енергетичними перетвореннями в коливальному контурі.

Для моменту $t=t_1$

$$W = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{LI_1^2}{2}$$

Для моменту t_2 :

$$W = \frac{q_2^2}{2C}$$

$$\frac{q_1^2}{2C} + \frac{LI_1^2}{2} = \frac{q_2^2}{2C}$$

Звідси

$$LC = \frac{q_2^2 - q_1^2}{I_1^2}$$

$$\text{а } \sqrt{LC} = \frac{\sqrt{q_2^2 - q_1^2}}{I_1}$$

Тоді

$$T = \frac{2p \sqrt{q_2^2 - q_1^2}}{I_1} \quad (2)$$

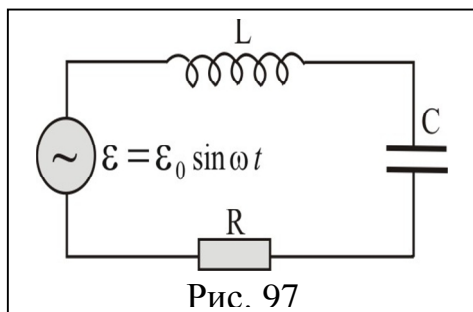
Підставивши (2) в (1), отримаємо

$$\Delta t = \frac{0,15 \cdot 2p}{I_1} \sqrt{q_2^2 - q_1^2}$$

$$\Delta t_{\min} = 0,09 \cdot 10^{-3} \text{ (с)}$$

Відповідь: $\Delta t_{\min} = 0,09 \cdot 10^{-3}$ (с)

4.7. Вимушені електромагнітні коливання. Електричний резонанс



Щоб отримати незатухаючі електричні коливання, необхідно в коливальний контур включити джерело зовнішньої синусоїдальної ЕРС $e = e_0 \sin \omega t$ (рис. 97). Під дією цієї ЕРС в контурі встановлюються вимушені коливання з частотою ω цього джерела, тобто в контурі буде циркулювати струм

$$I = I_0 \sin(\omega t + f). \quad (4.60)$$

Згідно з формулою (4.32), амплітуда цього струму дорівнює:

$$I_0 = \frac{e_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}. \quad (4.61)$$

Якщо зараз змінювати частоту зовнішнього джерела, то амплітуда вимушених коливань буде змінюватися і, коли частота вимушених коливань ω наблизиться до власної частоти коливального контуру ω_0 , наступить **електричний резонанс**. За умови, що $\omega = \omega_0$ реактивні опори конденсатора X_C і котушки X_L взаємно компенсуються ($L\omega - 1/C\omega = 0$), і струм в контурі різко зростає (рис. 98, резонансна крива 1). Значення струму при цьому обмежується тільки активним опором R контуру, який,

як правило, є малим. При цьому відповідно зростають падіння напруг на реактивних опорах відповідно конденсатора $U_C = IX_C$ і котушки індуктивності $U_L = IX_L$. При резонансі амплітуди цих напруг можуть значно перевищувати амплітуду e_0 ЕРС. Власну частоту ω_0 коливального контуру, яка визначається формулою (4.39), називають часто **резонансною частотою**.

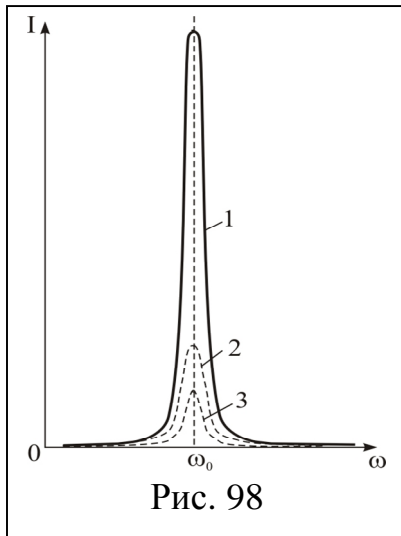


Рис. 98

При збільшенні активного опору контуру резонансні криві менш гострі (рис. 98, криві 2 і 3). Таким чином, чим менший активний опір коливального контуру, тим гостріший резонанс. Це дозволяє, у випадку складного характеру вимушеної ЕРС, “настроювати” такий контур на окремі гармонічні складові ЕРС.

Коливальні контури відіграють важливу роль в багатьох електронних пристроях. Наприклад, в радіо- і телеприймачах за їх допомоги настроюються на потрібну частоту, виділяючи із великої множини радіохвиль передачу потрібної радіо- або телестанції.

Задача 4.13. В момент часу $t = 0$ замикається ключ коливального контуру, зображеного на рис. 84 ($L = 40$ мГн, $R = 3,0$ Ом, $C = 4,8$ мкФ). Визначити: а) частоту коливань в контурі; б) час, на протязі якого амплітуда коливань заряду зменшиться наполовину; в) значення R , при якому коливання в контурі не виникатимуть.

<p><i>Дано:</i> $t = 0$ $L = 4 \cdot 10^{-2}$ Гн $R = 3$ Ом $C = 4,8 \cdot 10^{-6}$ Ф</p>	<p><i>Розв'язання:</i> а) Частоту виразимо з формули (4.54), маючи на увазі, що $T = 1/\nu$:</p> $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{2(3,14)} \sqrt{\frac{1}{(4,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн})(4,8 \cdot 10^{-6} \text{ Ф})} - \frac{(3,0 \text{ Ом})^2}{4(4,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн})^2}} = 363 \text{ Гц}$ <p>б) Амплітуда зменшиться в два рази за умови</p> $e^{-\frac{Rt}{2L}} = \frac{1}{2}.$
---	--

(див. формулу (4.52)).

Логарифмуючи останній вираз, отримаємо:

$$t = \frac{2L}{R} \ln 2 = \frac{2(4 \cdot 10^{-2} \text{ Гн})}{3,0 \text{ Ом}} 0,693 = 1,85 \cdot 10^{-2} \text{ с} = 18,5 \text{ мс}.$$

Відповідь: а) $\nu = 363$ Гц, б) $t = 18,5$ мс.

Задача 4.14. В момент часу $t = 0$ замикається ключ коливального контуру, який складається з котушки індуктивністю $L = 40$ мГн та конденсатора ємністю $C = 4,8$ мкФ. Визначити значення R , при якому колювання в контурі не виникатимуть.

Дано:

$$t = 0$$

$$L = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}$$

$$R = 3 \text{ Ом}$$

$$C = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$R - ?$$

Розв'язання:

У випадку, коли колювання в контурі не виникатимуть (із-за великого значення R), можна покласти, що період колювання $T = \infty$, а це означає, що

$$\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 0$$

(див. формулу (23.17)), звідки

$$R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\sqrt{\frac{4,0 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}}{4,8 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}}} = 182,6 \text{ Ом.}$$

Відповідь: $R = 182,6$ Ом.

Тестові завдання

1. Змінний електричний струм – це...

- а) струм, сила і напрям якого змінюється з часом;
- б) струм, сила або напрям якого змінюється з часом;
- в) струм, сила якого змінюється з часом;
- г) струм, напрям якого змінюється з часом.

2. Яким поняттям користуються для характеристики змінного струму

- значенням напруги за період
- значенням сили струму за період
- діючим значенням сили струму
- амплітудним значенням сили струму

3. Що таке ефективне значення сили змінного струму?

- а) діюче значення змінного струму;
- б) сила такого постійного струму, який за час, рівний одному періоду змінного струму, виділяє в два рази більше тепла, ніж останній за той же час;
- в) сила такого постійного струму, який за час, рівний одному періоду змінного струму, виділяє в два рази менше тепла, ніж останній за той же час;
- г) значення такого сталого струму, який у колі з активним опором виділяє за деякий час таку саму кількість теплоти, як і змінний струм за той самий час.

4. Чому рівне діюче значення синусоїдального струму?

а) в $\sqrt{2}$ рази менше амплітудного значення струму;

б) в $\sqrt{2}$ рази більше амплітудного значення струму

в) в 2 рази менше амплітудного значення струму;

г) 2 рази більше амплітудного значення струму;

5. Із наведених формул виберіть формули, за яким визначають діючі значення синусоїдальних напруги та ЕРС

а) $U_{\bar{a}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$;

б) $U_{\bar{a}} = \frac{U_0}{2}$;

в) $e_{\bar{a}} = \frac{e_0}{\sqrt{2}}$;

г) $e_{\bar{a}} = \frac{e_0}{2}$;

6. Які із тверджень правильні?

а) частина генератора, яка створює магнітне поле, в якому обертається, статор називається ротором;

б) частина генератора, яка створює магнітне поле, в якому обертається ротор, називається статором;

в) статор є рухомою частиною генератора;

г) статор є нерухомою частиною генератора.

7. Під час обертання контуру змінюється магнітний потік, який його пронизує, внаслідок чого в контурі виникає...

а) ЕРС самоіндукції

б) періодично змінна ЕРС самоіндукції;

в) періодично змінна ЕРС індукції;

г) незмінна ЕРС індукції.

8. Що таке активний опір у колі змінного струму?

а) опір резисторів;

б) опір з'єднувальних дротів;

в) опір всіх елементів кола;

г) опір з'єднувальних дротів та інших елементів, індуктивність і ємність, яких можна не враховувати.

9. У провіднику з активним опором коливання сили струму...?

а) збігаються за фазою з коливаннями напруги;

б) випереджають коливання напруги на $\frac{P}{2}$;

в) випереджають коливання напруги на $\frac{P}{4}$;

г) відстають від коливання напруги на $\frac{P}{4}$;

10. Для яких значень, при вмиканні в коло змінного струму активного опору, закон Ома залишається справедливим?

- а) діючих, миттєвих;
- б) амплітудних, миттєвих;
- в) амплітудних, діючих;
- г) амплітудних, діючих, миттєвих.

11. Якщо у коло змінного струму увімкнути конденсатор, то

- а) в колі проходитиме змінний струм;
- б) в колі проходитиме постійний струм;
- в) змінний струм в колі буде протікати до тих пір, поки до конденсатора прикладена змінна напруга;
- г) постійний струм в колі буде протікати до тих пір, поки до конденсатора прикладена змінна напруга.

12. У колі змінного струму з ємнісним опором коливання сили струму?

- а) випереджають коливання напруги на $\frac{P}{4}$;
- б) відстають від коливання напруги на $\frac{P}{4}$;
- в) випереджають коливання напруги на $\frac{P}{2}$;
- г) відстають від коливання напруги на $\frac{P}{2}$.

13. Виберіть правильні твердження для кола змінного струму з ємнісним опором?

- а) потужність у колі вимірюється через діючі значення;
- б) середня потужність за один повний цикл дорівнює нулю;
- в) енергія на опорі переходить в теплову;
- г) не відбувається втрат енергії.

14. Чим більша частота змінного струму...

- а) тим більший реактивний ємнісний опір;
- б) тим більший активний опір;
- в) тим менший реактивний ємнісний опір;
- г) тим менший активний опір.

15. До реактивного опору відносять:...

- а) активний;
- б) ємнісний;
- в) індуктивний;
- г) активний, ємнісний, індуктивний

16. Якщо в коло змінного струму увімкнено котушку, то утвориться змінне магнітне поле, яке буде збуджувати ...

- а) ЕРС самоіндукції, яка за величиною дорівнює ЕРС джерела, але протилежна до неї;
- б) ЕРС самоіндукції, яка за величиною дорівнює ЕРС джерела;
- в) ЕРС індукції, яка за величиною дорівнює ЕРС джерела;
- г) періодично змінну ЕРС індукції.

17. У колі змінного струму з індуктивним опором коливання сили струму?

а) випереджають коливання напруги на $\frac{p}{4}$;

б) відстають від коливання напруги на $\frac{p}{4}$;

в) випереджають коливання напруги на $\frac{p}{2}$;

г) відстають від коливання напруги на $\frac{p}{2}$.

18. Що таке індуктивний опір?

а) величина, прямо пропорційна добутку циклічної частоти на індуктивність;

б) величина, обернено пропорційна добутку циклічної частоти на індуктивність;

в) величина, прямо пропорційна добутку циклічної частоти на ємність;

г) величина, обернено пропорційна добутку циклічної частоти на ємність.

19. За якою із формул визначають ємнісний опір?

а) $\tilde{O}_{\tilde{N}} = w\tilde{N}$;

б) $\tilde{O}_{\tilde{N}} = \frac{1}{w\tilde{N}}$;

в) $\tilde{O}_{\tilde{N}} = wL$;

г) $\tilde{O}_{\tilde{N}} = \frac{1}{wL}$.

20. Виберіть правильний запис закону Ома для максимальних значень струму і напруги на конденсаторі:

а) $U_0 = I_0 w\tilde{N}$;

б) $U_0 = \frac{I_0}{w\tilde{N}}$;

в) $U_0 = I_0 wL$;

г) $U_0 = \frac{I_0}{wL}$.

21. Виберіть правильний запис закону Ома для максимальних значень струму і напруги на котушці:

а) $U_0 = I_0 w\tilde{N}$;

б) $U_0 = \frac{I_0}{w\tilde{N}}$;

в) $U_0 = I_0 wL$;

г) $U_0 = \frac{I_0}{wL}$.

22. За якими формулами можна визначити імпеданс кола?

а) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$;

б) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}$;

в) $Z = \sqrt{R^2 + (wL + \frac{1}{wC})^2}$;

г) $Z = \sqrt{R^2 + (wL - \frac{1}{wC})^2}$.

23. За яким співвідношенням визначається зсув фаз:

а) $\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L + X_C}}$;

б) $\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$;

в) $\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2 - X_C^2}}$;

г) $\cos \phi = \frac{R}{R + X_L + X_C}$.

24. Що називають електромагнітними коливаннями?:

а) зміну електричного поля

б) зміну магнітного поля;

в) зміну електричного і магнітного полів;

г). одночасні періодичні зміни пов'язаних між собою електричного і магнітного полів.

25. Що називають коливальним контуром?

а) найпростіше коло для утворення електромагнітних коливань, яке складається з конденсатора і котушки;

б) найпростіше коло для утворення електромагнітних коливань, яке складається з конденсаторів;

в) найпростіше коло для утворення електромагнітних коливань, яке складається з котушок.

26. Як називаються електромагнітні коливання в ідеальному контурі?:

а) гармонічні;

б) згасаючі;

в) автоколивання.

г) власні.

27. Яке з рівнянь є диференціальним рівнянням власних електричних коливань?:

а) $\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{Q}{L} = 0$

б) $\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0$.;

в) $Q = Q_0 \cos(w_0 t + f)$.;

$$\text{г). } \frac{Q}{C} = -L \frac{dI}{dt}, .$$

28. Яке з рівнянь є розв'язком диференціального рівняння власних електричних коливань?:

$$\text{а) } \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{Q}{L} = 0$$

$$\text{б) } \frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0.;$$

$$\text{в) } Q = Q_0 \cos(\omega_0 t + f), ;$$

$$\text{г). } \frac{Q}{C} = -L \frac{dI}{dt}, .$$

29. Що визначає стан коливального процесу?:

а) фаза коливань;

б) період коливань;

в) частота коливань;

г). циклічна частота.

30. Вкажіть формулу повної енергії?:

$$\text{а) } W = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \phi);$$

$$\text{б) } W = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + \phi);$$

$$\text{в) } W = \frac{L\omega_0^2 Q_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \phi);$$

$$\text{г). } W = \frac{Q_0^2}{2C}.$$

31. Згасання коливань в реальному коливному контурі обумовлене?:

а) наявністю відмінного від нуля активного опору;

б) втратою енергії на нагрівання провідників;

в) випромінюванням електромагнітних хвиль.

32. Що таке електричний резонанс?

а) явище різкого спаду амплітуди вимушених коливань при наближенні циклічної частоти зовнішньої ЕРС до частоти вільних коливань у контурі;

б) явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні циклічної частоти зовнішньої ЕРС до частоти вільних коливань у контурі;

в) явище різкого зростання амплітуди згасаючих коливань при наближенні циклічної частоти зовнішньої ЕРС до частоти вільних коливань у контурі;

г). явище різкого спаду амплітуди згасаючих коливань при наближенні циклічної частоти зовнішньої ЕРС до частоти вільних коливань у контурі.

Відповіді

1. струм, сила і напрям якого змінюється з часом;
струм, сила або напрям якого змінюється з часом;
2. діючим значення сили струму;
3. значення такого сталого струму, який у колі з активним опором виділяє за деякий час таку саму кількість теплоти, як і змінний струм за той самий час
4. в $\sqrt{2}$ рази менше амплітудного значення струму;
5. $U_{\bar{a}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$
 $e_{\bar{a}} = \frac{e_0}{\sqrt{2}}$
6. частина генератора, яка створює магнітне поле, в якому обертається ротор, називається статором;
статор є нерухомою частиною генератора
7. періодично змінна ЕРС індукції;
8. опір з'єднувальних дротів та інших елементів, індуктивність і ємність, яких можна не враховувати.
9. збігаються за фазою з коливаннями напруги;
10. амплітудних, діючих, миттєвих.
11. в колі проходить змінний струм;
змінний струм в колі буде протікати до тих пір, поки до конденсатора прикладена змінна напруга;
12. випереджають коливання напруги на $\frac{p}{2}$;
13. середня потужність за один повний цикл дорівнює нулю;
не відбувається втрат енергії
14. тим менший реактивний ємнісний опір
15. ємнісний;
індуктивний;
16. ЕРС самоіндукції, яка за величиною дорівнює ЕРС джерела, але протилежна до неї;
17. відстають від коливання напруги на $\frac{p}{2}$.
18. величина, прямо пропорційна добутку циклічної частоти на індуктивність
19. $\tilde{O}_{\bar{N}} = \frac{1}{w\tilde{N}}$

20. $U_0 = \frac{I_0}{w\tilde{N}}$
21. $U_0 = I_0 wL$
22. $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
 $Z = \sqrt{R^2 + (wL - \frac{1}{wC})^2}$
23. $\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$
24. одночасні періодичні зміни пов'язаних між собою електричного і магнітного полів
25. найпростіше коло для утворення електромагнітних коливань, яке складається з конденсатора і котушки;
26. гармонічні;
27. $\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{Q}{LC} = 0.$
28. $Q = Q_0 \cos(w_0 t + f),$
29. фаза коливань;
30. $W = \frac{Q_0^2}{2C}$
31. наявністю відмінного від нуля активного опору; випромінюванням електромагнітних хвиль.
32. явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні циклічної частоти зовнішньої ЕРС до частоти вільних коливань у контурі.

ЗМІСТ

1. ЕЛЕКТРИЧНІ ЗАРЯДИ І ПОЛЯ	3
1.1. Електричне поле у вакуумі	3
Приклади розв'язання задач	7
1.2. Електричне поле в діелектриках.....	9
Приклади розв'язання задач	11
1.3. Провідники в зовнішньому електричному полі	13
Приклади розв'язання задач	15
Відповіді	23
2. ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ	26
2.1. Основні поняття і закони постійного електричного струму.....	26
Приклади розв'язання задач	30
2.2. Електричний струм у металах	33
Приклади розв'язання задач	35
2.3. Електричний струм у розчинах і розплавах електролітів	37
Приклади розв'язання задач	39
2.5. Елементи зонної теорії твердих тіл	40
2.6. Напівпровідники.....	45
2.7. Напівпровідникові пристрої	49
2.8. Контактна різниця потенціалів.....	52
2.9. Термоелектричні явища	54
Приклади розв'язання задач	58
2.10. Електричний струм у газах	59
Приклади розв'язання задач	63
Тести	64
Відповіді	69
3. МАГНІТНЕ ПОЛЕ	71
3.1. Магнітне поле у вакуумі	71
Приклади розв'язання задач	74
3.2. Взаємодія струмів і частинок з магнітним полем.....	76
Приклади розв'язання задач	77
3.3. Магнітне поле в речовині.....	79
Приклади розв'язання задач	82
3.4. Електромагнітна індукція	84
Приклади розв'язання задач	86
Тести	87
Відповіді	93
4. ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ	96
4.1. Основні характеристики змінного струму.....	96

Приклади розв'язання задач	97
4.2. Отримання синусоїдального змінного струму	98
Приклади розв'язання задач	100
4.3. Закон Ома для кіл змінного струму з активним опором, ємністю та індуктивністю	101
4.4. Коливальний контур. Електромагнітні коливання	108
4.5. Спеціальне рівняння власних електричних коливань	111
4.6. Згасаючі електромагнітні коливання	113
4.7. Вимушені електромагнітні коливання. Електричний резонанс.....	116
Тестові завдання.....	118
Відповіді	124
ЗМІСТ	126

Навчальне видання

Володимир Васильович Прокопів

КОНСПЕКТИ ЛЕКЦІЙ З ФІЗИКИ. ЕЛЕКТРИКА
Навчальний посібник

Літературний редактор
Комп'ютерний набір
Дизайнер

Прокопів Л.М.,
Іванишин Г.В.,
Туровська Л.В.

Підписано до друку 20.08.2013 р.
Формат 60x84/16. Гарнітура «Times New Roman».
Умов. друк. арк. 8,2.
Наклад 100.

Видавець
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника,
вул. С. Бандери, 1, м. Івано-Франківськ, 76000.
Тел. (0342) 71-56-22.
E-mail: vdvcit@pu.if.ua

*Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК №2718 від 12.12.2006.*