

Як видно з представлених даних виробничі запаси на найближчу перспективу будуть зростати з 19013,5 тис.грн у 2016 році до 25356,1 тис.грн у 2017 році та 32485,7 тис.грн у 2018 році.

УДК 336.71

І.В. Буртняк, к.е.н., доцент

Г.П. Малицька, к.фіз-мат.н., доцент

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

**МОДЕЛЮВАННЯ ЦІН ОПЦІОНІВ З БАГАТОФАКТОРНОЮ
 ВОЛАТИЛЬНІСТЮ**

I.V. Burtnyak, Ph.D., Assoc. Prof.

G.P. Malytska, Ph.D., Assoc. Prof.

PRICE SIMULATION OPTIONS WITH MULTIVARIATE VOLATILITY

Спектральна теорія широко застосовується у фінансовій математиці для аналізу моделей дифузії на базі розвинення за власними функціями і власними значеннями лінійних операторів.

Нехай X відображають короткі відсоткові ставки. Однією з найвідоміших моделей коротких курсів є модель Васічека, в якій X моделюється як процес Орнштейна-Уленбека з багатовимірною стохастичною волатильністю. Зокрема, \tilde{P} динаміки X задані

$$dX_t = (\kappa(\theta - X_t) - f(Y_t, Z_t)\Omega(Y_t, Z_t))dt + f(Y_t, Z_t) + d\tilde{W}_t^x, \quad r(X_t) = X_t, h(X_t) = 0,$$

де Y та Z є швидко і повільно змінними факторами волатильності. Оцінка похідного активу, з виплатою в час $t > 0$, яка залежить від траєкторії X має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} dX_t = (b(X_t) - a(X_t)f(Y_t, Z_t)\Omega(Y_t, Z_t))dt + a(X_t)f(Y_t, Z_t)d\tilde{W}_t^x, \\ dY_t = \left(\frac{1}{\epsilon} \alpha(Y_t) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \beta(Y_t)\Lambda(Y_t, Z_t) \right) dt + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \beta(Y_t)d\tilde{W}_t^y, \\ dZ_t = \left(\delta c(Z_t) - \sqrt{\delta} g(Z_t)\Gamma(Y_t, Z_t) \right) dt + \sqrt{\delta} g(Z_t)d\tilde{W}_t^z, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^y \rangle_t = \rho_{xy} dt, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^z \rangle_t = \rho_{xz} dt, \\ d\langle \tilde{W}^y, \tilde{W}^z \rangle_t = \rho_{yz} dt, \\ (X_0, Y_0, Z_0) = (x, y, z) \in E, \end{array} \right. \quad (1)$$

де

$$d\tilde{W}_t^x := dW_t^x + \left(\frac{v(X_t) - b(X_t)}{a(X_t)f(Y_t, Z_t)} + \Omega(Y_t, Z_t) \right) dt, d\tilde{W}_t^y := dW_t^y + \Lambda(Y_t, Z_t) dt, d\tilde{W}_t^z := dW_t^z + \Gamma(Y_t, Z_t) dt.$$

На основі рівнянь (1) обчислимо наближену ціну облигації з нульовим купоном. Зокрема дохід $R^{\epsilon, \delta}$ визначається з формули: $u^{\epsilon, \delta} = \exp(-R^{\epsilon, \delta} t)$.

Наступне наближення для облигації з нульовим купоном, отримаємо розкладаючи, як ціну облигації, $u^{\epsilon, \delta}$ так і дохід $R^{\epsilon, \delta}$ за степенями $\sqrt{\epsilon}$ і $\sqrt{\delta}$:

$$\begin{aligned} u_{0,0} + \sqrt{\epsilon}u_{1,0} + \sqrt{\delta}u_{0,1} + \dots &= e^{-(R_{0,0} + \sqrt{\epsilon}R_{1,0} + \sqrt{\delta}R_{0,1})t} \\ &= e^{-R_{0,0}t} + \sqrt{\epsilon}(-R_{1,0}t)e^{-R_{0,0}t} + \sqrt{\delta}(-R_{0,1}t)e^{-R_{0,0}t} + \dots \\ R^{\epsilon, \delta} &\approx R_{0,0} + \sqrt{\epsilon}R_{1,0} + \sqrt{\delta}R_{0,1}, R_{0,0} = -\frac{1}{t} \log(u_{0,0}), \\ R_{1,0} &= \frac{-u_{1,0}}{tu_{0,0}}, R_{0,1} = \frac{-u_{0,1}}{tu_{0,0}}, \end{aligned}$$

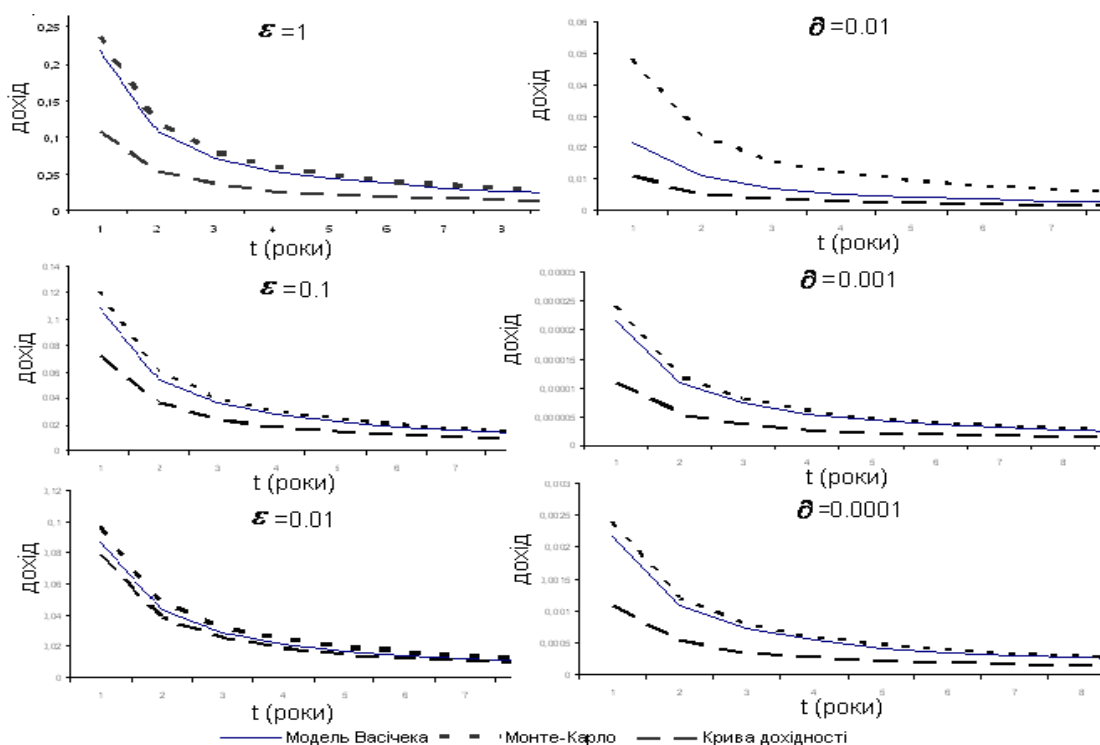


Рис.1. Дохід облигації з нульовим купоном.

Дохід облигації з нульовим купоном, зображений, як функція часу в залежності від терміну погашення t . Зліва на рисунку зображено модель Васічека з швидкозмінним фактором волатильності Y та побудовано наближений дохід $R_{0,0} + \sqrt{\epsilon}R_{1,0}$ для цієї моделі, вона має тільки швидко змінні чинники волатильності, динаміка Y і f функція волатильності задаються:

$$f := \sigma^2 \exp\left(Y_t + \frac{\beta^2}{2} + Z_t - \frac{g^2}{2}\right), f(Y_t) = \frac{\sigma \exp(Y_t)}{\exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right)}, \operatorname{erf}(y) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt.$$

З правого боку рисунка 1 побудовано модель Васічека з повільно змінним фактором волатильності Z , та наближений дохід $R_{0,0} + \sqrt{\delta} R_{0,1}$ облігації з нульовим купоном для цієї моделі, яка має тільки повільно змінний фактор волатильності, динаміка Z і f задаються:

$$dZ_t = \left(-\delta Z_t - \sqrt{\delta} g \operatorname{erf}(Z_t)\right) dt + \sqrt{\delta} g d\tilde{W}_t^Z, \quad f(Z_t) = \frac{\sigma \exp(Z_t)}{\exp\left(\frac{g^2}{2}\right)}.$$

Як і слід було очікувати, оскільки ϵ і δ прямують до нуля, наближення прямує до повної прибутковості.

Основною перевагою нашої методології ціноутворення є те, що, комбінуючи методи з спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень, обчислення ціни активу зводиться до розв'язання рівняння методом знаходження власних значень, власних функцій та розв'язання двох рівнянь Пуассона.

Література:

1. Буртняк І.В. Обчислення цін опціонів методами спектрального аналізу / І.В. Буртняк, Г.П. Малицька // *БізнесІнформ*. – 2013. – №4. – С. 152–158.
2. Буртняк І.В., Малицька Г.П. Дослідження процесу Орнштейна–Уленбека методами спектрального аналізу / І.В. Буртняк, Г.П. Малицька // *Проблеми економіки*. – 2014. – №2. – С. 349–356.

УДК 338.31

О.О. Гаврилюк

Науковий керівник: Рогатинський Р.М., д.т.н., професор

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

**ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ РЕНТАБЕЛЬНОСТІ ГОСПОДАРСЬКОЇ
ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИМИ
МОДЕЛЯМИ НА БАЗІ ТЕОРІЇ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА**

О.О. Gavrilyuk

**PROGNOSTICATION OF PROFITABILITY OF BUSINESS ENTERPRISES
MATHEMATICAL MODEL BASED ON THE THEORY OF MARKOV
CHAINS**

Фінансова діяльність сучасних підприємств в умовах кризи та інфляційних процесів зумовлених як екзогенними так і ендегенними