

КРАЙОВА ЗАДАЧА З НЕЛОКАЛЬНИМИ УМОВАМИ ДРУГОГО РОДУ ДЛЯ ФАКТОРИЗОВАНОГО РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Т. П. Гой, І. Я. Савка

Прикарпатський національний університет ім. Василя Стефаника,
Івано-Франківськ,

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача
НАН України, Львів, Україна

tarasgoy@yahoo.com, s-i@ukr.net

В області $Q_T^p = (0, T) \times \Omega_{2\pi}^p$, де $T > 0$, а $\Omega_{2\pi}^p$ — p -вимірний тор, утворений шляхом отождоження протилежних граней паралелепіпеда $\{x \in \mathbb{R}^p : 0 \leq x_s \leq 2\pi, s = \overline{1, p}\}$, розглядаємо крайову задачу

$$\prod_{j=1}^n (D_t - \lambda_j B(D_x)) u(t, x) = f(t, x), \quad (t, x) \in Q_T^p, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n B_{j_r}(D_x) \left(\mu_1 D_t^{j-1} u(t, x) \Big|_{t=0} + \mu_2 D_t^{j-2} u(t, x) \Big|_{t=0} + \right. \\ \left. + \mu_3 D_t^{j-1} u(t, x) \Big|_{t=T} - \mu_2 D_t^{j-2} u(t, x) \Big|_{t=T} \right) = \varphi_r(x), r = \overline{1, n}, x \in \Omega_{2\pi}^p, \quad (2)$$

де $D_t = \frac{\partial}{\partial t}$, $D_x = (-i \frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, -i \frac{\partial}{\partial x_p})$, $(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^n$, $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$, $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \in \mathbb{C}$, $B_{j_r}(D_x)$ — диференціальний вираз не вище $(n - j)$ -го порядку, $B(D_x)$ — довільний диференціальний вираз, для якого справджується оцінка

$$(\forall k \in \mathbb{Z}^p) \quad c_1 (1 + |k|)^{m_1} \leq |B(k)| \leq c_2 (1 + |k|)^{m_2},$$

$$k = (k_1, \dots, k_p), \quad |k| = |k_1| + \dots + |k_p|, \quad m_1, m_2 \in \mathbb{N}, \quad c_1, c_2 > 0.$$

Кожна умова з (1) містить інтеграл $D_t^{-1} u(t, x) \equiv \int_0^t u(\tau, x) d\tau$.

Вигляд області Q_T^p накладає умови 2π -періодичності за просторовими змінними x_1, \dots, x_p на шуканий розв'язок $u(t, x)$, а також на функції $f(t, x)$, $\varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)$. Задача (1), (2) є некоректною за Адамаром, а її розв'язність у певних функціональних просторах пов'язана з проблемою малих знаменників [1]. Встановлені умови коректної розв'язності задачі (1), (2) у просторі експоненційного типу для майже всіх (стосовно міри Лебега в \mathbb{R}^n) векторів $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ і довільних фіксованих чисел T , μ_1 , μ_2 , μ_3 .

Список літератури

1. Пташник Б. Й., Ільків В. С., Кміть І. Я., Поліщук В. М. Нелокальні крайові задачі для рівнянь із частинними похідними. — К.: Наукова думка, 2002. — 416 с.