

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»

**БУРТНЯК ІВАН ВОЛОДИМИРОВИЧ**

УДК 519.86:336.76

**СПЕКТРАЛЬНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ  
ВОЛАТИЛЬНОСТІ ФОНДОВИХ РИНКІВ**

Спеціальність 08.00.11 – математичні методи, моделі та  
інформаційні технології в економіці

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора економічних наук

Івано-Франківськ –2019

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано у ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника» Міністерства освіти і науки України, м. Івано-Франківськ.

**Науковий консультант**

доктор економічних наук, професор  
**Благу́н Іван Семенович**,  
ДВНЗ «Прикарпатський національний  
університет імені Василя Стефаника»  
(м. Івано-Франківськ)  
декан економічного факультету,  
професор кафедри економічної кібернетики.

**Офіційні опоненти:**

доктор економічних наук, професор,  
**Клебанова Тамара Семенівна**,  
«Харківський національний  
економічний університет»  
професор кафедри економічної кібернетики;  
доктор економічних наук, професор,  
**Ляшенко Олена Ігорівна**,  
Київський національний  
університет імені Тараса Шевченка  
професор кафедри економічної кібернетики;  
доктор економічних наук, доцент  
**Левицький Станіслав Іванович**,  
ПрАТ ПВНЗ «Запорізький інститут  
економіки та інформаційних  
технологій» завідувач кафедри  
економічної кібернетики.

Захист відбудеться 28 березня 2019 року о 11.00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 20.051.12 ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника» Міністерства освіти і науки України за адресою: 76025, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 79, зал засідань.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника» Міністерства освіти і науки України за адресою: 76025, м. Івано-Франківськ, вул. Шевченка, 79.

Автореферат розісланий 27 лютого 2019 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради

І.В. Никифорчин

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Сучасний фондовий ринок характеризується високим рівнем динамічності процесів та операцій з фінансовими інструментами, а також значною волатильністю їх цін. Вітчизняний фондовий ринок, будучи незначним за розмірами, є частиною глобального фінансового ринку і знаходиться під його прямим впливом. Особливо це стосується сегменту фінансових деривативів, який з-поміж інших сегментів є найбільш волатильним, оскільки вбирає в себе по суті ризики всього фінансового ринку. Враховуючи суттєві коливання цін на похідні фінансові інструменти, значні рівні ризиків, що їх супроводжують, процеси ціноутворення потребують глибокого наукового дослідження, що має не лише теоретичне але і вагомим практичне значення, оскільки є необхідним при прийнятті рішення як стратегічного, так і оперативного характеру, особливо для трейдерів при ціноутворенні декількох різних серій опціонів з різними цінами виконання і термінами погашення. Швидкість прийняття оптимального рішення щодо купівлі-продажу похідних фінансових інструментів є доволі високою та вимагає обробки значного масиву інформації з метою моделювання поведінки цін та супровідних ризиків як для продавців, так і для інвесторів. Така функція реалізується за допомогою різноманітних методів регулювання і стабілізації цін на окремі види цінних паперів. Разом з тим, удосконалення інструментарію ціноутворення похідних цінних паперів дозволить покращити якість прогнозування динаміки фондових ринків та сприятиме активізації діяльності його учасників.

Фундаментальні основи дослідження функціонування фондового ринку знайшли своє відображення в роботах зарубіжних та вітчизняних вчених, серед яких варто виокремити: Ф. Блека, М. Шоулса, Р., Мертона, Д. Кокса, І.С. Благуна, Л.І. Дмитришин, Н. Л. Іващук, Б.Ю. Кишакевича, Т.С. Клебанової, О.І. Ляшенко, С.І. Левицького, Л.О. Примостки, О. М. Сохацької та інших. Наразі вітчизняний фондовий ринок суттєво відстає від більшості європейських країн в своєму розвитку, а сегмент похідних фінансових інструментів є незначним, що обумовлено низьким рівнем прозорості операцій, недосконалістю законодавчої бази, низьким рівнем довіри з боку населення та захисту прав інвесторів. Крім того, на даний час розроблено багато підходів для обчислення локальної та стохастичної волатильності, які описують спільну динаміку ціни базового активу. За допомогою моделей це відображено в працях таких вчених, як: Л. Андерсен, Ф. Блек, Д. Бонес, О. Васічек, Д. Гобсон, Р. Гольштейн, В. Горовий, Д. Давидов, М. Ж. Інгресол, Жебланк, К. Золна, М. Йор, П. Карр, Ж. Кетерал, К. Кокс, Ф. Кореллі, В. Лінецький, А. Ліндслей, М. Лоріг, Д. Мадан, Г. Маккін, Р. Мендоза-Аріага, Р. Мертон, Ж. Папаніколау, А. Паскучі, А. Пельсер, Ю. Рен, С. Рос, П. Самуельсон, Р. Сіркар, Д. Трейнор, Е. Торп, Ж. Фуке, С. Хестон, Н. Шваген, М. Шоулз та ін.

Ситуація на фондовому ринку України постійно змінюється під впливом глобалізаційних процесів, що відбуваються на зовнішніх фінансових ринках, внутрішньої перманентної фінансової та політичної кризи, нестабільної економічної ситуації, тощо. Тому, незважаючи на значний вклад у розроблення проблематики функціонування фондового ринку, такі зміни зумовлюють об'єктивну необхідність постійного пошуку нових підходів до прогнозування цінової динаміки фондового ринку. Таким чином, незавершеність формування цілісної методології ціноутворення фінансових інструментів загалом та фінансових деривативів, зокрема, обумовила актуальність дослідження, його мету, завдання, об'єкт та предмет.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційну роботу виконано відповідно до планів науково-дослідних робіт ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника» Міністерства освіти і науки України. В рамках виконання тем: «Моделювання процесів управління в соціально-економічних системах» (номер державної реєстрації 0113U005083) автором, застосовуючи швидку середню зміну волатильності, запропоновано ефективний метод для моделювання, аналізу і стійкої оцінки важливих ринкових параметрів; «Розробка організаційно-економічного механізму удосконалення виробничо-господарських структур регіону» (номер державної реєстрації 0111U000875) автором встановлено рівень системного ризику та знайдено невизначеність, пов'язану з прогнозуванням динаміки індикаторів фондового ринку.

**Мета і завдання дослідження.** Метою дисертаційної роботи є обґрунтування теоретико-методологічних положень розробки та реалізації комплексу економіко-математичних моделей аналізу і прогнозування волатильності інструментів фондового ринку, спрямованих на досягнення макроекономічної стабілізації та динамічного розвитку фінансового ринку.

Для досягнення поставленої мети дослідження в роботі поставлено такі задачі:

розробити концептуальну модель ціноутворення похідних фінансових інструментів на фондовому ринку;

провести аналіз світового і вітчизняного досвіду щодо розв'язання проблеми ціноутворення на фондовому ринку;

розробити адитивну модель прогнозування динаміки індексу Першої Фондової Торгівельної Системи (ПФТС);

розробити методичний підхід до дослідження динаміки фондового ринку за допомогою моделі шляхозалежної волатильності;

розробити модель ціноутворення опціонів, породжених процесами дифузії;

розробити методичний підхід щодо застосування спектрального аналізу для обчислення значення подвійного бар'єрного опціону, породженого дифузійними процесами;



розробити метод розкладу ціни опціону та його волатильності в ряд Тейлора для обчислення величин фондових індексів, що відповідають динаміці фондового ринку;

визначити аналітичну формулу наближеної ціни активів з стохастичною волатильністю, залежною від ендогенних та екзогенних чинників;

удосконалити методичний підхід дослідження динаміки індексу ПФТС за допомогою моделі Гобсона-Роджерса для знаходження волатильності вартості фінансових інструментів фондового ринку;

удосконалити математичний інструментарій знаходження значення імплікованої волатильності та послідовних наближень ціни для дослідження процесів на фондовому ринку;

розробити модель динаміки волатильності індикаторів фондового ринку, які характеризують прибутковість або ціну ринкового портфеля та індексу ПФТС;

розробити модель знаходження орієнтовної ціни для широкого класу похідних активів.

*Об'єктом дослідження є процеси розвитку фондового ринку.*

*Предметом дослідження є теоретичні і методологічні положення та відповідний інструментарій економіко-математичного моделювання волатильності інструментів фондового ринку.*

**Методологія і методи дослідження.** Методологічною основою дисертаційної роботи є сукупність методів і принципів наукового пізнання, загальна теорія економіко-математичного моделювання, наукові праці вітчизняних і зарубіжних науковців у сфері досліджень процесів розвитку фондового ринку.

У процесі дослідження використано загальнонаукові та спеціальні методи дослідження: *системного аналізу* – для дослідження теоретичних основ розвитку фондового ринку; *динамічного, компаративного та статистичного аналізу* – для аналізу поведінки фінансових потоків, зміни їх швидкості тощо; *динамічних рядів, візуалізації, метод порівняння* – для проведення аналізу тенденцій зміни впливу різних чинників на фінансові потоки; *симуляційного і ймовірно-статистичного аналізу, методу Монте Карло* – для порівняння прогнозів ціноутворення деривативів; *кореляційного аналізу* – для встановлення співвідношення між цінами опціонів та їхньою волатильністю; *спектрального аналізу* – для моделювання стохастичних процесів на фондовому ринку; *методів сингулярної та регулярної теорії збурень* – для визначення розкладу по різних факторних шкалах ціни деривативів; *теорія звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних* – для дослідження вінерівських, марківських стохастичних процесів, що проходять на фондовому ринку; *методи розкладу в ряди Тейлора* – операторів, їхніх розв'язків (ціни) та волатильності для наближеного знаходження їх значень, встановлення зв'язку між волатильністю та функцією Блека-Шоулса; *графічного аналізу* – для ілюстрації висновків в ході досліджень.

Правове поле дослідження склали чинні законодавчі й нормативно-правові документи, Закони України, Постанови Верховної Ради України, Постанови Кабінету Міністрів України щодо регулювання діяльності учасників фондового ринку. Інформаційною базою дослідження є статистичні дані Першої Фондової Торгівельної Системи, аналітичні матеріали міжнародних рейтингових агентств, матеріали періодичних видань та засобів масової інформації, ресурси мережі Інтернет, результати досліджень автора.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає у формуванні теоретико-методологічного підґрунтя та практичного інструментарію дослідження тенденцій розвитку фондового ринку, зокрема:

*вперше:*

розроблено концепцію дослідження ціноутворення похідних фінансових інструментів на фондовому ринку. Побудована і реалізована система моделей дає можливість знайти наближену ціну деривативів, а в результаті передбачити стан та динаміку фондового ринку;

розроблено адитивну модель прогнозування індексу ПФТС з використання розподілу Пуассона, яка дозволяє досліджувати динаміку фінансових ресурсів і фондових показників у випадку, коли відсутній нормальний розподіл. Встановлено достатні умови, при яких результати досліджень наближаються до результатів з нормальним розподілом;

розроблено модель ціноутворення опціонів, породжених Бесселівськими процесами, яка дає можливість обчислити величину ринкового портфеля акцій та визначити рівень внутрішньої волатильності на ринку в будь-який момент часу, дозволяє дослідити динаміку фондового ринку та здійснити моніторинг фінансових потоків, за допомогою розкладу по системі функцій Бесселя першого роду при умові, яка враховує лінійну комбінацію потоку та швидкості його зміни за різними чинниками;

розроблено методичний підхід для знаходження подвійного бар'єрного опціону, який відповідає дифузійному процесу. Знайдено ціни двобар'єрних опціонів методами спектрального аналізу та розкладу функції Гріна в ряди Фур'є Бесселя для крайових задач сингулярних параболічних рівнянь. Такий підхід дозволяє з великою точністю обчислювати значення цін деривативів та проводити моніторинг зміни швидкості фінансових потоків;

знайдено аналітичну формулу для визначення наближеної ціни деривативів з стохастичною волатильністю залежною від  $l$ -швидко змінних та  $n$ -повільно змінних чинників,  $l \geq 1, n \geq 1, l \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$  і локальної змінної за допомогою спектральної теорії самоспряжених операторів у Гільбертовому просторі та хвильової теорії сингулярних і регулярних збурень;

розроблено модель знаходження величин фондових індексів, що відповідають динаміці фондового ринку та величини фінансових потоків, які описуються процесами Колмогорова. Така

модель дозволяє знаходити ціни деривативів та їхню волатильність, а також звести до мінімуму спекулятивні зміни в ціноутворенні;

методику знаходження значення імплікованої волатильності та послідовних наближень ціни деривативів для проведення аналізу проходження процесів на фондовому ринку, що дозволяє здійснювати корекцію і конкретні кроки для покращення ситуації щодо оптимізації фінансових стратегій;

*удосконалено:*

методичний підхід дослідження поведінки фондового ринку, показники якого мають розподіл Лапласа-Пуассона, застосовуючи швидко середню зміну волатильності, запропоновано ефективний метод для моделювання, аналізу і стійкої оцінки основних параметрів фондового ринку;

методичний підхід оцінювання опціонів, які породжуються дифузійними процесами, де дифузія залежить від двох груп змінних чинників, та алгоритм обчислення наближеної ціни деривативів і точності оцінок, що дозволяє проводити аналіз та зробити запобіжні висновки і пропозиції, щоб мінімізувати ризики щодо ціноутворення деривативів, які виникають на фондовому ринку;

*дістали подальшого розвитку:*

моделі динаміки волатильності індикаторів фондового ринку, які характеризують прибутковість або ціну ринкового портфеля та індексу ПФТС із застосуванням методів ARCH (*Autoregressive conditional heteroskedasticity*) моделювання, що дозволило встановити рівень системного ризику, а також знайти невизначеність, пов'язану з прогнозуванням динаміки індикаторів фондового ринку;

методи знаходження наближеної ціни для широкого класу деривативів, волатильність яких залежить від двох груп змінних чинників, за допомогою спектральної теорії та хвильової теорії сингулярних і регулярних збурень, встановлено аналітичну формулу наближеної ціни активів, які описуються моделлю CEV (*constant elasticity of variance model*) з стохастичною волатильністю;

модель Гобсона-Роджерса для дослідження динаміки індексу ПФТС та знаходження волатильності вартості фінансових інструментів, що дозволило запропонувати ефективний метод для моделювання, аналізу і стійкої оцінки важливих ринкових параметрів;

методи ціноутворення європейських та азійських опціонів на основі дослідження поведінки волатильності та аналізу дохідності, що дозволяє збільшити точність прогнозу та приймати обґрунтовані управлінські стратегічні рішення.

**Практичне значення одержаних результатів.** Одержані результати та практичні рекомендації становлять методичну основу дослідження тенденцій розвитку фондового ринку.

Результати наукових досліджень були використані в роботі Верховної Ради України (довідка № 025-12/07 від 19.12.2018 р.) для реалізації завдань в частині макроекономічної стабілізації та динамічного розвитку фінансового ринку, які застосовані у законотворчій діяльності Комітету з питань бюджету при опрацюванні законопроектів та підготовці відповідних пропозицій до законодавчих документів у сфері регулюванні операцій та інструментів фінансового ринку.

Теоретико-методологічні та практичні результати дисертаційної роботи були враховані при прийнятті інвестиційних рішень в діяльності страхової компанії «Приватне акціонерне товариство Страхова компанія «Євроінс Україна» (довідка № 01-12 від 18.12.2018 р.). Зокрема, при прогнозуванні поведінки динаміки фондового ринку України шляхом реалізації моделі шляхозалежної волатильності, яка володіє минулою інформацією та дозволяє моделювати поведінку інвесторів в різних ринкових умовах, в тому числі, у випадку раптового падіння ринку, а також відображає позитивні або негативні тенденції активу.

Науковий результат дисертаційного дослідження використано фахівцями АБ «УКРГАЗБАНК» для визначення ціни похідних цінних паперів за допомогою моделі Гобсона-Роджерса з метою вибору оптимального варіанту стратегії для підвищення продуктивності хеджування, а також визначення волатильності вартості становить практичний інтерес з точки зору диверсифікації ризиків операцій з фінансовими деривативами, моделювання, аналізу і оцінювання важливих ринкових параметрів (довідка № 17121/3771/2019 від 11.02.2019 р.).

Основні положення дисертаційної роботи впроваджено в навчальний процес ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника» при викладанні курсів «Аналіз фондових ринків та інвестиційних проектів», «Моделювання макроекономічних процесів» та «Моделі економічної динаміки» (довідка №01-15/03/2106 від 13.12.2018 р.).

**Особистий внесок здобувача** полягає у формуванні теоретико-методологічних основ та практичного інструментарію спектральних методів дослідження поведінки волатильності фондових ринків. Дисертаційна робота є завершеною самостійно виконаною науковою працею, у якій всі положення і пропозиції, винесені на захист, розроблені автором особисто. Внесок автора в роботи, виконані у співавторстві, відображено в переліку опублікованих праць за темою дисертації. В даній роботі не використовувались матеріали та висновки кандидатської дисертації автора.

**Апробація результатів дисертації.** Основні теоретичні положення та практичні результати дисертаційної роботи оприлюднено на 34 міжнародних науково-практичних конференціях: «Infinite dimensional analysis and topology» (м. Івано-Франківськ, 24-27 лютого 2009 р.); «Сучасні проблеми математики та її застосування» (м. Чернівці, 8-13 червня 2009 р.); «Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем» (м. Харків, 8-9 квітня 2010 р.); «Міжнародна

наукова конференція ім. М. Кравчука» (м. Київ, 13–15 травня 2010 р.); «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Ворохта, 25–28 березня 2010 р.); «Міжнародна математична конференція ім. В.Я. Скоробагатька» (м. Дрогобич, 19–23 вересня 2011 р.); «Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем» (м. Харків, 7–9 квітня 2011 р.); «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Ворохта, 20–26 лютого 2012 р.); «Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем» (м. Харків, 9–10 квітня 2012 р.); «Міжнародна наукова конференція ім. М. Кравчука» (м. Київ, 19–21 квітня 2012 р.); «АТАС-2012» (м. Микуличин, 20–23 вересня 2012 р.); «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Ворохта, 25 лютого–3 березня 2013 р.); «Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем» (м. Харків, 11–12 квітня 2013 р.); «Боголюбівські читання DIF-2013» (м. Севастополь, 23–30 червня 2013 р.); «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Ворохта, 24 лютого–2 березня 2014 р.); «Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем» (м. Харків, 3–12 квітня 2014 р.); «Міжнародна наукова конференція ім. М. Кравчука» (м. Київ, 15–17 травня 2014 р.); «Міжнародна наукова конференція ім. Г. Гана» (м. Чернівці, 30 червня–5 липня 2014 р.); «Матеріали всеукраїнської наукової конференції» (м. Поляниця, 7–18 липня 2014 р.); «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Ворохта, 25 лютого–1 березня 2015 р.); «Економічний і соціальний розвиток України в ХХІ столітті» (м. Тернопіль, 2–6 березня 2015 р.); «Міжнародна наукова конференція ім. Г. Гана» (м. Чернівці, 1–4 липня 2015 р.); «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Ворохта, 24–27 лютого 2016 р.); «Транскордонне співробітництво: ключові ідеї та перспективи» (м. Сучава, 20–22 травня 2016 р.); «Міжнародна наукова конференція ім. В.І. Фодчука» (м. Чернівці, 28–30 вересня 2016 р.); «Прикладні задачі математики» (м. Івано-Франківськ, 13–15 жовтня 2016 р.); «Моделювання економіки: проблеми, тенденції, досвід» (м. Тернопіль, 20–21 жовтня 2016 р.); «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Ворохта, 24–27 лютого 2017 р.); «Трансформація фінансових ринків в умовах глобальної нестабільності: реалії сьогодення та погляд у майбутнє» (м. Ірпінь, 30 жовтня 2017 р.); «Економічна кібернетика: перспективи розвитку інформаційної економіки» (м. Дніпро, 1–2 березня 2018 р.); «Стратегія і практика інноваційного розвитку фінансового сектору України» (м. Ірпінь, 20–22 березня 2018 р.); «Сучасні проблеми математики та її застосування» (м. Чернівці, 17–19 вересня 2018 р.); «Нелінійні проблеми аналізу» (м. Івано-Франківськ-Микуличин, 26–28 вересня 2018 р.);

**Публікації.** Основні положення дисертації опубліковано в 65 наукових працях, зокрема: 1 одноосібна монографія; 28 наукових статей у фахових наукових виданнях України, з них 16 - у виданнях, що внесені до міжнародних наукометричних баз даних; 1 - у періодичних наукових виданнях інших держав; 34 тез доповідей на міжнародних та всеукраїнських науково-практичних

конференціях. Загальний обсяг публікацій становить 49,13 ум. друк. арк., особисто здобувачу належить 45,01 ум. друк. арк.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел (278 найменувань на 27 сторінках), 2 додатків (на 14 сторінках), містить 13 таблиць та 33 рисунки, з яких повну сторінку займає 2 таблиці та 1 рисунок. Основний текст розміщено на 370 сторінках.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету, завдання, об'єкт і предмет дослідження, викладено методи дослідження, відображено наукову новизну та практичне значення одержаних результатів, наведено відомості щодо апробації результатів дослідження.

У першому розділі – **«Теоретико-методологічні основи дослідження динаміки фондового ринку»** встановлено, що фондовий ринок України є складною динамічною системою, який має за мету перерозподіл фінансових ресурсів як в межах економічної системи країни, так і поза нею, і є невід'ємною складовою світового фінансового ринку. Враховуючи останнє, операції з фінансовими інструментами, що здійснюються на фондовому ринку України знаходяться під впливом глобалізаційних процесів та характеризуються значною волатильністю цін та фінансових ризиків.

Доведено доцільність аналізу фондового ринку методами нелінійної динаміки, з врахуванням внутрішніх структурних та динамічних властивостей. Саме такий підхід до його дослідження дозволяє інтерпретувати спектр його поведінки, який є надзвичайно чутливим до зміни економічних трендів, а значення фондових індексів можна використовувати для побудови індикаторів чутливості системи до турбулентного середовища. В роботі фондовий ринок ототожнюється з ринком цінних паперів (короткострокових та довгострокових) і розглядається як частина фінансового ринку. Черговим чинником, який стимулює появу нових фінансових інструментів є нестабільність макроекономічного оточення, а циклічність розвитку економіки – від кризи до кризи, означає тривалу зміну кон'юнктури. Після періоду зростання та стабільності спостерігається неминучий спад і раптова (більшою або меншою мірою) економічна криза в регіоні чи світі, тому змінам у реальній економіці зазвичай передують сильні коливання на фінансових ринках. Падають у ціні базові цінні папери – акції, корпоративні та державні облігації, змінюються валютні курси, зростають процентні ставки за кредитами та інфляція. Значне збільшення обсягів оборотів і зростання швидкості проведення транзакцій призводить до того, що розміри турбулентності на фінансових ринках стають все більшими, і разом з фінансовими

потоками перетікають досить швидко між національними фінансовими ринками. Очевидно, що як емітенти, так і інвестори намагаються захистити себе від цього, шукаючи засоби у сфері фінансових інструментів.

Встановлено, що динамічний розвиток інноваційних фінансових інструментів має складний характер, який визначається як зовнішніми чинниками, які виникають внаслідок недосконалості фінансових ринків, та турбулентності макроекономічного оточення, так і внутрішніми, джерелом яких є потреба учасників фінансового ринку у створенні інструментів, котрі пом'якшують ризики, збільшують прибутки та підвищують його конкурентоспроможність. Тобто інноваційні фінансові інструменти спричинили значні зміни на фінансових ринках, стимулюючи їх розвиток: їхні розміри, які вимірюються вартістю та кількістю транзакцій, різко зросли, а їх ліквідність збільшилась. Вони надали ринковим суб'єктам доступ до фінансування за допомогою боргових та пайових інструментів, зробили більш гнучким та диверсифікованим процес формування структури капіталу, у тому числі, застосовуючи боргові свопи до власного капіталу, у чому надзвичайно ефективною є сек'юритизація. Таким чином, інноваційні фінансові інструменти стимулювали інституційний розвиток фінансових ринків. Зокрема, з'явилися нові установи, що спеціалізуються на транзакціях із застосуванням похідних фінансових інструментів (таких як, наприклад, хедж-фонди, компанії спеціального призначення), та традиційні – інвестиційні, пенсійні та страхові фонди значно збільшили діапазон своєї фінансової діяльності. Завдяки арбітражним стратегіям та впливу активів на ціни, валютні курси і процентні ставки сприяють більшій прозорості на ринках і прогнозуванню змін. Основною функцією деривативів є захист від ризиків (цінового, валютного, ризику процентних ставок та кредитного), що значно сприяє суб'єктам у фінансовій діяльності та виході на міжнародні ринки. Завдяки цьому, результати діяльності суб'єктів ринку є більш передбачуваними, а їх конкретний рівень, встановлений у бюджетах, є забезпеченим. Суб'єкти, які проявляють меншу схильність до ризику, здатні за їх допомогою (сек'юритизація) екстраполювати ризик на тих, що мають на нього більший попит. Саме тому, запропоновано використовувати методи спектрального аналізу для дослідження закономірностей динаміки часових рядів показників фондового ринку, які дозволяють ефективно визначати кількісні сторони існуючих закономірностей та відслідковувати динаміку процесів, що протікають на ньому.

Встановлено, що поява нових фінансових інструментів, в тому числі деривативів обумовлена такими детермінантами як зростання конкуренції на фінансовому ринку, фінансовою глобалізацією, змінами у фінансовому регулюванні, фінансовими ризиками, рівнем економічного розвитку та політичним тиском (рис. 1).



Рис. 1. Детермінанти поширення похідних фінансових інструментів

Доведено, що складовим елементом фондового ринку є ринок деривативів, головним завданням яких є хеджування ризиків, що супроводжують операції з базовими фінансовими інструментами. При цьому одним із основних параметрів, що характеризують операції з деривативами, є волатильність.

Доведено, що високий ступінь складності деяких похідних інструментів та поява багатьох прошарків посередників під час сек'юритизаційних транзакцій ведуть до того, що фінансові ринки перестають бути прозорими. Наразі можливості раціонального вибору типових деривативів для ефективного захисту як продавців, так і інвесторів від ризиків є обмежені. Усе це дає підстави вважати, що вони є однією з основних причин періодичних розладів на фінансових ринках та виникнення криз не лише локального і регіонального, але й глобального масштабу, з огляду на легкість їхнього поширення.

В роботі встановлено, що оцінка впливу похідних фінансових інструментів як на мікро-, так макрорівнях є амбівалентною, а її застосування значно збільшує можливості управління ризиками для учасників фондового ринку, а відтак може визначати обсяги і різноманіття реалізованих ними фінансових операцій з екстраполяцією на економічне зростання та добробут окремих країн. Втім їхнє складне, багаторівневе і ризиковане використання, за відсутності відповідних правил та контролю з боку регуляторів на національному та міжнародному рівнях веде до зростання турбулентності фінансових ринків.

Сформульовані в дослідженні гіпотези, отримані на їх основі концептуальні положення (рис. 2), а також розроблена методологія моделювання ціноутворення опціонів дає можливість передбачати результати цілеспрямованих дій учасників фондового ринку та робити корекцію поведінки на основі впливу різноманітних чинників, які присутні на ринку.



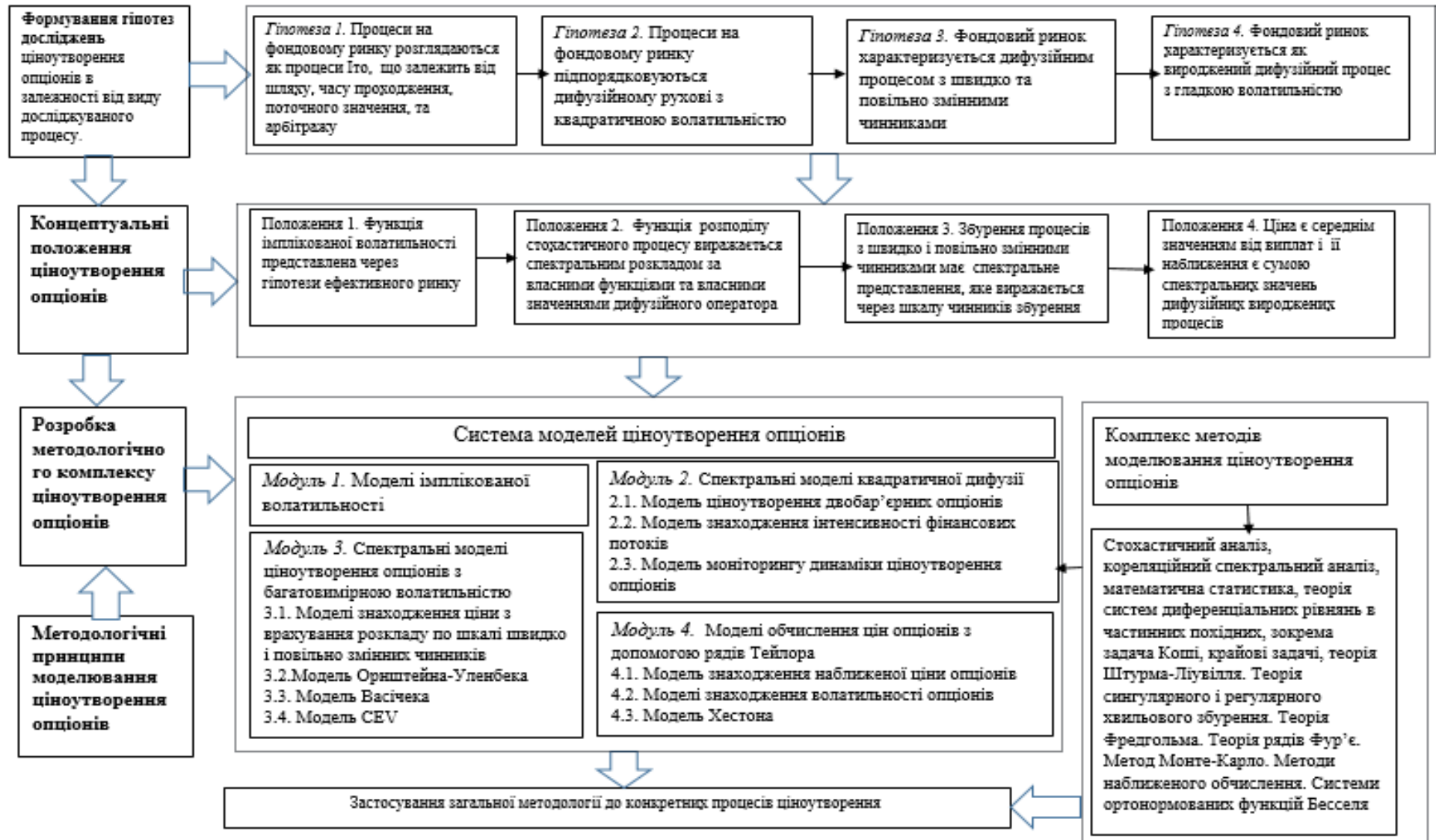


Рис. 2. Концептуальна схема дослідження ціноутворення на фондовому ринку

У другому розділі – «Ретроспективні причинно-наслідкові моделі розвитку фондового ринку» досліджено тенденцію розвитку фондового ринку за допомогою стохастичних моделей волатильності.

При виборі моделі встановлення цін враховано склад, структуру волатильності та середній рівень її зміни, запропоновано ефективний метод для аналізу і оцінки важливих ринкових параметрів. Досліджено вплив стохастичної волатильності на ціну похідних фінансових інструментів. Переваги такого підходу полягають у можливості точного визначення виду функції від змінної, коли ціни опціонів узгоджуються з ринковими цінами. Якщо для броунівського руху  $W$  позначити через  $S_t$  біржову ціну,  $Z_t = \ln(e^{-rt} S_t)$ , а через  $M_t$  і  $D_t$  відповідно тенденції і відхилення процесів, то ціна  $U$  опціону з терміном погашення  $T$ , має вигляд

$$U(S_t, t) = e^{-r(T-t)} K w(r(T-t) + \ln(S_t / K), M_t - \ln K, T-t),$$

де  $K$  – початкова ціна опціону,  $w = w(x, y, t)$  є розв'язком задачі Коші

$$\frac{\sigma^2(x-y)}{2}(\partial_{xx} w - \partial_x w) + (x-y)\lambda\partial_y w - \partial_t w, \quad \text{в } R^2 \times [0, T], \quad (1)$$

$$w(x, y, 0) = (e^x - 1)^+ \quad \text{при } (x, y) \in R^2. \quad (2)$$

На рис. 3 наведено імпліковану волатильність проти скоригованої логарифмічної грошової поверхні для значень індексу ПФТС протягом 2017 року

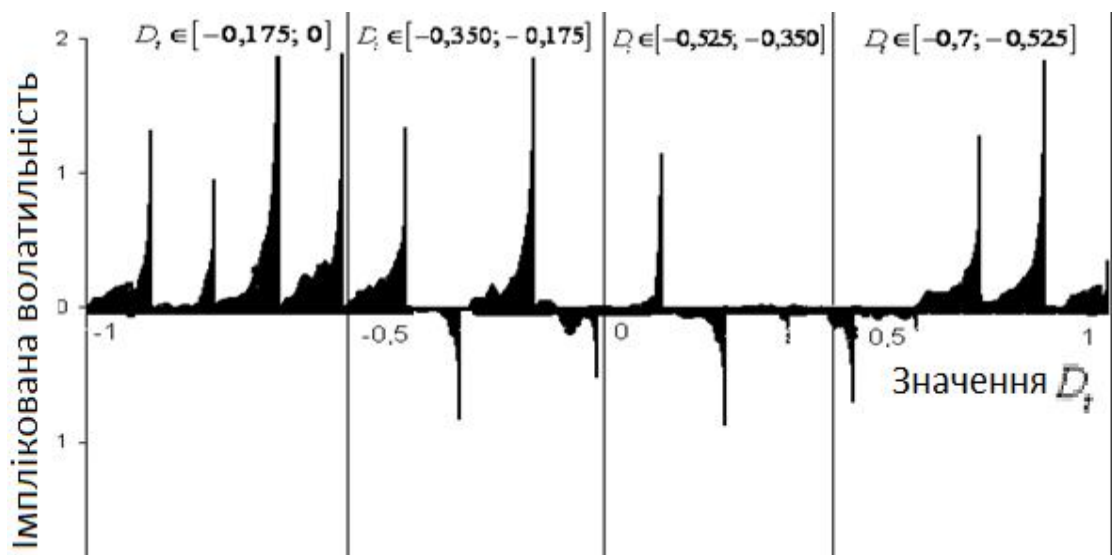


Рис.3. Еволюція значень імплікованої волатильності побудованої за значеннями

логіфічної грошової поверхні  $\frac{\ln(e^{r(T-t)} S_t / K)}{\sqrt{T-t}}$  за згрупованими значеннями тренду відхилень  $D_t$  для індексу ПФТС в 2017 році.

На основі застосування моделі Гобсона-Роджерса досліджено динаміку індексу ПФТС та знайдено волатильність вартості фінансових інструментів, операції з якими відбуваються на фондовій площадці. Застосовуючи швидку середню зміну волатильності, запропоновано ефективний метод для моделювання, аналізу і стійкої оцінки важливих ринкових параметрів.

Розраховані ціни опціонів за допомогою моделі Гобсона-Роджерса дозволяють обрати найкращий варіант стратегії для підвищення ефективності хеджування. Використано гнучку схему зважування, що відповідає скінченному горизонту часу.

Встановлено, що на відміну від стандартних локальних або стохастичних моделей волатильності, у випадку раптового падіння ринку, шляхозалежна модель волатильності може бути використана для автоматичного підвищення рівня волатильності з метою гармонізації динаміки фондового ринку.

Проаналізовано стан розвитку фондового ринку, умови та ефективність перерозподілу фінансових ресурсів, які багато в чому відображаються у відповідних фондових індексах, які є агрегованим показником змін на цьому сегменті ринку. Для прогнозування динаміки фондових ринків досліджено тенденції його розвитку (рис.4).

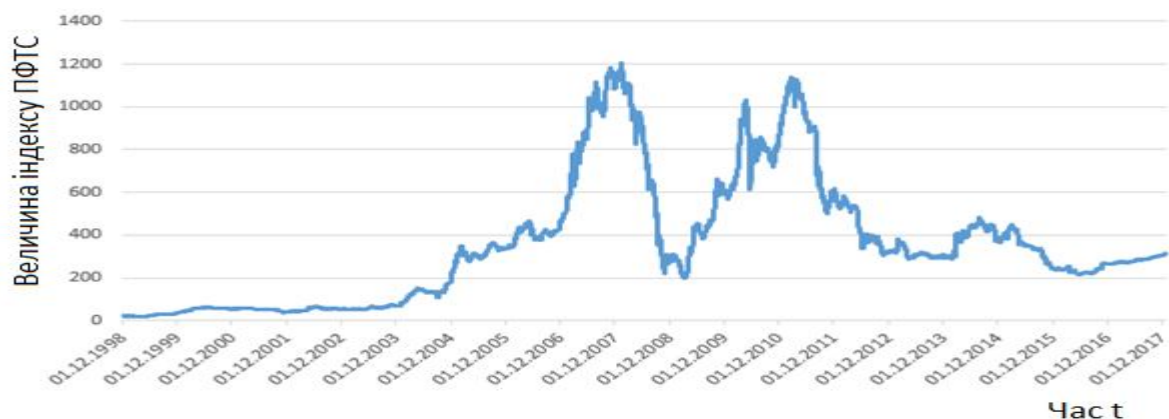


Рис. 4. Динаміка індексу ПФТС з 03.10.1997 р. по 30.12.2017 р.

Встановлено, що існуюча динаміка часових інтервалів значень фондового індексу ПФТС не дає можливості побудувати єдину модель відповідних прогнозних оцінок. Більш того, застосування вінеровської моделі опису такого процесу, як найбільш поширеної серед брокерів та інвесторів, є також малоприсадною, що обумовлює іншу сторону невизначеності – побудову адекватної прогнозної моделі.

Розроблено методи прогнозування і моніторингу, для щоденних та середньотижневих значень індексу ПФТС, підтверджено подвійний експоненціальний розподіл або розподіл Пуассона. Розроблено адитивну модель з розподілом Пуассона для прогнозування індексу ПФТС, яка дозволяє досліджувати динаміку основних параметрів

фінансових інструментів і фондових показників у випадку, коли відсутній нормальний розподіл. Встановлено достатні умови, при яких результати досліджень наближаються до результатів з нормальним розподілом.

На рис. 5. наведено фактичні та прогнозні значення індексу ПФТС 01.09.2017 р. по 06.10.2017 р., знайдені на основі адитивної моделі з розподілом Пуассона, яка має вигляд  $\tilde{x}_t = \tilde{x}_{t-1} + \tilde{\alpha}_t$ , де  $\tilde{x}_t, \tilde{x}_{t-1}$  – обсяг фінансового ресурсу на момент часу  $t$  і  $t-1$  ( $t \in 0:T$ ), а  $\tilde{\alpha}_t$  – абсолютний приріст величини ресурсу за момент часу  $[t-1, t]$ .

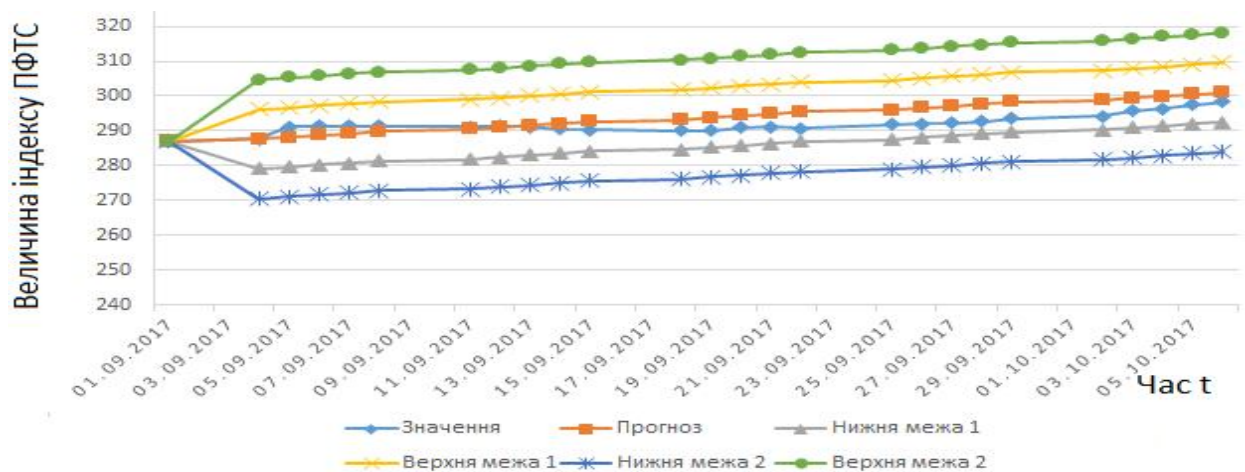


Рис. 5. Прогнозні і фактичні щоденні значення індексу ПФТС за період з 01.09.2017 р. по 06.10.2017 р.

На основі проведених розрахунків (рис. 5) зроблено висновок про те, що істотних відхилень прогнозних від фактичних значень не спостерігається. Розроблена адитивна модель з розподілом Пуассона для прогнозування індексу ПФТС має універсальний характер, що, в свою чергу, зумовлює можливості для ефективного використання при роботі з широким спектром фінансових ресурсів і показників.

На основі дослідженої невизначеності ринку доведено за допомогою моделей ARCH існування залежностей причинно-наслідкового характеру між індексом ПФТС та світовими індексами DJIA, NASDAQ Composite, DAX та PTC, що безпосередньо використовується для моделювання і прогнозування курсів окремих фінансових інструментів.

Досліджено динаміку волатильності індикаторів фондового ринку, які характеризують прибутковість або ціну ринкового портфеля та індексу ПФТС із застосуванням методів ARCH моделювання. За допомогою даної моделі визначено рівень

системного ризику та встановлено невизначеність, пов'язану з прогнозуванням динаміки індикаторів фондового ринку.

У третьому розділі – «Спектральне моделювання дифузійних процесів ціноутворення» запропоновано методичний підхід для обчислення цін деривативів з використанням функції Гріна (функції розподілу) для дифузійного процесу Бесселя двохбар'єрного опціону. Такий підхід, на відміну від існуючих методів, дозволяє визначати ціну опціонів на відсоткову ставку, визначити ризик і дохідність похідних фінансових інструментів фондового ринку.

Застосовано спектральний метод до ціноутворення похідних фінансових інструментів через представлення ціни похідного активу (фінансового деривативу))  $w(t, x)$ , нейтрального до ризику за допомогою деякої функції майбутньої ціни основного активу (товари, цінні папери тощо, які є предметом виконання зобов'язань за деривативом)  $X$ , тобто розглядається задача Штурма-Ліувілля.

$$x^2 w_k'' + x w_k' + (\lambda_k^2 x^2 - p^2) w_k = 0, \quad (3)$$

$$|w_k|_{x=0} < +\infty, \quad (4)$$

$$\alpha w_k'(x_0) + \beta w_k(x_0) = 0. \quad (5)$$

Доведено, що дана задача має єдиний розв'язок. Після певних перетворень нами отримано функціональні залежності які описують фінансові потоки на фондовому ринку:

$$w(t, x) = \sum_{n=0}^{\infty} K c_n e^{-\left(\frac{\mu_n}{R-1-\ln\frac{R}{L}}\right)^2 (T-t)} J_p\left(\frac{\mu_n(x-K-\ln\frac{R}{L})}{R-L-\ln\frac{R}{L}}\right),$$

де  $J_p\left(\frac{\mu_n(x-K-\ln\frac{R}{L})}{R-L-\ln\frac{R}{L}}\right)$  – функції Бесселя,  $\mu_n$  – корені рівняння (3),  $c_n$  – коефіцієнти розкладу в ряд,  $L < x < R$ ,  $L, R$  – бар'єри,  $K$  – страйк (ціна виконання).

Для аналітичного задання ціни деривативів нами використано розклад функції Гріна по системах функцій Бесселя, для двохбар'єрної задачі, яка має вигляд

$$G(t - \beta, x, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \xi J_p\left(\frac{\mu_n \xi}{x_0}\right) J_p\left(\frac{\mu_n x}{x_0}\right) e^{-\frac{\mu_n^2}{x_0^2} (t-\beta)} \left(\int_0^{x_0} y J_p^2\left(\frac{\mu_n y}{x_0}\right) dy\right)^{-1},$$

$$w(t, x) = \int_0^x G(t - \tau, x, \xi) f(\tau, \xi) d\xi.$$

У випадку, коли стохастична крайова задача задовольняє крайові умови

$$w_x'(t, L) = w_x'(t, H) = 0, \quad (6)$$

або

$$w_x'(t, L) + h w(t, L) = 0, \quad w_x'(t, H) + h w(t, H) = 0, \quad h > 0, \quad (7)$$

то

$$w(t, x) = \int_0^{\ln \frac{H}{L}} (e^{\xi} L - K)^+ \mathbb{I}_{(L < x(t) < H; t \in [0, T])} G(t, x, \xi) d\xi.$$

де  $G(t, x, \xi)$  виражається формулою, як і у випадку двохбар'єрної задачі для опціонів, але з іншими коренями  $\mu_n$ , взятими відповідно до крайових умов. Використовуючи задачу (3) з крайовими умовами (6) і (7), нами охарактеризовані інтенсивності фінансових потоків.

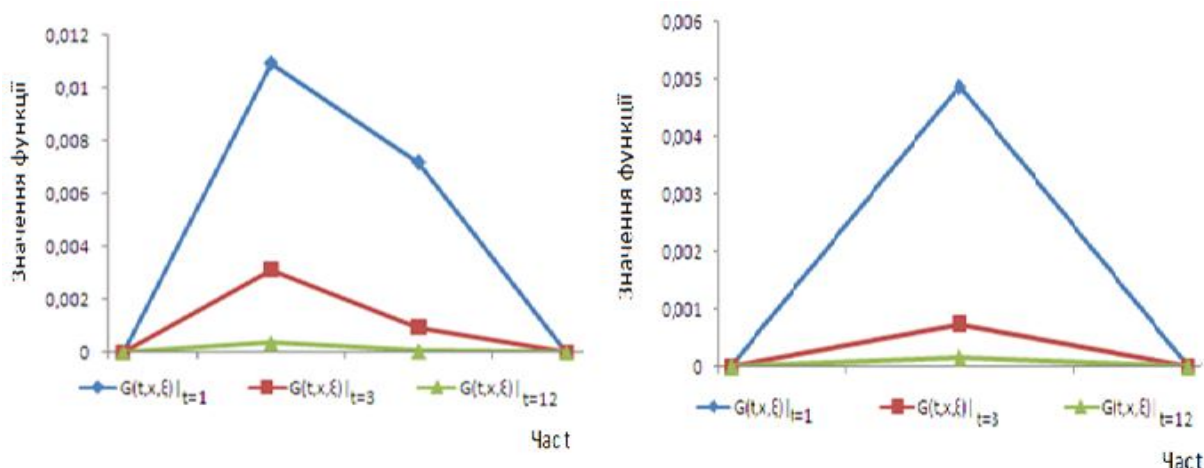


Рис.6. Графік функції Гріна, як щільності розподілу процесів, які описують для двохбар'єрних опціонів величину ціни (зліва) та швидкість зміни ціни (справа) відповідно при  $L = 90$ ,  $H = 120$ ,  $\xi = 0,5$ .

Доведено, що поведінка похідних фінансових інструментів, зокрема, опціонів, яка описується стохастичними процесами, допускає явне представлення їх функцій щільності розподілів, що значно полегшує статистичну оцінку їхніх параметрів в процесі моніторингу ціноутворення деривативів та дослідження поведінки волатильності при аналізі доходності та прийняття стратегічних управлінських рішень щодо здійснення операцій на фондовому ринку.

Встановлено, що обґрунтованість стратегічних рішень для здійснення інвестицій, з метою збереження стратегічних позицій компанії на фондовому ринку реалізується за допомогою оцінювання інтенсивності Беселівських дифузійних процесів методами спектральної теорії.

Доведено, що спектральні методи, є ефективним інструментом для ціноутворення деривативів. Ефективне знаходження швидкості зміни росту портфеля акцій, величини фінансового потоку, а також дослідження темпів зростання ринкового портфеля, що забезпечує вимір внутрішньої волатильності на ринку в будь-який момент часу, реалізується за допомогою розв'язання задачі Штурма-Ліувілля для дифузії Бесселя з



крайовими умовами, в яких похідна фінансового потоку по ціновій змінній в комбінації з величиною потоку перетворюється в нуль.

Розроблено підхід до дослідження ціноутворення європейських опціонів, породжених Бесселівськими процесами. Для цього розглянуто фінансові потоки, породжені процесами Бесселівської дифузії, які розкладено по системі функцій Бесселя першого роду при умові, яка враховує лінійну комбінацію потоку та його просторової похідної. Цей розклад дозволяє обчислити величину ринкового портфеля акцій, визначити рівень внутрішньої волатильності на ринку, а також дає можливість дослідити динаміку фондового ринку.

У четвертому розділі – «Розробка та реалізація моделей багатфакторної волатильності деривативів методами спектрального аналізу» розроблено модель визначення наближеної ціни для широкого класу похідних фінансових інструментів. Встановлено, що виплати за деривативами можуть бути шляхозалежними, а процес, що лежить в їх основі може проявляти стрибок, інтенсивність якого залежить від багатовимірної волатильності. Встановлено, що ціна опціонів залежить від стохастичної волатильності, яка описується шляхозалежним процесом. Знаходження ціни деривативів зводиться до розв'язання задачі знаходження власних значень і власних функцій конкретного рівняння, що відповідає даній моделі.

Основні результати спектрального аналізу наведені за допомогою формул (8-10) та сформульованих і доведених теорем 1-3

$$(-\partial_t + \langle \mathcal{Q}_2 \rangle) w_{\bar{0}, \bar{0}'} = 0, \quad w_{\bar{0}, \bar{0}'}(0, x, z_1, \dots, z_n) = H(x), \quad (8)$$

$$(-\partial_t + \langle \mathcal{Q}_2 \rangle) w_{\bar{1}, \bar{0}'} = \mathcal{A}_j w_{\bar{0}, \bar{0}'}, \quad w_{\bar{1}, \bar{0}'}(0, x, z_1, \dots, z_n) = 0, j = \overline{1, l}. \quad (9)$$

$$(-\partial_t + \langle \mathcal{Q}_2 \rangle) w_{\bar{0}, \bar{1}_i'} = \mathcal{B}_i \partial_{z_i} w_{\bar{0}, \bar{0}'}, \quad w_{\bar{0}, \bar{1}_i'}(0, x, z_1, \dots, z_n) = 0, i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

де  $\mathcal{Q}_2$  – самоспряжений оператор Гільбертового простору,  $H(x)$  – виплата за похідним активом,  $w_{\bar{0}, \bar{0}'}, w_{\bar{1}, \bar{0}'}, w_{\bar{0}, \bar{1}_i'}$  – коефіцієнти розкладу ціни деривативу по шкалі відповідних чинників,  $\mathcal{A}_j, \mathcal{B}_i$  – коефіцієнти розкладу в ряд по власних функціях.

**Теорема 1:** Припустимо, розв'язане наступне рівняння для знаходження власного значення:

$$-\langle \mathcal{Q}_2 \rangle \psi_n = \lambda_n \psi_n, \quad \psi_n \in \text{dom}(\langle \mathcal{Q}_2 \rangle),$$

а також що  $H \in \mathcal{H}$ . Тоді розв'язок  $w_{\bar{0}, \bar{0}'}$  має вигляд:

$$w_{\bar{0},\bar{0}^T} = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \psi_n T_n, \quad c_n = (\psi_n, H), \quad T_n = e^{-t\lambda_n}.$$

**Теорема 2:** Нехай  $c_n, \psi_n, T_n$  описуються за допомогою Теорема 1. визначимо

$$\mathcal{A}_{jk,n} := (\psi_k, \mathcal{A}_j \psi_n), \quad U_{k,n} := \frac{T_k - T_n}{\lambda_k - \lambda_n}, k \neq n.$$

Тоді розв'язок  $w_{\bar{1}_j, \bar{0}^T}$  рівняння (9) має вигляд:

$$w_{\bar{1}_j, \bar{0}^T} = \sum_n \sum_{k \neq n} c_n \mathcal{A}_{jk,n} \psi_k U_{k,n} - \sum_n c_n \mathcal{A}_{jn,n} \psi_n t T_n.$$

**Теорема 3:** Нехай  $c_n, \psi_n$  і  $T_n$  визначені з теорема 1, а  $U_{k,n}$  з теорема 2 то матимемо

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{B}}_{ik,n} &:= (\psi_k, \mathcal{B}_i \partial_{z_i} \psi_n), \quad \mathcal{B}_{ik,n} := (\psi_k, \mathcal{B}_i \psi_n) \\ V_{ik,n} &:= \frac{T_k - T_n}{(\lambda_k - \lambda_n)^2} + \frac{t T_n}{\lambda_k - \lambda_n}, k \neq n. \end{aligned}$$

Тоді розв'язок  $w_{\bar{0}, \bar{1}_i^T}$  рівняння (9) має вигляд:

$$\begin{aligned} w_{\bar{0}, \bar{1}_i^T} &= \sum_n \sum_{k \neq n} c_n \tilde{\mathcal{B}}_{ik,n} \psi_k U_{ik,n} - \sum_n c_n \tilde{\mathcal{B}}_{in,n} \psi_n t T_n + \\ &+ \sum_n \sum_{k \neq n} (\partial_{z_i} c_n) \mathcal{B}_{ik,n} \psi_k U_{ik,n} - \sum_n (\partial_{z_i} c_n) \mathcal{B}_{in,n} \psi_n t T_n \\ &+ \sum_n \sum_{k \neq n} c_n \mathcal{B}_{ik,n} \psi_k (\partial_{z_i} \lambda_n) V_{ik,n} - \sum_n c_n \mathcal{B}_{in,n} \psi_n (\partial_{z_i} \lambda_n) \frac{1}{2} t^2 T_n. \end{aligned}$$

На основі теорем 1-3 наближений розв'язок має вигляд

$$w^{\bar{\varepsilon}, \bar{\delta}^T} \approx w_{\bar{0}, \bar{0}^T} + \sum_{j=1}^l \sqrt{\varepsilon_j} w_{\bar{1}_j, \bar{0}^T} + \sum_{i=1}^n \sqrt{\delta_i} w_{\bar{0}, \bar{1}_i^T}.$$

У роботі розглядається модель варіації сталої еластичності CEV з багатовимірною стохастичною волатильністю. Використовуючи спектральну теорію самоспряжених операторів у Гільбертовому просторі та хвильову теорію сингулярних і регулярних збурень, встановлено аналітичну формулу наближеної ціни активів, які описуються моделлю CEV зі стохастичною волатильністю залежною від  $l$ -швидкозмінних та  $n$ -повільнозмінних чинників,  $l \geq 1, n \geq 1, l \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$  і локальної змінної. Вважатимемо, що актив задається через  $S_t = \mathbb{I}_{\{t > \tau\}} X_t$ . Оскільки  $S$  повинно бути додатним, простором станів  $X$  буде  $e_1, e_2 = (0, \infty)$ . Багатовимірна дифузія утворюється на скачку дефолту моделі сталої варіації. Зокрема,  $\mathbb{F}$  динаміка  $X$  до дефолту задаються:



$$dX_t = (\mu + cX_t^{2\eta})X_t dt + (f(Y_1, \dots, Y_1, Z_1, \dots, Z_n)X_t^\eta)X_t d\tilde{W}_t^\alpha, \quad h(X_t) = \mu + cX_t^{2\eta}.$$

Для зручності обчислень безризикова відсоткова ставка рівна нулю:  $r = 0$ .  
 Константи  $\mu$  і  $c$  строго додатні. Як завжди,  $Y_1, \dots, Y_1$  і  $Z_1, \dots, Z_n$  є швидко і повільно змінні фактори волатильності. Зауважимо, що волатильність  $X$  має і локальну компоненту  $X_t^\eta$  і нелокальні чинники багатовимірності  $f(Y_1, \dots, Y_1, Z_1, \dots, Z_n)$ . Припустимо, що  $\eta < 0$ , тобто  $X_t^\eta$  зростає при спаданні  $X_t$ , відображаючи той факт, що ціни і волатильність мають від'ємну кореляцію. Стохастичний рівень ризику  $h(X_t)$  також зростає, коли  $X$  спадає, тобто ймовірність дефолту збільшується, коли  $X$  прямує до нуля. Відзначимо, що  $S \in \mathbb{F}$  мартингалом. Обчислимо наближену ціну європейського опціону, що описується за допомогою  $S$ . Виграш європейського опціону з ціною виконання  $K > 0$  можна розкласти наступним чином:

$$(K - S_t)^+ = (K - X_t)^+ \mathbb{1}_{\{\tau > t\}} + K(1 - \mathbb{1}_{\{\tau > t\}}). \quad (11)$$

Перший доданок в правій частині (11) є виграшем опціону до дефолту в час  $t$ . Другий член представляє виграш опціону даного після дефолту, який може відбутися в час  $t$ . Орієнтовну вартість європейського опціону тепер можна обчислити на основі теорем 1-3. Волатильність опціону  $I^{\epsilon, \delta}$  з ціною  $w^{\epsilon, \delta}(t, x; K)$  визначається використанням  $w^{\epsilon, \delta}(t, x; K) = w^{BS}(t, x, I^{\epsilon, \delta}; K)$ , де  $w^{BS}(t, x, I^{\epsilon, \delta}; K)$  ціна Блека-Шоулза з волатильністю  $I^{\epsilon, \delta}$ . Результати обчислень цін європейських опціонів наведено на рис. 7.

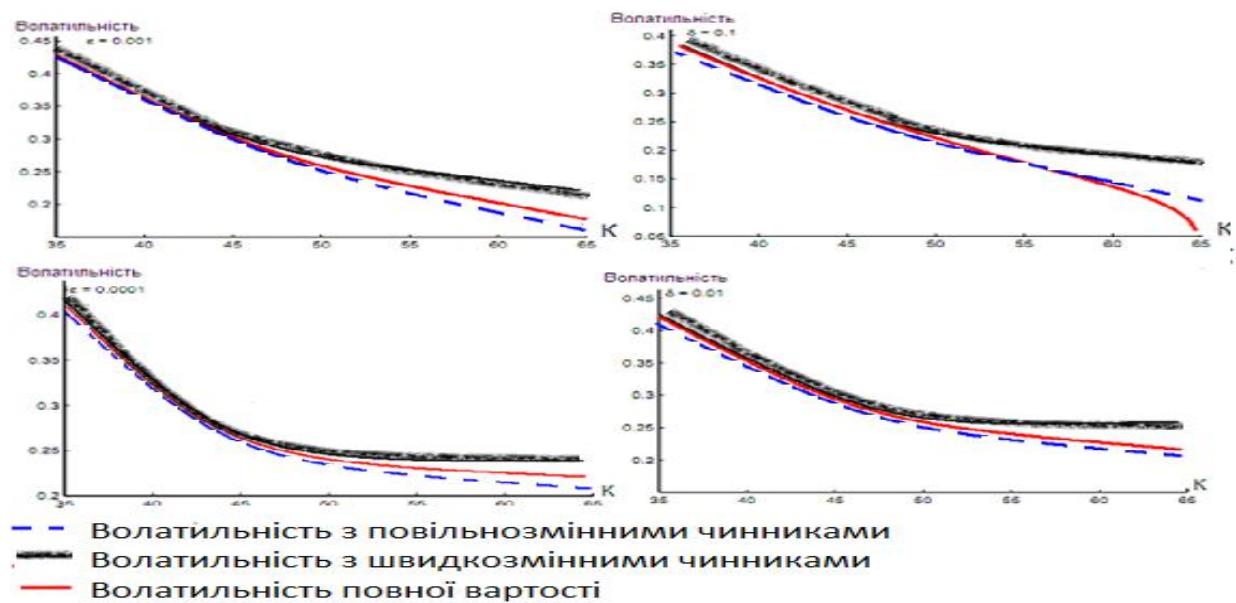


Рис.7. Динаміка волатильності цін європейських опціонів

В лівій стороні рис. 7 побудовано волатильність, яка залежить від ціни  $w_{0,0} + \sqrt{\epsilon}w_{1,0}$  опціону для моделі, яка має тільки швидкозмінні чинники волатильності.

Динаміка  $Y$  і функція волатильності  $f$  задаються формулою.

$$dY_t = \left( -\frac{1}{\epsilon}Y_t - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}\beta \text{Erf}(Y_t) \right) dt + \beta d\tilde{W}_t^Y, \quad f(Y_t) = \frac{\sigma \exp(Y_t)}{\exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right)},$$

$$\text{Erf}(y) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt.$$

Для порівняння, побудовано волатильність, повної вартості  $w^\epsilon$  і в правій стороні рис. 7 наведено волатильність, викликану наближеною ціною  $w_{0,0} + \sqrt{\delta}w_{1,0}$  опціону для моделі, яка має тільки повільно мінливий чинник волатильності. Динаміка  $Z$  і функція волатильності  $f$  задаються

$$dZ_t = \left( -\delta Z_t - \sqrt{\delta}g \text{Erf}(Z_t) \right) dt + g d\tilde{W}_t^Z, \quad f(Z_t) = \frac{\sigma \exp(Z_t)}{\exp(z)}.$$

Побудовано волатильність, повної вартості  $w^\delta$  і  $w_{0,0}$ . Як і слід було очікувати, при  $\epsilon \rightarrow 0$  і  $\delta \rightarrow 0$ , які прямує до нуля, волатильність прямує до ціни волатильності, імплікованої повною ціною.

Орієнтовні ціни опціонів обчислені на основі теорем 1 – 3.

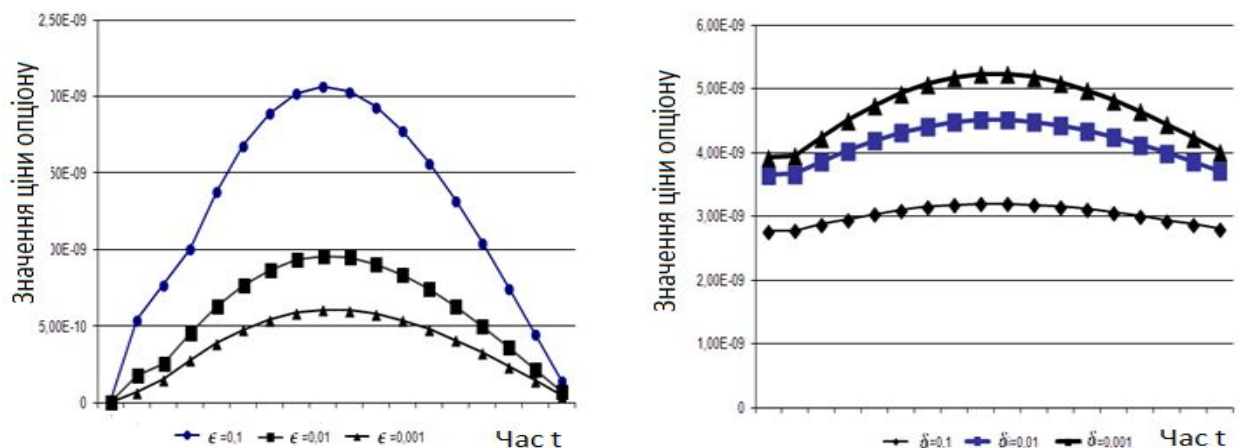


Рис. 8. Ціна опціону з подвійним бар'єром  $L = 300, K = 350, R = 400$ ,

$$y = 0, z = 2, \beta = 1, \sigma = 0,34, r = 0,05, g = 2, \rho_{xy} = 0,5, \rho_{xz} = 0,18, \rho_{yz} = 0,18.$$

В лівій частині рис. 8 зображена наближена ціна  $w_{0,0} + \sqrt{\epsilon} w_{1,0}$  з подвійним бар'єром опціону для моделі, яка має тільки швидкозмінні чинники волатильності. Права частина рис. 8 репрезентує наближену ціну  $w_{0,0} + \sqrt{\delta} w_{0,1}$  з подвійним бар'єром опціону на основі моделі, яка містить чинники волатильності, що змінюються повільно.

Удосконалено модель знаходження наближеної ціни для широкого класу деривативів. Використовуючи спектральну теорію самоспряжених операторів у Гільбертовому просторі та хвильову теорію сингулярних і регулярних збурень, встановлено аналітичну формулу наближеної ціни активів, які описуються моделлю CEV з стохастичною волатильністю, яка залежить від  $l$ -швидкозмінних та  $n$ -повільнозмінних чинників.

Розроблено алгоритм знаходження наближеної ціни двохбар'єрних опціонів та знайдено явні формули для знаходження вартості деривативів на основі розкладу за власними функціями та власними значеннями самоспряжених операторів з використанням крайових задач для сингулярних і регулярних збурень. Встановлено теорему оцінки точності наближення цін деривативів, за шкалами систем повільно- і швидкодіючих чинників, від яких залежить волатильність похідних фінансових інструментів.

Розроблено методи обчислення наближеної ціни опціонів за допомогою інструментів спектрального аналізу, сингулярної та регулярної хвильової теорії у випадку впливу швидко- та повільнодіючих чинників. Комбінуючи методи з спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень, наближено обчислено ціну похідних фінансових інструментів, у вигляді розкладу за власними функціями, працюючи з інфінітезимальними генераторами багатовимірної дифузії.

У п'ятому розділі – **«Моделі ціноутворення деривативів та волатильності вироджених дифузійних процесів»** розроблено модель ціноутворення похідних цінних паперів, знайдено імпліковану волатильність за допомогою класичного наближення рядів Тейлора при умові, коли стохастичний процес описується рівнянням дифузії з інерцією.

Враховуючи, що фактично у фінансовій індустрії, параметри моделі для нейтральної для ризику динаміки системи безпеки регулярно отримують шляхом калібрування на ймовірну поверхню волатильності фінансових потоків, запропоновано методика обчислення ймовірних коливань.

Розглянемо  $\partial_t - x\partial_y + \frac{\epsilon^{\mathcal{Y}}}{2}(\partial_x^2 - \partial_x)$  – оператор Колмогорова, що відповідає виродженій моделі Хестона (виродження по  $y$ ),  $\bar{y}$  – фіксоване

$$\partial_t - x\partial_y + \frac{\epsilon^{\mathcal{Y}}}{2}(\partial_x^2 - \partial_x) = -\frac{\epsilon^{\mathcal{Y}}}{2} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h!} (y - \bar{y})^h (\partial_x^2 - \partial_x).$$

Перше наближення дохідності має вигляд

$$w_1 = \frac{e^y}{2} \left( (y - \bar{y})(T - t) - x \frac{(T-t)^2}{2} - \frac{e^y}{12} (4\partial_x + 1)(T-t)^3 \right) (\partial_x^2 - \partial_x) w^{BS}$$

$w_0 = w^{BS}$  функція Блека-Шоулса - це функція залежності ціни від волатильності в точці

$$\sigma_0 = \frac{e^y}{2}, \text{ ціна опціону } w(t, x) \in (e^x - e^x, e^x).$$

Знайдемо наближення волатильності підставимо  $w_1$  в формулу  $\sigma_1 = \frac{w_1}{\partial_\sigma w^{BS}}$ .

$$\sigma_1 = -\frac{e^y}{6} \left( x - \kappa - \frac{e^y}{2} (T-t) \right) (T-t) + \frac{e^y}{2} \left( (y - \bar{y}) - \frac{x(T-t)}{2} - \frac{e^y}{12} (T-t)^2 \right)$$

$$\text{Аналогічно знаходимо } \sigma_2 = \frac{w_2 - \frac{1}{2} \sigma_1^2 \partial_\sigma^2 w^{BS}}{\partial_\sigma w^{BS}}$$

Одержані значення імплікованої волатильності і послідовних наближень ціни дають можливість зробити аналіз процесів на фондовому ринку, а також проводити корекцію і конкретні кроки для покращення ситуації щодо оптимізації фінансових стратегій. Знання наближеної ціни та імплікованої волатильності на кожному кроці в фіксований момент часу дає можливість позбутися спекулятивних змін у ціноутворенні.

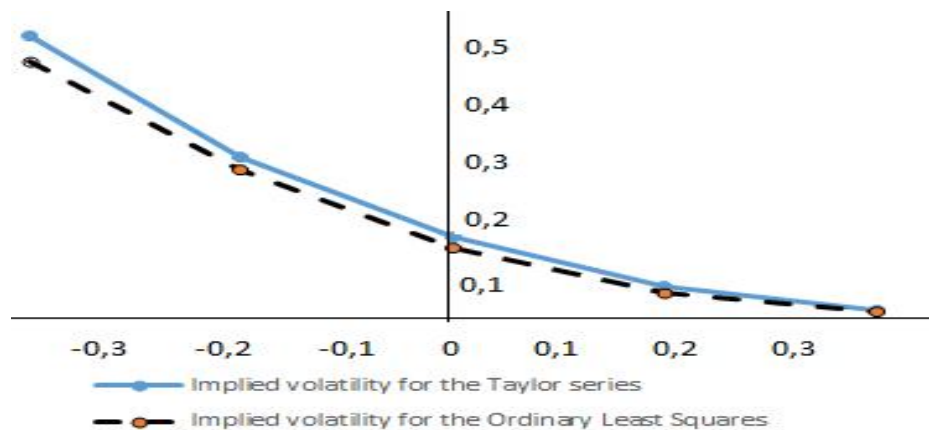


Рис.9. Імплікована волатильність, отримана за допомогою методу найменших квадратів та наближення другого порядку за допомогою ряду Тейлора для виродженої моделі Хестона  $e^y = 0,249^2$ ,  $T = 0.125$ ,  $t = 0$ .

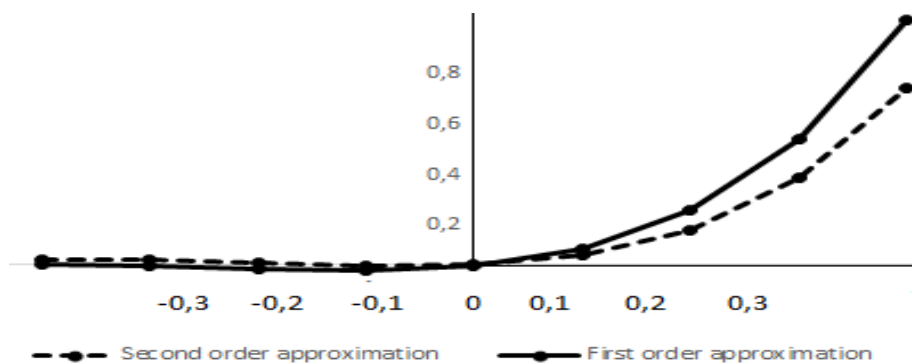


Рис. 10. Крива дохідності апроксимації першого та другого порядку, отримані за допомогою ряду Тейлора для виродженої моделі Хестона  $e^y = 0,249^2$ ,  $T = 0.125$ ,  $t = 0$ .

Розглянуто вироджений дифузійний процес, що описує динаміку ціни та імплікованої волатильності в залежності від часу, індексів базових активів, акцій, опціонів величин фінансових потоків. Дослідження проведено на базі рядів Тейлора. Побудовано щільність розподілу ймовірностей проходження цього процесу. Маючи щільності розподілу, можна знайти ціну в будь-який момент часу. За знайденими наближеннями, використовуючи як початкове наближення функцію ціни Блека-Шоулса, одержано явні формули для знаходження початкових наближень імплікованої волатильності. Наближення ціни отримується за допомогою розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь в частинних похідних дифузії з інерцією. Якщо виплата опціонів є функцією лише від  $x$ , тоді розклад в ряд Тейлора коефіцієнтів не залежить від  $t$  і значно спрощується аналітичний вираз фундаментального розв'язку щільності розподілу випадкового процесу.

Для випадку

$$\partial_t w - x \partial_y w + a(t, x, y) (\partial_x^2 - \partial_x) w = 0, \quad a(t, x, y) = \frac{e^{x-y}}{2},$$

$\partial_t - x \partial_y + \frac{e^{x-y}}{2} (\partial_x^2 - \partial_x)$  – оператор Колмогорова, що відповідає виродженій моделі Хестона (виродження по  $y$ ),  $\bar{y}$  – фіксоване значення по  $y$ , маємо

$$\partial_t - x \partial_y + \frac{e^{x-y}}{2} (\partial_x^2 - \partial_x) = (-1)^k \frac{e^{x-y}}{2} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h!} (y - \bar{y})^h (\partial_x^2 - \partial_x).$$

Знайдемо перше наближення функції Блека-Шоулса  $w_1$ :

$$w_1 = \left[ \frac{e^{x-y}}{2} \left( (x - \bar{x})(T - t) - \frac{e^{x-y}}{4} (T - t)^2 + \frac{e^{x-y}}{2} (T - t)^2 \partial_x \right) - \frac{e^{x-y}}{2} \left( (y - \bar{y})(T - t) - x \frac{(T-t)^2}{2} \frac{e^{x-y}}{2} \frac{(T-t)^2}{3} \partial_x - e^{x-y} \frac{(T-t)^2}{12} \right) \right] (\partial_x^2 - \partial_x) w_0.$$

Аналогічно обчислюється друге наближення функції Блека-Шоулса  $w_2$ :

Маючи перше наближення  $w_1$ , знайдемо перше наближення  $\sigma_1$  волатильності.

Оскільки  $\sigma_1 = \frac{w_1}{\partial_{\sigma} w^*(\sigma_0)}$ , то

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{2} \left( (x - \bar{x}) + \frac{x}{2} - (y - \bar{y}) - \frac{(T-t)}{4} + \frac{\sigma_0^2 (T-t)^2}{12} \right) + \frac{\sigma_0}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{(T-t)}{6} \right) \left( x - k - \frac{\sigma_0^2}{2} (T-t) \right).$$

Знайдемо друге наближення волатильності. Підставивши в формулу для  $\sigma_2$  значення другого наближення  $w_2$  і знайдене перше наближення волатильності  $\sigma_1$ , будемо

$$\text{мати } \sigma_2 = \frac{w_2 - \frac{1}{2} \sigma_1^2 \partial_{\sigma} w^*(\sigma_0)}{\partial_{\sigma} w^*(\sigma_0)},$$

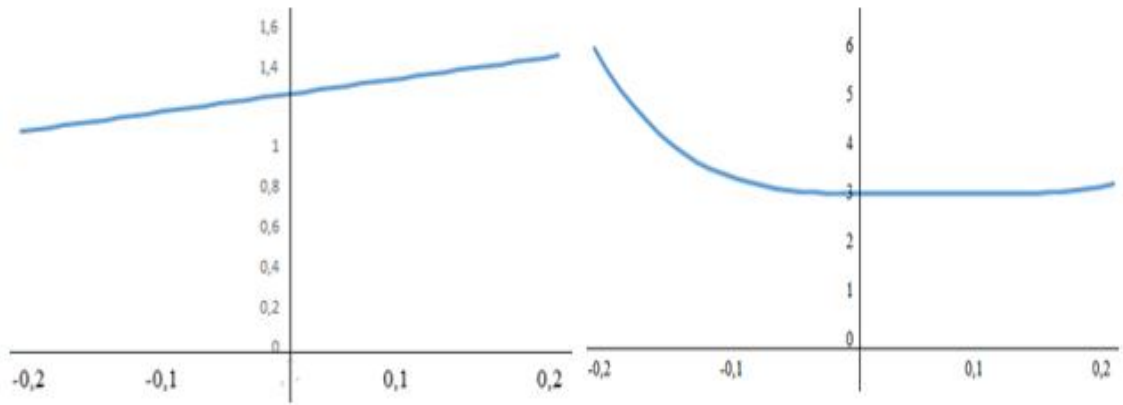


Рис. 11. Наближення першого порядку (зліва) та другого порядку (справа), отримане за допомогою ряду Тейлора для виродженої моделі Хестона

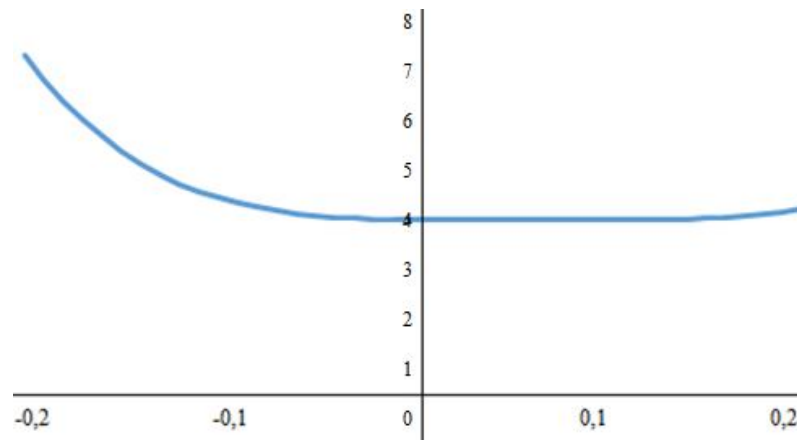


Рис. 12. Імплікована волатильність, отримана за допомогою ряду Тейлора для виродженої моделі Хестона

Оскільки:  $\partial_t w_0 + \frac{\sigma^{K-Y}}{2} (\partial_x^2 - \partial_x) w_0 = 0$ , і  $\sigma_1 = \frac{w_1}{(T-t)\sigma_0 (\partial_x^2 - \partial_x) w_0}$ , то звідси легко

обчислити

$$w_2 = - \left( \frac{(T-t)}{\sigma \frac{(K-Y)}{2}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( (x - \bar{x}) + \frac{x}{2} - (y - \bar{y}) - \frac{(T-t)}{4} + \frac{\sigma^{K-Y} (T-t)^2}{12} \right) + \frac{(K-Y)}{2} \right)$$

$$\left( \frac{1}{2} - \frac{(T-t)}{6} \right) \left( x - k - \frac{\sigma^{K-Y}}{2} (T-t) \right) \left( \exp \left\{ x - \frac{(x - k + \frac{\sigma^{K-Y}}{2} (T-t))^2}{2\sigma^{K-Y} (T-t)} \right\} \right)$$

$$\frac{x - k - \frac{\sigma^{K-Y}}{2} (T-t)}{2^{3/2} \sigma \frac{(K-Y)}{2} (T-t)^{3/2}} - \exp \left\{ k - \frac{(x - k - \frac{\sigma^{K-Y}}{2} (T-t))^2}{2\sigma^{K-Y} (T-t)} \right\} \frac{x - k + \frac{\sigma^{K-Y}}{2} (T-t)}{2^{3/2} \sigma \frac{(K-Y)}{2} (T-t)^{3/2}}.$$

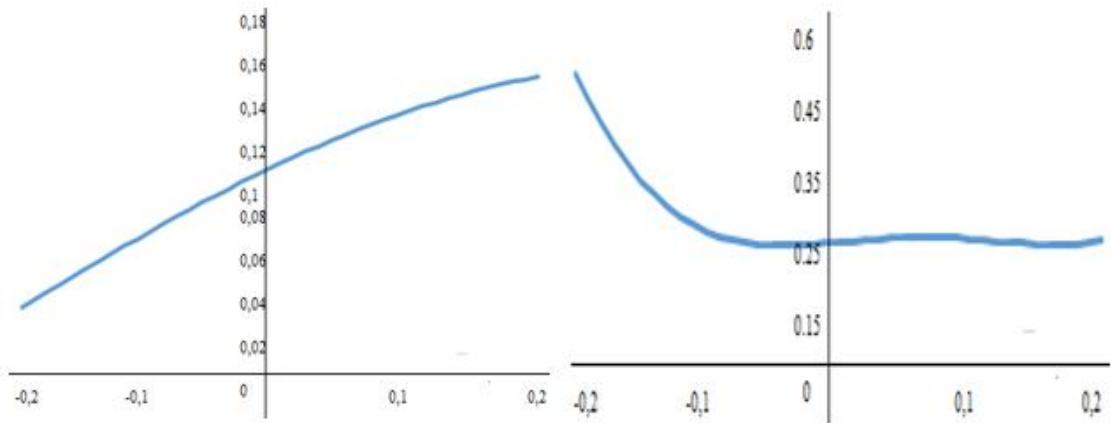


Рис. 13. Крива дохідності апроксимації першого порядку (зліва) та другого порядку (справа), отримана за допомогою ряду Тейлора для виродженої моделі Хестона

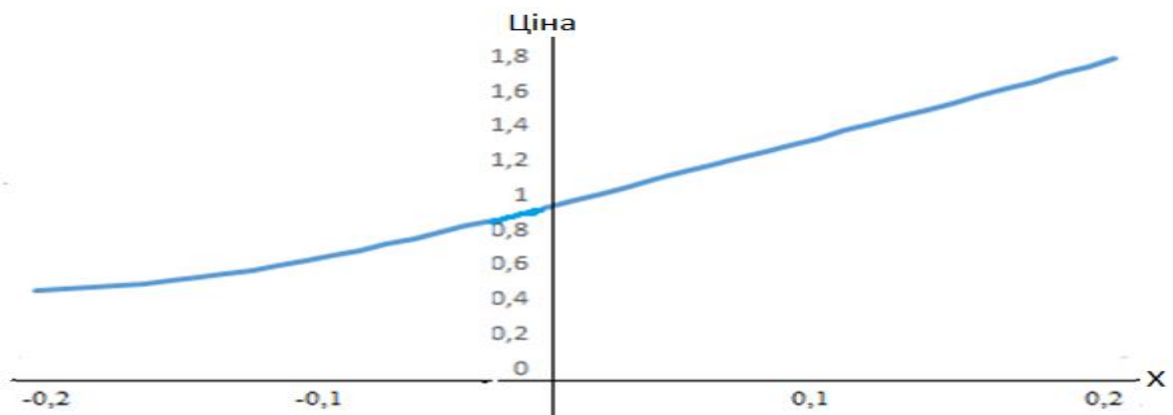


Рис. 14. Наближена ціна деривативу, отримана за допомогою розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь в частинних похідних дифузії з інерцією.

Наведені на рис. 9-14 значення імплікованої волатильності і послідовних наближень ціни, знайдених за допомогою методу розкладу в ряд Тейлора, дозволяють провести аналіз проходження процесів ціноутворення на фондовому ринку.

Одержані значення імплікованої волатильності і послідовних наближень ціни дають можливість робити аналіз тривалості процесу на фондовому ринку, робити корекцію і конкретні кроки для покращення ситуації щодо оптимізації фінансових стратегій як учасників ринку, так і інших економічних агентів

Розроблена стратегія управління процесами ціноутворення, зокрема, управління динамікою ціни базового активу та його волатильності, ціни індексів, акцій, опціонів, величиною фінансових потоків. Здійснено дослідження ціноутворення та обчислення волатильності європейських опціонів із загальною локально-стохастичною волатильністю за допомогою методики використання рядів Тейлора для вироджених дифузійних процесів.

Впроваджено єдиний підхід до ціноутворення європейських опціонів, які описуються виродженими дифузійними процесами типу дифузії з інерцією, на основі класичного наближення рядами Тейлора. Використовуючи одержані результати, наближену вартість опціонів можна обчислювати так само ефективно, як і ціну Блека-Шоулса для похідних цінних паперів. Розглянутим методом можна обчислити величини фондових індексів, що відповідають динаміці фондового ринку та величини фінансових потоків, які описуються процесами Колмогорова, що залежать від фактора  $u$ . Дану методику можна застосувати до обчислення волатильності, коли вона залежить від групи змінних з різними ступенями виродження. Дана методика обчислення цін деривативів та їхньої волатильності дозволяє звести до мінімуму спекулятивні зміни в ціноутворенні.

Методика застосування рядів Тейлора для обчислення цін деривативів та їхньої волатильності дозволяє звести до мінімуму спекулятивні зміни в ціноутворенні, що є надзвичайно важливим для захисту фондових ринків від «перегріву» та прояву фінансових криз.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу науково-прикладну проблему щодо розроблення теоретико-методологічного підґрунтя та практичного інструментарію щодо дослідження волатильності фондового ринку за допомогою спектрального аналізу.

1. Розроблено концепцію ціноутворення похідних фінансових інструментів на фондовому ринку, реалізація якої дозволить здійснити прогнозування ціноутворення на різних стадіях розвитку і для різних горизонтів прогнозування дає можливість формалізувати процес ціноутворення фінансових активів та знизити використання інтуїтивних методів. Така концептуальна модель дає можливість передбачати результати цілеспрямованих дій інвесторів, що відбуваються під впливом різноманітних чинників на фондовому ринку.

2. Застосовано модель Гобсона-Роджерса до значень індексу ПФТС. Вона є стохастичною моделлю волатильності, яка залежить від множини значень логарифмічної ціни з експоненціально ваговим історичним значенням. Досліджено динаміку волатильності індексу ПФТС та запропоновано ефективний метод для моделювання, аналізу і стійкої оцінки важливих ринкових параметрів.

3. Розглянуто шляхозалежну модель волатильності з метою дослідження динаміки фондового ринку. Тобто в цій моделі волатильності не потрібно постійно калібрувати її змінність (що є відомим недоліком локальних моделей волатильності), що



дозволяє використовувати її для автоматичного підвищення рівня волатильності з метою гармонізації динаміки фондового ринку.

4. Застосовано спектральну теорію для знаходження ціни похідних фінансових інструментів, вважаючи що процеси, які описуються, є марківськими і такими, що їх можна розглядати в Гільбертових просторах  $L^2$ , застосовуючи теорію Штурма-Ліувілля. Всі припущення приводять до отримання аналітичних формул, які узгоджені з емпіричними даними і при практичному застосуванні адекватно відображають проходження процесів на фондових ринках.

5. Розв'язано двопараметричну задачу оцінювання інтенсивності Беселівських дифузійних процесів методами спектральної теорії. Зокрема, розглянуто бар'єри для ціни, в яких похідна фінансових потоків перетворюється в нуль. Функцію Гріна цієї задачі, яка репрезентує ймовірність поширення ціни опціону, представлено через ряди Фур'є Бесселя. Це дає можливість оцінити інтенсивність фінансових потоків фондових ринків.

6. Розроблено алгоритм знаходження наближеної ціни двохбар'єрних опціонів та знайдено явні формули для знаходження вартості деривативів на основі розвинення за власними функціями та власними значеннями самоспряжених операторів з використанням крайових задач для сингулярних і регулярних збурень. Встановлено теорему оцінки точності наближення цін деривативів з врахуванням чинників, які впливають на волатильність похідних фінансових інструментів.

7. Використано методи спектральної теорії та теорії сингулярних і регулярних збурень, знайдено наближену ціну двохбар'єрних опціонів з багатофакторною волатильністю, як розвинення за власними функціями використовуючи інфінітезимальні генератори  $(l+n+1)$ -вимірної дифузії. Встановлено теорему оцінки точності наближення цін опціонів. Використовуючи нейтральну за ризиком оцінку, отримуємо задачу Коші, яка дозволяє обчислити наближену ціну похідних активів та їхню волатильність на основі рівняння дифузії з двома групами факторів швидко- та повільнозмінних чинників нелокальної волатильності, отримано модель з багатовимірною стохастичною волатильністю.

8. Застосовано спектральну теорію та теорію сингулярних і регулярних збурень до короткострокових відсоткових ставок, що описуються моделлю Васічека. Обчислено наближену ціну облігацій та їх дохідність. Застосувавши теорію Штурма-Ліувілля, альтернативи Фредгольма, а також аналіз сингулярних і регулярних збурень в різних часових шкалах, отримали явні формули для наближень цін облігацій та їх дохідності. Для отримання явних формул потрібно розв'язати 21 рівняння Пуассона.

9. Розширено методику знаходження орієнтовної ціни для широкого класу деривативів. Використовуючи спектральну теорію самоспряжених операторів у Гільбертовому просторі та хвильову теорію сингулярних і регулярних збурень, встановлено аналітичну формулу наближеної ціни активів, які описуються моделлю CEV зі стохастичною волатильністю залежною від  $l$ -швидкозмінних та  $n$ -повільнозмінних факторів,  $l \geq 1, n \geq 1, l \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$  і локальної змінної. Запропоновано метод визначення орієнтовної ціни деривативів, яка задається процесом з стохастичною волатильністю, та є залежною від багатьох факторів методами спектральної теорії та хвильової теорії збурень.

10. Розроблено метод, за яким отримується наближення ціни опціону та його імплікованої волатильності. Використано при цьому лише задачу Коші для стохастичного диференціального рівняння Колмогорова та розвинення в ряд Тейлора коефіцієнтів рівняння. Така модель відповідає значній кількості випадкових процесів на фондовому ринку. Для знаходження імплікованої волатильності формули є явними і точними. Впроваджено підхід до ціноутворення похідних цінних паперів та знаходження імплікованої волатильності на основі класичного наближення рядами Тейлора, коли стохастичний процес описується рівнянням дифузії з інерцією (виродженим параболічним рівнянням). Для виродженого параболічного рівняння знаходження наближеної ціни опціонів є достатньо простим, оскільки використовує тільки оцінки похідних щільності розподілу дифузії з інерцією.

11. Покрокове знаходження зміни дохідності і волатильності при відповідному аналізі дає можливість приймати обґрунтовані стратегічні рішення трейдерами на фондових ринках.

12. Знайдено наближену ціну та імпліковану волатильність, що дають можливість на кожному кроці в фіксований момент часу позбутися спекулятивних змін у ціноутворенні, що має надзвичайно важливе значення для захисту фондових ринків від «перегріву» та прояву фінансових криз. Одержані значення імплікованої волатильності і послідовних наближень ціни дають можливість робити аналіз проходжень процесу на фондовому ринку, робити корекцію і конкретні кроки для покращення ситуації щодо оптимізації фінансових стратегій.

13. Розв'язано задачу Коші для стохастичного диференціального рівняння Колмогорова та проведено розвинення в ряд Тейлора коефіцієнтів рівняння. Така модель відповідає значній кількості випадкових процесів на фондовому ринку і дає можливість обчислити величини фінансових потоків, швидкість росту ринкового портфеля акцій та

визначити рівень внутрішньої волатильності на ринку в будь-який момент часу, дозволяє дослідити динаміку фондового ринку.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### *Монографії:*

1. Буртняк І.В. Оцінка і прогнозування динаміки показників фондового ринку / І.В. Буртняк, І.С. Благун. // Современные проблемы моделирования социально-экономических систем: Монография.– Х.: ИД «ИНЖЕК», 2009. – С. 135-150. (22,09 д.а) *Особистий внесок здобувача:* запропоновано основні підходи і методи до формування оцінки і прогнозування динаміки показників фондового ринку (1,01 д.а.).
2. Буртняк І.В. Моделювання процесів розвитку фондового ринку: [монографія] / І.В. Буртняк, І.С. Благун. – Івано-Франківськ: Видавець Віктор Дяків, 2011. –155 с. (8,95 д.а). *Особистий внесок здобувача:* побудовано спектральні моделі дослідження динаміки показників фондового ринку (8,01 д.а.).
3. Буртняк І. В. Моделі поведінки волатильності фінансових інструментів фондових ринків: [монографія]/ І. В. Буртняк Івано-Франківськ : ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», 2018. –287 с. (16,86 д.а.).

### **Публікації у наукових фахових виданнях України:**

4. Буртняк І.В Дослідження взаємодії між фондовими індексами на основі моделей ARCH/ І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Вісник Східноукраїнського нац. у-ту ім. В. Даля.– Луганськ, 2009. – №12. – С. 102–110. (1,26 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано моделі класу ARCH для дослідження впливу світових індексів на індекс ПФТС (0,91 д.а.).
5. Буртняк І.В. Ретроспективний аналіз фондового ринку / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Актуальні проблеми розвитку економіки регіону. – Івано–Франківськ, 2010. – Т. 1. Вип. 6. – С. 175–181. (0,91 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано адитивну модель для дослідження фондових індексів (0,71 д.а.).
6. Буртняк І.В. Застосування моделі Гобсона-Роджерса для дослідження індексу ПФТС/ І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Моделювання регіональної економіки: зб. наук. праць. – Івано-Франківськ, 2011. –№2(18). – С. 13–19. (0,89 д.а) *Особистий внесок здобувача:* здійснено адаптацію моделі для дослідження індексу ПФТС (0,7 д.а.)
7. Буртняк І.В. Моделювання динаміки валютних курсів на основі спектрального аналізу / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Інноваційна економіка, 2012. – №5.(31) – С. 259–265.

- (0,8 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано крос-спектральну модель для аналізу валютних курсів та фондових показників (0,62 д.а)
8. Буртняк І.В. Моделювання процесу управління прибутком підприємства / І. В. Буртняк // Актуальні проблеми розвитку економіки регіону – Івано-Франківськ, 2014. –Т2. №11. – С. 53–60. (0,61 д.а)
  9. Буртняк І.В. Моделювання стратегічного управління фінансовою діяльністю підприємства / І. В. Буртняк // Моделювання регіональної економіки: зб. наук. праць – Івано-Франківськ : Плай, 2014. – №1. – С. 23–30. (0,63 д.а)
  10. Буртняк І.В. Моделювання фінансової стратегії поведінки компаній/ І. В. Буртняк // Вісник Черкаського університету: серія Економічні науки - Випуск №37 (330) – 2014. – С. 15-21. (0,54 д.а)
  11. Буртняк І.В. Обчислення цін опціонів за допомогою моделі SEV з багатовимірною стохастичною волатильністю / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька// Моделювання регіональної економіки: зб. наук. праць – Івано-Франківськ : Плай, 2015. – №1. – С. 509–519. (0,84 д.а) *Особистий внесок здобувача*: запропоновано використання моделі SEV з багатовимірною стохастичною волатильністю для дослідження деривативів (0,7 д.а.)
  12. Буртняк І.В. Моделювання волатильності для індексу ПФТС за допомогою узагальненої моделі Гобсона-Роджерса / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька// Моделювання регіональної економіки: зб. наук. праць – Івано-Франківськ : Плай, 2015. – №2. – С. 446–452. (0,74 д.а) *Особистий внесок здобувача*: узагальнено модель Гобсона-Роджерса для знаходження імплікованої волатильності індексу ПФТС (0,6 д.а.)
  13. Буртняк І.В. Дослідження поведінки фондового ринку на основі моделей ARCH / І. В. Буртняк // Актуальні проблеми розвитку економіки регіону – Івано-Франківськ, 2016. –Т2. №14. – С. 63–80. (0,86 д.а) *Особистий внесок здобувача*: узагальнено моделі класу GARCH (1,1) для дослідження впливу світових індексів на індекс ПФТС (0,71 д.а.).
  14. Буртняк І.В. Моделювання ціноутворення двобар'єрних опціонів з багатофакторною волатильністю / І. В. Буртняк// Моделювання регіональної економіки: зб. наук. праць – Івано-Франківськ : Плай, 2017. – №1(29). – С. 437–449. (0,87 д.а)
  15. Буртняк І.В. Оцінювання деривативів двобар'єрних опціонів Беселівських процесів методами спектрального аналізу / І. В. Буртняк // Моделювання регіональної економіки: зб. наук. праць–Івано-Франківськ:Плай, 2017.– №2 (30).– С. 14–23.(0,91 д.а)

**Публікації у наукових фахових виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз:**

16. Буртняк І.В. Моделирование динамики развития фондового рынка с помощью моделей ARCH / И. В. Буртняк // Бизнес Информ, 2009. – №12. – С. 131–135. (0,7 д.а.)
17. Буртняк І.В. Моделирование динамики индекса ПФТС/ И. В. Буртняк, А.П. Малицкая // Бизнес Информ, 2010. – №1. – С. 60–65. (0,61 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано адитивну модель з розподілом Пуассона для дослідження фондових індексів (0,5 д.а.)
18. Буртняк І.В. Дослідження динаміки фінансових ресурсів на базі мультиплікативної стохастичної моделі / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Бізнес Інформ, 2010. – №(4)1. – С. 11–14. (0,5 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано адитивну модель для дослідження показників фондового ринку (0,4 д.а.)
19. Буртняк І.В. Дослідження волатильності за допомогою модифікації моделі Блека–Шоулза / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Бизнес Информ, 2011. – №(5)1. – С. 72–75. (0,41 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано модель для знаходження волатильності деривативів (0,3 д.а.).
20. Буртняк І.В. Модель шляхозалежної волатильності для індексу ПФТС / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Бизнес Информ, 2012. – №3. – С. 48–50. (0,38 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано шляхозалежну модель для знаходження волатильності індексу ПФТС (0,3 д.а.).
21. Буртняк І.В. Обчислення цін опціонів методами спектрального аналізу / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Бизнес Информ, 2013. – №4. – С. 152–158. (0,81 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано спектральну модель для дослідження волатильності опціонів (0,7 д.а.).
22. Буртняк І.В. Дослідження процесу Орнштейна–Уленбека методами спектрального аналізу / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Проблеми економіки, 2014. – №2. – С. 349–356. (0,74 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано спектральну модель для знаходження ціноутворення деривативів (0,6 д.а.).
23. Буртняк І.В. Системний підхід до оцінювання опціонів на базі моделі CEV/ І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Бизнес Информ, 2016. – №10. – С. 152–158. (0,71 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано модель CEV з багатофакторною волатильністю для знаходження цін європейських опціонів (0,6 д.а.).
24. Burtnyak, I.V., Malytska, H.P. Calculating the price for derivative financial assets of Bessel processes using the Sturm-Liouville theory, Problems of Economics, 2017. 2, pp. 310–316. (0,68 д.а) *Особистий внесок здобувача:* розв’язано двопараметричну задачу

- оцінювання інтенсивності Беселівських дифузійних процесів методами спектральної теорії (0,5 д.а.).
25. Burtnyak, I.V. , Malyska, A. Evaluating the financial flows of Bessel processes by using spectral analysis, *Business Inform*, 2017, 7, pp. 120–124. (0,6 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано функцію Гріна, яка репрезентує ймовірність поширення ціни опціону (0,4 д.а.).
26. Burtnyak, I.V., Malyska, A. The Evaluation of Derivatives of Double Barrier Options of the Bessel Processes by Methods of Spectral Analysis, *Investment Management and Financial Innovations*, 2017, Vol. 14, Issue 3, pp. 126–134. (0,71 д.а) *Особистий внесок здобувача*: розроблено алгоритм знаходження наближеної ціни двобар'єрних опціонів (0,6 д.а.).
27. Burtnyak, I.V., Malyska, A. The Investigation of Securities Cost Using Methods of Spectral Analysis. *International Journal of Economic Research*, 2017. Vol. 14, Issue 15, pp. 705–715. (0,96 д.а) *Особистий внесок здобувача*: знайдено наближену ціну двобар'єрних опціонів з багатофакторною волатильністю, як розклад за власними функціями використовуючи інфінітезимальні генератори  $(l+n+1)^{-1}$  вимірної дифузії (0,8 д.а.).
28. Burtnyak, I.V., Malyska, A. Spectral study of options based on CEV model with multidimensional volatility. *Investment Management and Financial Innovations*, 2018, 15(1), 18-25. doi:10.21511/imfi.15(1).2018.03 (0,71 д.а) *Особистий внесок здобувача*: встановлено аналітичну формулу наближеної ціни активів, які описуються моделями з CEV (0,6 д.а.).
29. Burtnyak, I.V., Malyska, A. Taylor expansion for derivative securities pricing as a precondition for strategic market decisions. *Problems and Perspectives in Management*, 2018, 16(1), 224-231. doi:10.21511/ppm.16(1).2018.22. (0,65 д.а) *Особистий внесок здобувача*: Розроблено метод розкладу в ряд Тейлора, за яким отримується наближення ціни опціону та його імплікованої волатильності (0,5 д.а.).
30. Burtnyak, I.V. Malyska A. Application of the spectral theory and perturbation theory to the study of Ornstein-Uhlenbesck processes. *Carpathian Math. Publ.* 2018, 10 (2), 273–287. doi:10.15330/cmp.10.2.273-287. (1,12 д.а) *Особистий внесок здобувача*: Розширено методу знаходження орієнтовної ціни для широкого класу похідних фінансових інструментів, за допомогою спектральної теорії самоспряжених операторів (0,9 д.а.).
31. Буртняк І. В. Про фундаментальний розв'язок задачі Коші для систем Колмогорова другого порядку / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька// *Укр. мат. журн.* - 2018, № 8. - С. 1107-1117. (0,81 д.а) *Особистий внесок здобувача*: Розв'язано задачу Коші для систем Колмогорова (0,3 д.а.).

### Тези доповідей у матеріалах конференцій:

32. Burtnyak I.V., Malyska H. P. On the fundamental matrix of solutions of Cauchy problem for one system of the ultraparabolic equations // International scientific conference “Infinite dimensional analysis and topology”.–Ivano-Frankivsk, 2009. –P.93. (0,11 д.а)  
*Особистий внесок здобувача:* побудовано фундаментальну матрицю розв’язків задачі Коші (0,09 д.а.).
33. Буртняк І.В. Системи рівнянь типу Колмогорова з коефіцієнтами залежними від  $t$  / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. конф. (Чернівці, 8–13 червня 2009). – Чернівці, 2009. – С. 19–20. (0,14 д.а) *Особистий внесок здобувача:* побудовано розв’язок задачі Коші (0,11 д.а.).
34. Буртняк І.В. Моделювання динаміки фінансових ресурсів на базі стохастичних різницевих рівнянь / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. науково-практичної конф. “Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем” (Харків, 8–9 квітня 2010). – Харків, 2010. – С. 16–19. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача:* досліджено динаміку фінансових ресурсів фондового ринку (0,15 д.а.).
35. Буртняк І.В. Рівномірна стабілізація розв’язків задачі Коші для систем рівнянь типу Колмогорова / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конф. ім. М. Кравчука (Київ, 13–15 травня 2010). – Київ, 2010. – С. 73. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача:* розроблено методику стабілізації розв’язків задачі Коші (0,09 д.а.).
36. Буртняк І.В. Теорема Ліувілля для розв’язків систем типу Колмогорова / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали всеукр. наукового семінару “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 25–28 березня 2010). – Ворохта, 2010. – С. 26–27. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача:* знайдено явний розв’язок задачі Коші (0,09 д.а.).
37. Буртняк І.В. Метод Леві для одного класу систем рівнянь типу дифузії з інерцією / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. математичної конф. ім. В.Я. Скоробагатька (Дрогобич, 19–23 вересня 2011). – Дрогобич, 2011. – С. 27. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача:* обґрунтовано методику Леві для розв’язання систем рівнянь (0,09 д.а.).
38. Буртняк І.В. Моделювання волатильності індексу ПФТС / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. науково-практичної конф. “Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем” (Харків, 7–9 квітня 2011). – Харків, 2011. – С. 21–24. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача:* Знайдено волатильність індексу ПФТС (0,19 д.а.).

39. Буртняк І.В. Системи рівнянь Колмогорова з одновимірними групами виродження / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали всеукр. наукового семінару “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 20–26 лютого 2012). – Ворохта, 2012. – С. 28. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: знайдено точний розв’язок задачі Коші (0,09 д.а.).
40. Буртняк І.В. Застосування шляхозалежної моделі для дослідження волатильності індексу ПФТС/ І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали IV міжнар. науково-практичної конф. “Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем” (Харків, 9–10 квітня 2012). – Харків. – 2012. – С. 84–87. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: запропоновано використовувати шляхозалежної моделі для дослідження волатильності індексу ПФТС (0,19 д.а.).
41. Буртняк І.В. Системи рівнянь Колмогоровського типу з одновимірними групами виродження / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали XIV міжнар. наукової конф. ім. М. Кравчука (Київ, 19–21 квітня 2012). – Київ. – 2012. – С. 287. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано фундаментальну матрицю розв’язків задачі Коші (ФМРЗК) для вироджених диференціальних рівнянь в частинних похідних(0,09 д.а.).
42. Буртняк І.В. Про один клас систем рівнянь Колмогоровського типу з одновимірними групами виродження / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали всеукраїнської наукової конф. “АТАС-2012” (Микуличин, 20–23 вересня 2012). – Івано-Франківськ, 2012. – С. 22. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: Знайдено ФМРЗК для одного класу рівнянь (0,09 д.а.).
43. Буртняк І.В. Системи рівнянь Колмогорова з одновимірними групами виродження / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали всеукр. наукової конференції “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 25 лютого–3 березня 2013). – Ворохта, 2013. – С. 40. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано ФМРЗК для одновимірних груп систем рівнянь в частинних похідних (0,09 д.а.).
44. Буртняк І.В. Обчислення ціни двобар’єрного опціону з тривимірною стохастичною волатильністю / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали V міжнар. науково-практичної конф. “Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем” (Харків, 11–12 квітня 2013). – Харків, 2013. – С. 91–95. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: знайдено ціну двохбар’єрного опціону (0,19 д.а.).
45. Буртняк І.В. Про матрицю Гріна для системи рівнянь Колмогорова з одновимірними групами виродження / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали



- міжнар. наукової конф. Боголюбівські читання DIF-2013 (Севастополь, 23–30 червня 2013). – Севастополь, 2013. – С. 75. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано матрицю Гріна (0,09 д.а.).
46. Буртняк І.В. Про фундаментальний розв’язок задачі Коші для одного класу рівнянь типу дифузії з інерцією та зростаючими коефіцієнтами / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали всеукр. наукової конференції “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 24 лютого–2 березня 2014). – Івано-Франківськ, 2014. – С. 27-28. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано ФМРЗК для рівнянь дифузії з інерцією (0,09 д.а.).
47. Буртняк І.В. Обчислення цін опціонів, які задовольняють процес Орнштейна-Уленбека, методами спектрального аналізу / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали VI міжнар. науково-практичної конф. “Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем” (Харків, 3–12 квітня 2014). – Харків-Бердянськ, 2014. – С. 91–95. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: запропоновано знаходити ціну опціонів за допомогою методів спектрального аналізу (0,19 д.а.).
48. Буртняк І.В. Системи рівнянь дифузії з інерцією та зростаючими коефіцієнтами / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конф. ім. М. Кравчука (Київ, 15–17 травня 2014). – Київ, 2014. – С. 73. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: знайдено фундаментальний розв’язок системи рівнянь дифузії з інерцією (0,09 д.а.).
49. Буртняк І.В. Про фундаментальний розв’язок задачі Коші для рівнянь Орнштейна–Уленбека / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конф. ім. Г. Гана (Чернівці, 30 червня–5 липня 2014). – Чернівці, 2014. – С. 14–15. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано фундаментальний розв’язок для рівнянь Орнштейна–Уленбека (0,09 д.а.).
50. Буртняк І.В. Метод Леві для систем рівнянь дифузії з інерцією та зростаючими коефіцієнтами / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Тези лекцій і доповідей (Поляниця, 7–18 липня 2014). – Поляниця, 2014. – С. 48. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: застосовано метод Леві до системи рівнянь дифузії з інерцією (0,09 д.а.).
51. Буртняк І.В. Структура фундаментального розв’язку задачі Коші для одного рівняння типу рівняння дифузії з інерцією / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали всеукр. наукової конференції “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 25 лютого–1 березня 2015). – Івано-Франківськ, 2015. – С. 27-28. (0,14 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано фундаментальний розв’язок для рівнянь дифузії з інерцією (0,1 д.а.).

52. Буртняк І.В. Обчислення цін опціонів з багатофакторною волатильністю за допомогою моделі Васічека / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конференції “ Економічний і соціальний розвиток України в ХХІ столітті ” (Тернопіль, 2–6 березня 2015). – Тернопіль, 2015. С. 29-31. (0,19 д.а) *Особистий внесок здобувача*: Знайдено ціну опціонів за допомогою моделі Васічека (0,14 д.а.).
53. Буртняк І.В. Про поверхні рівня типу дифузії з інерцією/ І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конф. ім. Г. Гана (Чернівці, 1–4 липня 2015). – Чернівці, 2015. – С. 67–68. (0,13 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано поверхню рівня (0,09 д.а.).
54. Буртняк І.В. Властивості фундаментальної матриці розв’язків задачі Коші для систем рівнянь Колмогорова-Ейдельмана / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали всеукр. наукової конференції “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу” (Ворохта, 24-27 лютого 2016). – Івано-Франківськ, 2016. – С. 27-28. (0,14 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано ФМРЗК для систем рівнянь Колмогорова-Ейдельмана (0,09 д.а.).
55. Буртняк І.В. Обчислення ціни двох бар’єрного опціону з мультиплікативною волатильністю за допомогою моделі рівняння Колмогорова / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конференції “ Економічний і соціальний розвиток України в ХХІ столітті ” (Тернопіль, 3–7 березня 2016). – Тернопіль, 2016. С. 32-35. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: обчислено ціну двох бар’єрного опціону за допомогою моделі рівняння Колмогорова (0,19 д.а.).
56. Буртняк І.В. Знаходження ціни опціону з мультиплікативною волатильністю за допомогою рівняння Колмогорова. / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали ХХІІІ міжнародної науково-практичної конференція Транскордонне співробітництво: ключові ідеї та перспективи (20-22 травня 2016) Сучавський університет Штефан чел Маре– 2016. – С. 167-169. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: знайдено ціну опціону за допомогою рівняння дифузії (0,19 д.а.).
57. Буртняк І.В. Системи диференціальних рівнянь Колмогорова-Ейдельмана / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конф. ім. В.І. Фодчука (Чернівці, 28-30 вересня 2016). – Чернівці, 2016. – С. 70–71. (0,1 д.а) *Особистий внесок здобувача*: знайдено розв’язок рівняння Колмогорова (0,9 д.а.).
58. Буртняк І.В. Метод Леві для систем Колмогорова – Ейдельмана / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали ІІ міжнар. наукової конференції “ Прикладні задачі математики” (Івано-Франківськ, 13-15 жовтня 2016). – Івано-Франківськ, 2016. С. 32-

35. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано ФМРЗК для систем Колмогорова – Ейдельмана (0,19 д.а.).
59. Буртняк І.В. Моделювання цін опціонів з багатофакторною волатильністю/ І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали VII міжнар. Науково-методичної конференції “Моделювання економіки: проблеми, тенденції, досвід ” (Тернопіль, 20–21 жовтня 2016). – Тернопіль, 2016. С. 69-71. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: обчислено ціну опціону за допомогою спектрального аналізу (0,19 д.а.).
60. Буртняк І.В. Стабілізація розв'язків задачі Коші та теореми Ліувілля для систем рівнянь Колмогорова-Ейдельмана /І.В. Буртняк, Г.П. Малицька/ Матеріали Міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (Ворохта, 24-27 лютого 2017 р)– Івано-Франківськ, 2017. – С. 54-55. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано ФМРЗК систем рівнянь Колмогорова (0,09 д.а.).
61. Буртняк І.В. Регуляція фінансових потоків за допомогою методів спектрального аналізу /І.В. Буртняк, Г.П. Малицька/ Матеріали Міжнародної наукової конференції «Трансформація фінансових ринків в умовах глобальної нестабільності: реалії сьогодення та погляд у майбутнє», 30 жовтня 2017 – Ірпінь, 2017. – С. 66-67. (0,21 д.а) *Особистий внесок здобувача*: обчислено ціну опціону за допомогою моделі рівняння Бесселя (0,19 д.а.).
62. Буртняк І.В. Застосування рядів Тейлора для ціноутворення похідних цінних паперів /І.В. Буртняк, Г.П. Малицька/ Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції “ Економічна кібернетика: перспективи розвитку інформаційної економіки ”, м. Дніпро, 1-2 березня 2018 р. – С. 15-19. (0,29 д.а) *Особистий внесок здобувача*: обчислено ціну опціону за допомогою розкладу в ряд Тейлора (0,24 д.а.).
63. Буртняк І.В. Оцінювання деривативів двобар'єрних опціонів Беселівських процесів методами спектрального аналізу /І.В. Буртняк, Г.П. Малицька/ Матеріали міжнародної науково-практичної конференції "Стратегія і практика інноваційного розвитку фінансового сектору України", 20-22 березня 2018– Ірпінь, 2018. – С. 21-24. (0,27 д.а) *Особистий внесок здобувача*: обчислено ціну деривативів на основі розкладу в ряд Фур'є-Бесселя (0,24 д.а.).
64. Буртняк І.В. Функція Гріна для одного класу ультрапараболічних систем / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конф. Сучасні проблеми математики та її застосування (Чернівці, 17-19 вересня 2018). – Чернівці, 2018. – С. 81. (0,11 д.а) *Особистий внесок здобувача*: побудовано функцію Гріна для одного класу ультрапараболічних систем (0,09 д.а.).

65. Буртняк І.В. Побудова фундаментальної матриці розв'язків для ультрапараболічних систем рівнянь високого порядку / І. В. Буртняк, Г.П. Малицька // Матеріали міжнар. наукової конф. Нелінійні проблеми аналізу (Івано-Франківськ-Микуличин, 26-28 вересня 2018). – Івано-Франківськ, 2018. – С. 33. (0,11 д.а)  
*Особистий внесок здобувача:* побудовано ФМРЗК для ультрапараболічних систем рівнянь (0,09 д.а.).

## АНОТАЦІЯ

### **Буртняк І.В. Спектральні методи дослідження поведінки волатильності фондових ринків. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора економічних наук за спеціальністю 08.00.11 – математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці. – ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника». – Івано-Франківськ, 2019.

Дисертацію присвячено встановленню та обґрунтуванню теоретико-методологічних положень розробки та реалізації комплексу економіко-математичних моделей аналізу і прогнозування волатильності інструментів фондового ринку, спрямованих на досягнення макроекономічної стабілізації та динамічного розвитку фондового ринку.

Розроблено модель знаходження ціни опціонів породжених дифузією, яка степеневно зростає для знаходження величини ринкового портфеля акцій та визначення величини внутрішньої волатильності на ринку в будь-який момент часу. Така методика, на відміну від існуючих дає можливість проводити дослідження динаміки фондового ринку і здійснювати моніторинг фінансових потоків на ринку. Це значно полегшує статистичну оцінку їхніх параметрів в процесі моніторингу ціноутворення деривативів та дослідження поведінки волатильності для аналізу дохідності та прийняття стратегічних управлінських рішень щодо здійснення операцій на фондовому ринку.

Розроблено методи обчислення наближеної ціни опціонів за допомогою інструментів спектрального аналізу, сингулярної та регулярної хвильової теорії у випадку впливу швидко- та повільнодіючих чинників. Комбінуючи методи з спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень, можна наближено обчислити ціну похідних фінансових інструментів, як розклад за власними функціями.

Розроблено модель знаходження величин фондових індексів, що відповідають динаміці фондового ринку та величини фінансових потоків, які описуються процесами Колмогорова. Така модель дозволяє знаходити ціни деривативів та їхню волатильність, а

також звести до мінімуму спекулятивні зміни в ціноутворенні, здійснювати аналіз проходження процесів на фондовому ринку та робити конкретні кроки для покращення ситуації щодо оптимізації фінансових стратегій, збільшити точність прогнозу та приймати обґрунтовані управлінські стратегічні рішення учасниками фондового ринку.

*Ключові слова:* фондовий ринок, індекс ПФТС, фінансовий потік, двохбар'єрний опціон, стохастична волатильність, імплікована волатильність, дифузійний процес.

## АНОТАЦІЯ

**Буртняк І.В. Спектральні методи дослідження поведінки волатильності фондових ринків. - Рукопись.**

Диссертация на соискание научной степени доктора экономических наук по специальности 08.00.11 – математические методы, модели и информационные технологии в экономике. – ГВУЗ «Прикарпатский национальный университет имени Василия Стефаника». - Ивано-Франковск, 2019.

Диссертация посвящена установлению и обоснованию теоретико-методологических положений разработки и реализации комплекса экономико-математических моделей анализа и прогнозирования волатильности инструментов фондового рынка, направленных на достижение макроэкономической стабилизации и динамичного развития фондового рынка.

Доказано, что фондовый рынок является составным элементом финансового рынка страны наряду с денежным рынком и рынком капиталов, при этом эти сегменты являются взаимодополняющими и такими, которые пересекаются в части использования отдельных финансовых инструментов, в частности деривативов, которые используются для хеджирования рисков, сопровождающих базовые финансовые инструменты, в первую очередь, акции и облигации.

Установлено, что динамичное развитие инновационных финансовых инструментов имеет сложный характер, который определяется как внешними факторами, которые возникают в результате несовершенства финансовых рынков, и турбулентности макроэкономического окружения, так и внутренними - источником которых является потребность участников рынка в создании инструментов, которые уменьшат риски, увеличат доходы и повысят его конкурентоспособность. Поэтому составным элементом фондового рынка является рынок деривативов, главной задачей которых является хеджирование рисков, сопровождающих операции с базовыми финансовыми инструментами. При этом одним из основных параметров, характеризующих операции с деривативами является волатильность.

Разработана аддитивная модель прогнозирования индекса ПФТС с использованием распределения Пуассона, позволяющая исследовать динамику финансовых ресурсов, фондовых показателей и усовершенствована методика исследования поведения фондового рынка, показатели которого имеют распределение Лапласа-Пуассона, применяя среднее изменение волатильности, предложен эффективный метод для моделирования, анализа и устойчивой оценки основных параметров фондового рынка.

Исследована динамика волатильности индикаторов фондового рынка, характеризующие прибыльность или цену рыночного портфеля, а также индекса ПФТС с применением методов ARCH моделирования, что составило возможность установить уровень системного риска, а также найти неопределенность, связанную с прогнозированием динамики индикаторов фондового рынка.

Сформировано теоретико-методологическое основание и практический инструментарий исследования тенденций развития фондового рынка на основе исследования динамики волатильности основных его показателей.

Разработана модель нахождения цены опционов, порожденных степенно возрастающей диффузией, для нахождения объёма рыночного портфеля акций и определения величины внутренней волатильности на рынке в любой момент времени. Такая методика, в отличие от существующих позволяет проводить исследования динамики фондового рынка и осуществлять мониторинг финансовых потоков на рынке.

Установлено, что поведение производных финансовых инструментов, в частности опционов, описываемое стохастическими процессами допускает явное представление их функций плотности распределений, это значительно облегчает статистическую оценку их параметров в процессе мониторинга ценообразования деривативов и исследования поведения волатильности для анализа доходности и принятия управленческих решений по осуществлению операций на фондовом рынке.

Разработано методы вычисления приближенной цены опционов с помощью инструментов спектрального анализа, сингулярной и регулярной волновой теории в случае воздействия быстро- и медленнодействующих факторов. Комбинируя методы спектральной теории сингулярных и регулярных возмущений, можно приближенно вычислить цену производных финансовых инструментов, как разложения по собственным функциям.

Разработана модель нахождения величин фондовых индексов, соответствующих динамике фондового рынка и величины финансовых потоков, которые описываются процессами Колмогорова. Такая модель позволяет находить цены деривативов и их волатильность, а также свести к минимуму спекулятивные изменения в ценообразовании,

осуществлять анализ прохождения процессов на фондовом рынке и делать конкретные шаги для улучшения ситуации по оптимизации финансовых стратегий.

Использованная методика ценообразования европейских опционов на основе исследования поведения волатильности и анализа доходности финансовых инструментов позволяет увеличить точность прогноза и принимать обоснованные управленческие стратегические решения участниками фондового рынка.

*Ключевые слова:* фондовый рынок, индекс ПФТС, финансовый поток, двухбарьерный опцион, стохастическая волатильность, имплицитная волатильность, диффузный процесс.

## ANNOTATION

**Burtnyak I.V. Spectral methods of studying the behavior of stock market volatility. - The manuscript.**

The thesis for a Doctor of Economics degree by specialty 08.00.11 - Mathematical Methods, Models and Information Technologies in Economics. – SHEI "Vasyl Stefanyk Precarpathian National University". - Ivano-Frankivsk, 2019.

The dissertation is devoted to the establishment and substantiation of theoretical and methodological provisions for the development and implementation of a complex of economic and mathematical models for analyzing and forecasting volatility of stock market instruments aimed at achieving macroeconomic stabilization and dynamic stock market development.

A model for finding the price of options created by diffusion is developed, which increases powerfully to find the size of a market stock portfolio and to determine the value of internal volatility in the market at any given time, as well as to investigate the dynamics of the stock market and to monitor financial flows through the expansion of the system of Bessel functions first kind. This greatly facilitates the statistical estimation of their parameters in the process of monitoring the pricing of derivatives and the study of the behavior of volatility for the analysis of profitability and the adoption of strategic management decisions for the implementation of transactions in the stock market.

The methods of calculating the approximate price of options with the help of instruments of spectral analysis, singular and regular wave theory in the case of the influence of rapidly and slowly operating factors are developed. By combining methods from the spectral theory of singular and regular perturbations, one can approximate the price of derivative financial instruments, as a schedule by its own functions.

A model for finding stock indexes corresponding to the dynamics of the stock market and the size of financial flows, which are described by Kolmogorov's processes, is developed. Such a model allows finding the prices of derivatives and their volatility, as well as minimizing

speculative changes in pricing, analyzing the processes in the stock market and taking concrete steps to improve the situation with regard to optimizing financial strategies, increasing the accuracy of the forecast and adopting sound management strategic decisions by the participants on stock market.

*Key words:* stock market, PFTS index, financial flow, double barrier option, stochastic volatility, implied volatility, diffusion process.