СИСТЕМИ РІВНЯНЬ КОЛМОГОРОВСЬКОГО ТИПУ З ОДНОВИМІРНИМИ ГРУПАМИ ВИРОДЖЕННЯ

Малицька Г.П., Буртняк І.В., Прикарпатський національний університет ім. В.Стефаника, Івано-Франківськ, Україна, bvanya@meta.ua

Розглядаємо систему рівнянь вигляду

$$\partial_t u_\nu(t,x) - \sum_{j=1}^{n_0-1} x_j \partial_{x_{j+1}} u_\nu(t,x) = \sum_{r=1}^{n} \sum_{k=0}^{2b} a_k^{r\nu}(t) \partial_{x_1}{}^k u_\nu(t,x), \tag{1}$$

$\nu = 1,\dots,n,\ x = (x_1,\dots,x_{n_0}) \in R^{n_0},\ n_0 > 1,\ n \in N,\ 0 \le \tau < t \le T,$

$$u_\nu(t,x)\big|_{t=r} = u_{\nu_0}(x),\ x \in R^{n_0}, \tag{2}$$

де $\partial_t w_\nu(t,x) = \sum_{r=1}^{n} \sum_{k=0}^{2b} a_k^{r\nu}(t) \partial_{x_1}{}^k w_\nu(t,x),\ b \in N$, рівномірно параболічна система в сенсі Петровського для $\forall t \in [0,T]$, $a_k^{r\nu}(t) -$ комплекснозначні функції, неперервні для $\forall t \in [0,T]$, $u_{\nu_0}(x) -$ достатньо гладкі, фінітні функції.

Теорема. Існує матриця Гріна задачі (1),(2).

$$G(t,\tau;x,\xi) = (t-\tau)^{-n_0(b(n_0-1)+1)/2b}\,\Omega\Big(t,\tau;(x_1-\xi_1)(t-\tau)^{-1/2b},(x_2-\xi_2+x_1(t-\tau))\times$$

$$(t-\tau)^{-1-1/2b},\dots,\Big(x_{n_0}-\xi_{n_0}+x_{n_0-1}(t-\tau)+\dots+x_1(t-\tau)^{n_0-1}\big((n_0-1)!\big)^{-1}\Big)(t-\tau)^{-(2b(n_0-1)+1)/2b}\Big)$$

де $\Omega(t,\tau;z) -$ ціла функція аргументів $z_1, z_2, \dots, z_{n_0}$, порядку росту $q = \dfrac{2b}{2b-1}$ для комплексних значенн z і порядку спадання $q = \dfrac{2b}{2b-1}$, при дійсних значеннях z, при цьому правильні оцінки для її похідних:

$$\left|D_x^m G(t,\tau;x+iy,\xi)\right| \le C_m (t-\tau)^{-\left(n_0(b(n_0-1)+1)+\sum_{j=1}^{n_0}(2b(j-1)+1)m_j\right)^{2b^{-1}}} \exp\left\{-c_0 \sum_{j=1}^{n_0}\left(\left|x_j-\xi_j+\sum_{l=1}^{j-1} x_{j-l}\times\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.(t-\tau)^l (l!)^{-1}\right|(t-\tau)^{\frac{-2b(j-1)+1}{2b}}\right)^q + c_j\left(\left|y_j\right|(t-\tau)^{-(2b(j-1)+1)/2b}\right)^q\Bigg\},\ t-\tau>0, x\in R^{n_0}, \xi \in R^{n_0}, y \in R^{n_0},$$

де $|m| = |m_1| + |m_2| + \dots + |m_{n_0}|,\ c_0 > 0,\ c_j > 0,\ C_m > 0,$ сталі залежать від T, n, n_0, $\sup\left|a_k^{\nu r}(t)\right|$, характеру неперервності $a_{2b}^{\nu r}(t)$, сталої параболічності δ.

Література

Малицька Г.П. Про структуру фундаментального розв'язку задачі Коші для еліптико-параболічних рівнянь, що узагальнюють рівняння дифузії з інерцією// Вісн.нац.у-ту "Львівська політехніка."-2000. №411-С 221-228.