

Equation Chapter 1 Section 1 УДК 336.71

Буртняк І.В., к.е.н. асистент кафедри економічної кібернетики, Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника.

Малицька Г.П., к.фіз.-мат.н., доцент кафедри математичного та функціонального аналізу, Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника.

Моделювання динаміки фінансових ресурсів на базі стохастичних різницевих рівнянь

Економіко-математичні конструкції також як і дискретні стохастичні моделі, опираються на припущення про можливість спостереження значень досліджуваних фінансових ресурсів через дискретні рівновіддалені проміжки часу $t = 0, 1, \dots, T$. Позначимо: t – індекс періоду ($t \in 1:T$); q_t – об'єм власних засобів фірми в періоді t ; x_t – об'єм залучених засобів в періоді t ; v – середня норма витрат на одиницю залучених засобів; u – середня норма доходу на одиницю використаних засобів; Θ – частка власних засобів, які перетворюються на активи, тобто використовуються для отримання доходу. Тоді величина власних засобів визначається співвідношенням

$$q_{t+1} = q_t + u(\Theta q_{t-1} + x_t) - vx_t. \quad (1.1)$$

З математичної точки зору (1.1) є стохастичне різницеве рівняння або процес авторегресії, для розв'язання якого може бути, зокрема, застосоване z – перетворення. Зведемо вираз (1.1) до вигляду

$$q_{t+1} = (1 + u\Theta)q_t + ux_{t+1} - vx_t, \quad (1.2)$$

або $q_{t+1} - \rho q_t = ux_{t+1} - vx_t$, де $\rho = 1 + u\Theta$. Величину ρ можна інтерпретувати як норму накопичення власних засобів фінансової фірми за один період. Припустимо, що обсяги залучених засобів по періодах є деяким зовнішнім чинником, динаміка якого може бути описана за допомогою мультиплікативної стохастичної моделі (МСМ) [2]. Тоді, обсяг залучених засобів в період t можна

представити, як $\tilde{x}_t = x_0 \prod_{j=1}^t \tilde{\alpha}_j$, де коефіцієнти переходу, $\tilde{\alpha}_j$ – незалежні

випадкові величини, розподілені за логарифмічно нормальним законом з параметрами μ_t і σ_t^2 . Перейдемо до детермінованого рівняння

$$q_{t+1} - \rho q_t = x_0 (u \alpha_{t+1} - v) \prod_{j=1}^t \alpha_j. \quad (1.3)$$

Розв'яжемо рівняння (1.3) за допомогою методу Дюамеля для з-перетворення, отриманий розв'язок має вигляд:

$$q_t = q_0 \rho^t + x_0 (u \alpha - v) \frac{\alpha^t - \rho^t}{\alpha - \rho}. \quad (1.4)$$

Для практичної реалізації запропонованої моделі використаємо інформацію щорічної фінансової звітності ПАТ «Плюс Банк» (табл. 1).

Таблиця 1. Дані по динаміці власного капіталу, зобов'язань, процентних доходів та витрат для ПАТ «Плюс Банк»

Рік	Зобов'язання x_t	Власний капітал q_t	Відсотковий дохід U_t	Відсоткові витрати V_t	Чистий відсотковий дохід $U_t - V_t$
2004	5378878	599398	732858	395661	337197
2005	9022227	906812	941645	479895	461750
2006	10556232	1303210	1222360	692320	530040
2007	17349528	1365964	1718783	869085	849698
2008	24123825	2898675	2726970	1178195	1548774
2009	39238288	5030169	4261453	1989634	2271818

На основі табл. 1 знаходимо первинні оцінки значень норми доходу від застосування засобів \hat{u} , одержані як усереднене відношення процентного доходу U_t до всього капіталу $x_t + q_t$ і норми витрат на їх залучення \hat{v} , які дорівнюють усередненому відношенню процентних витрат V_t до об'єму зобов'язань попереднього періоду x_{t-1} . Введемо нормуючий коефіцієнт, значення якого

дорівнює $\frac{\Delta q_t}{U_t - V_t}$. Помноживши на нього первинні оцінки (\hat{u}, \hat{v}) , одержимо їх

остаточні оцінки (\bar{u}, \bar{v}) . Підставивши замість u і v їх оцінки \bar{u} і \bar{v} у формулу

(1.4), знаходимо прогнозні значення обсягів власного капіталу \bar{q} . Результати

даного розрахунку репрезентовані в табл. 2 ($\Theta = 0,05$; $\rho \approx 1.001$).

Таблиця 2. Фактичні і прогнозні значення обсягу власного капіталу для ПАТ «Плюс Банк».

Рік	Зобов'язання x_t	Власний капітал q_t	Власний капітал прогноз \bar{q}_t	Зокрема		Відхилення прогнозу від фактичного %
				$q_0 \rho^t$	$x_0 \frac{\bar{y} \bar{A} - \bar{v}}{\bar{A} - \rho} (\bar{A}^t - \rho^t)$	
2004	5378878	599398	—	—	—	—
2005	9022227	906812	845731	131455	714276	6,7
2006	10556232	1303210	1111764	131587	980177	14,7
2007	17349528	1365964	1289930	131718	1158212	5,6
2008	24123825	2898675	2571812	131850	2439962	11,3
2009	39238288	5030169	4363468	131982	4231486	13,3

По серіях, що містяться в табл. 2, побудовані графіки динаміки фактичного і прогнозного значень об'єму власного капіталу за період з 2004 по 2009 р., які репрезентовані на рис. 1.

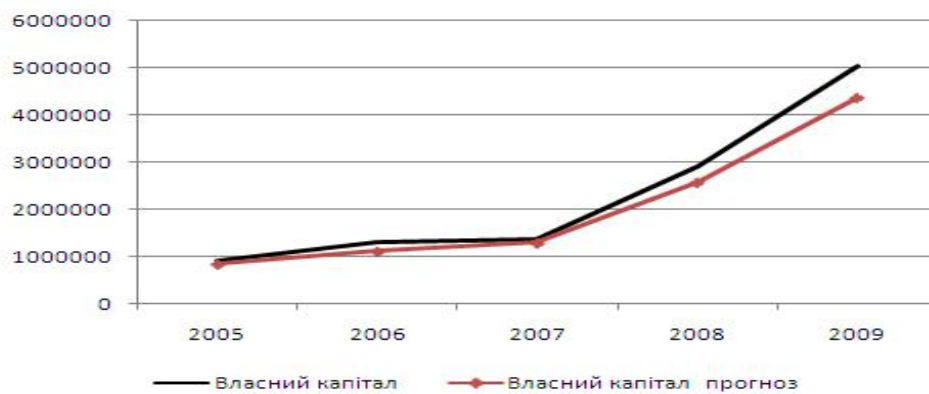


Рис. 1. Динаміка фактичних і прогнозних значень об'єму власного капіталу.

Розроблена модель динаміки фінансових ресурсів, дозволяє точно описати процеси еволюції власного капіталу банку залежно від динаміки залучених ресурсів і реалізованої ним політики нагромадження

Література

1. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования – М.: Наука, 1971. – 288 с.
2. Благун І.С. Буртняк І. В. Моделювання стохастичної динаміки фінансових ресурсів // Моделювання регіональної економіки: зб. наук. праць – Івано-Франківськ : Плай, 2004. – №4. – С. 3–16.