

Модель перебігу епідемії з урахуванням зовнішніх впливів на систему

Олійник Є.А., студент; Гой Т.П., доцент

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
м. Івано-Франківськ

У роботі розглядаються деякі математичні моделі процесів, які зустрічаються в медицині та біології, – моделі розвитку популяцій з урахуванням передісторії їх розвитку і моделі поширення епідемій [1].

Зокрема, нами досліджена модель епідемії інфекційної хвороби у вигляді задачі для системи диференціальних рівнянь із загаюванням:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t)x_2(t - \tau_1) + a_2x_2(t - \tau_2) + f_1(t), \\ \dot{x}_2(t) = a_1x_1(t)x_2(t - \tau_1) + a_3x_2(t) - f_1(t), \\ \dot{x}_3(t) = a_3(t)x_2(t) - a_2x_2(t - \tau_2) + f_2(t), \\ \dot{x}_4(t) = k_1x_2(t) + k_2x_1(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$x_1(0) = n_0, \quad x_2(0) = x_3(0) = x_4(0) = n_1, \quad (2)$$

де x_1 – кількість здорового населення; x_2 – кількість інфікованого населення; x_3 – кількість населення, яке має імунітет до конкретного типу інфекції; τ_1 – час інкубаційного періоду хвороби; τ_2 – час, упродовж якого набутий організмом імунітет до хвороби втрачається; k_1 – коефіцієнт смертності внаслідок інфекції, k_2 – коефіцієнт природньої смертності, a_1, a_2, a_3 – деякі вагові коефіцієнти. Функції $f_1(t)$ і $f_2(t)$ вибираються неперервними і нескінченно малими при $t \rightarrow +\infty$.

Модель (1), (2) дозволяє оцінити динаміку зміни кількості здорового та інфікованого населення, а також населення, що має імунітет до певної інфекції.

Розроблено числові методи реалізації моделі, проведено порівняльний аналіз методів за критерієм точності (як оптимальний вибрано метод Рунге – Кутти четвертого порядку), створено програмний комплекс для реалізації цієї моделі мовою C++, проведено широкий спектр тестових розрахунків.

1. F. Brauer, C. Castillo-Chaves, *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology* (New York: Springer, 2012).