Побудова фундаментальної матриці розв'язків задачі Коші для одного класу систем Колмогорова

Малицька Г. П.

ДВНЗ Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника, Івано-Франківськ, Україна

malytskagp@gmail.com

Буртняк І. В.

ДВНЗ Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника, Івано-Франківськ, Україна

bvanya@meta.ua

Ми розглядаємо задачу Коші для системи рівнянь [1]

$$\partial_t u_\nu(t,x) - \sum_{j=1}^{n_0} x_j \, \partial_{x_{j+1}} u_\nu(t,x) = \sum_{k=0}^{2} \sum_{r=1}^{n} a_k^{r\nu}(t,x) \partial_{x_1^k}^k u_r(t,x), \qquad (1)$$

$\nu = \overline{1,n}, (t,x) \in \Pi_{[0,T]}$.

$$u_\nu(t,x)|_{t=\tau} = u(t,x), \qquad (2)$$

де $\Pi_{(0,T]} = \{(t,x), t \in (0,T], T > 0, x \in R^{n_0}, n_0 > 1\}$.

$$\partial_t w(t,x) = \sum_{k=0}^{2} \sum_{r=1}^{n} a_k^{r\nu}(t,x) \partial_{x_1^k}^k w_r(t,x), \qquad (3)$$

система (3) є рівномірно параболічною в сенсі І.Г. Петровського в $\Pi_{[0,T]}$, $x^* = x_2, ..., x_{n_0}$- параметри.

Зробимо припущення на коефіцієнти

(A_1) $a_k^{r\nu}(t,x), j = \overline{0,2}, \nu = \overline{1,n}, r = \overline{1,n}$ неперервні та обмежені в $\Pi_{[0,T]}$, крім того, $a_k^{r\nu}, r = 2$ неперервні по t рівномірно відносно (t,x) в $\Pi_{[0,T]}$

(A_2) коефіцієнти $a_k^{r\nu}$ задовольняють умову Гельдера (з показником $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{n_0}), 0 < \alpha \leq 1, 0 < \alpha_j < \frac{2j-3}{2j-1}), j = \overline{2, n_0})$ по x рівномірно відносно (x,t) в обмежених підмножинах $\Pi_{[0,T]}$, крім того старші похідні задовольняють умову Гельдера (з показником $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{n_0}),)$ по x рівномірно відносно (t,x) в $\Pi_{[0,T]}$

Теорема 1. *Нехай виконуються всі вище названі умови для системи рівнянь* (1). *Тоді існує фундаментальний розв'язок системи* (1) $\Gamma(t,x;\tau,\xi)$, $t>\tau, \xi\in R^{n_0}, x\in R^{n_0}$

$$\Gamma(t,x;\tau,\xi)=\Gamma_0(t,x;\tau,\xi,\xi^*)+\int\limits_{\tau}^{t}\int\limits_{R^{n_0}}\Gamma_0(t,x;\beta,\gamma,\gamma^*)f(\beta,\gamma;\tau,\xi)d\gamma$$

$\Gamma_0(t,x;\tau,\xi,\xi^*)$*–фундаментальний розв'язок системи*

$$\partial_t u_\nu(t,x)-\sum_{j=1}^{n_0}x_j\,\partial_{x_{j+1}}u_\nu(t,x)=\sum_{r=1}^{n}a_2^{r\nu}(t,\xi^*)\partial^2_{x_1^2}u_r(t,x),$$

ξ^**–параметрична точка,* f*–шукана функція, що задовольняє відповідну систему інтегральних рівнянь Вольтерри.*

Література

[1] Малицька Г. П., Буртняк І.В. *Про фундаментальний розв'язок задачі Коші для систем Колмогорова другого порядку* Укр. мат. журн., **70** (8) (2018), 1650–1663.