

Державний вищий навчальний заклад
«Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»
Фізико-технічний факультет
Кафедра фізики і методики викладання

ДИПЛОМНА РОБОТА

на здобуття другого (магістерського) рівня вищої освіти

на тему Методика складання та підбору задач для шкільких астрономічних олімпіад

Виконав: студент 2 курсу, групи Ф(СО)м-21
(спеціальності) 014.08 Середня освіта (Фізика)

Ерстенюк Я. Л.

(прізвище та ініціали студента)

Керівник доцент, кандидат хімічних наук ДВНЗ
«Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника» Бойчук
В.М.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Рецензент професор, доктор фізико-
математичних наук ДВНЗ «Прикарпатський
національний університет імені Василя
Стефаника» Коцюбинський В.О.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Івано-Франківськ - 2020 р

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ШКІЛЬНА АСТРОНОМІЧНА ОЛІМПІАДА.....	5
1.1. Цілі шкільної астрономічної олімпіади	5
1.2. Особливості олімпіади з астрономії.....	6
1.3. Астрономічні олімпіади в період пандемії COVID-19.....	9
1.4. Висновки	10
РОЗДІЛ 2. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ З АСТРОНОМІЇ.....	11
2.1. Складність завдань.....	12
2.2. Тематика завдань.....	14
2.3. Висновки	19
РОЗДІЛ 3. ОЦІНОЧНІ ЗАВДАННЯ.....	21
3.1. Класифікація за характером оцінки	24
3.2. Класифікація за методикою оцінки.....	30
3.3. Висновки	39
РОЗДІЛ 4. МЕТОДИ СКЛАДАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ З АСТРОНОМІЇ.....	40
4.1. Метод незвичного акценту.....	40
4.2. Метод деталей	43
4.3. Метод нехтування	49
4.4. Метод комплексності.....	51
4.5. Метод наслідків.....	54
4.6. Метод аналогій	58
4.7. Метод нових законів	61
4.8. Приклади комплексних задач	64
4.9 Висновки	76
ВИСНОВКИ.....	77
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	78
ДОДАТКИ.....	82

ВСТУП

Астрономія – наука природничо-математичного циклу, яка для глибокого розуміння процесів і явищ вимагає практики у розв'язуванні задач. При цьому у рамках шкільної програми ця дисципліна вивчається лише протягом одного року, а то й семестру. Зі сказано впливає наявність проблеми зацікавленості учнів астрономією та астрономічними задачами, яку намагаються вирішити шкільні предметні олімпіади. Такі заходи з профілем «Астрономія» мають недовгу історію, проте активно розвиваються, зокрема кількість країн-учасників Міжнародної Олімпіади з Астрономії та Астрофізики має тенденцію до росту, при цьому сама тема методики проведення, складання завдань та підбору пакетів завдань астрономічних олімпіад є слабо дослідженою - попри те, що кількість збірників задач з астрономії швидко зростає, власне методика складання олімпіадних задач, а також їх підбору, розвивається дуже повільно, що визначає **актуальність** даної роботи.

Предметом дослідження даної роботи є шкільні астрономічні олімпіади, а **об'єктом дослідження** – олімпіадні завдання з астрономії, методика їх складання та формування пакетів завдань. **Метою роботи** є вивчення, аналіз та систематизація методик розробки олімпіадних завдань з астрономії та розробка методичних рекомендацій щодо формування пакетів завдань астрономічних олімпіад.

Наукова новизна даної роботи полягає у розробці та систематизації методичних рекомендацій з складання та підбору завдань і їх пакетів для представлення учням на астрономічних олімпіадах. Дані рекомендації являють собою узагальнений, проаналізований досвід автора як члена предметно-методичної комісії астрономічних олімпіад, а також результат розгляду завдань олімпіад різного рівня та наукової літератури по темі. Окремі рекомендації були використані автором у рамках діяльності.

1. ШКІЛЬНА АСТРОНОМІЧНА ОЛІМПІАДА

1.1. Цілі шкільної астрономічної олімпіади

Цілі, поставлені перед шкільними предметними олімпіадами, спрямовані на розвиток та зацікавлення досягненнями науки школярів та педагогів. Згідно з [1], [2] та [3] основними завданнями таких заходів є:

- стимулювання творчого самовдосконалення дітей, учнівської молоді;
- виявлення, розвиток обдарованих учнів, надання їм допомоги, зокрема у виборі професії;
- реалізація здібностей талановитих учнів;
- формування творчого покоління молодих науковців та практиків для різних галузей суспільного життя;
- підвищення інтересу до поглибленого вивчення навчальних, спеціальних та фахових дисциплін, формування у колах учнівської молоді навичок дослідницької роботи;
- популяризація досягнень науки, техніки та новітніх технологій;
- підбиття підсумків роботи факультативів, гуртків, секцій, учнівських наукових товариств;
- активізація всіх форм позакласної та позашкільної роботи з учнями;
- підвищення рівня викладання навчальних, спеціальних та фахових дисциплін, фахової підготовки учнів;
- залучення професорсько-викладацького складу, аспірантів, студентів вищих навчальних закладів, працівників наукових установ до активної роботи з обдарованою учнівською молоддю;
- створення та покращення міжнаціональних та міжрегіональних зв'язків у галузі шкільної освіти;
- закладення основи для наукових колаборацій та заохочувати дружні стосунки в наукових та учнівських спільнотах.

Шкільні астрономічні олімпіади мають досить коротку історію:

- Всеукраїнська учнівська олімпіада з астрономії було започатковано в 2010 році[4];
- International Olympiad on Astronomy and Astrophysics та Всеукраїнська Олімпіада з астрономії та астрофізики вперше були проведені в 2007 році[5];
- International Astronomy Olympiad була започаткована в 1996 році[3].

Таким чином робити висновки про довготривалий вплив проведення шкільних астрономічних олімпіад на освіту та науку досить важко, проте згідно з [5] проведення International Olympiad on Astronomy and Astrophysics та національних олімпіад різних країн у міжнародному масштабі мало хороші наслідки, зокрема мотивувало значну кількість талановитої молоді до вивчення астрономії, забезпечило учнів цілями та винагородами (медалі та призові місця, подорожі, стипендії) при вивченні даного предмету, забезпечило стандартами астрономічної освіти з допомогою програм, завдань та розв'язків олімпіад минулих років. Також багато учасників та переможців олімпіад минулих років, завдяки досвіду та знанням, отриманих при підготовці та участі у таких заходах, вибрали кар'єру пов'язану з астрономічними дослідженнями та освітою. Вартим уваги є також те, що в останні роки колишні учасники повертаються до олімпіад у ролі лідерів команд, тренерів, авторів задач та членів журі, таким чином такі заходи є самопідтримуваними.

1.2. Особливості олімпіади з астрономії

Астрономія – це дисципліна природничо-математичного циклу, яка тісно зв'язана з іншими дисциплінами цього циклу, має з ними багато схожих рис, але і деякі відмінності, як у змісті дисципліни, так і методиці викладання. Як наслідок, астрономічні олімпіади мають певні особливості у порівнянні з іншими предметними олімпіадами. Тому, враховуючи думки, викладені у [6], сформулюємо та розберемо основні особливості астрономічних олімпіад.

1. Астрономія має суттєву відмінність від таких дисциплін як географія та біологія у тому, що навіть на загальноосвітньому рівні її основу складають формалізовані закони і взаємозв'язки, записані у вигляді формул, що відрізняється від науково-популярного та любительського рівнів, які в першу чергу сфокусовані на фактажі та словесному чи наглядному графічному представленні законів і взаємозв'язків. Це визначає ключову роль кількісних задач у вивченні даної дисципліни. Тому більшість завдань на астрономічних олімпіадах повинні бути представлені у вигляді кількісних задач з формальним, але не обов'язково єдиним, розв'язком.

2. Астрономія є дисципліною в якій можливість проведення експериментів є дуже обмеженою, велика кількість даних береться зі спостережень за процесами та об'єктами без змоги здійснення на них безпосереднього впливу. Таким чином необхідними навичками є робота з великим об'ємом даних, вміння виділяти серед них корисну інформацію, робота з графіками, таблицями та фотографіями, що відображається на олімпіадах у наявності практичного туру, який повністю присвячений цим навичкам.

3. Майже всі астрономічні процеси і явища характеризуються складністю та комплексністю, що часто визначає їх детерміновану хаотичність та варіативність, адже зазвичай вони задіюють велику кількість об'єктів та мають великі часові і просторові масштаби. Тому разом з складними і точними обчисленнями на основі фундаментальних фізичних і хімічних законів, у астрономії є велика кількість емпіричних співвідношень. Таким чином астрономія як шкільна дисципліна, з метою відповідності матеріалу можливостям учнів, а також намагаючись формалізувати варіативність і детерміновану хаотичність, вводить велику кількість спрощень, наближень та емпіричних співвідношень, які відповідно переходять і у задачі астрономічних олімпіад.

4. Велика кількість величин у астрономії не може бути визначення з допомогою безпосередніх вимірювань чи точно розрахована на основі

доведених з допомогою експериментів фізичних законів. Часто такі величини визначаються з великою похибною на основі емпіричних співвідношень та спрощених законів з нехтуванням багатьох другорядних факторів. Таким чином оціночні задачі повинні мати місце в пакетах завдань для конкурсів з астрономії з метою відображення духу дисципліни та набуття учасниками навичок визначення приблизного значення шуканої величини.

5. Астрономічні спостереження, навіть на любительському рівні дуже залежать від часу доби та погодних умов і потребують досить дороговартісної техніки, що виключає можливість проведення реальних спостережних турів на початкових етапах олімпіади і обмежує їх лише заключними етапами. Можливою альтернативою є псевдоспостережний тур, в якому робота проводиться з фотографіями та зоряними картами.

6. Астрономія як шкільний предмет, вивчається, як правило, тільки у випускних класах загальноосвітньої школи. До того ж, кількість академічних годин, що виділяється для вивчення астрономії, дуже обмежена. Такі фактори зовсім не сприяють доброму засвоєнню учнями навчальної дисципліни, і підготовка дітей до олімпіади повинна вестись у позаурочний час у рамках гурткової роботи чи індивідуальних заходів.

7. Як показує досвід, у зв'язку з вивченням астрономії лише у останньому класі, нераціональним є поділ учасників олімпіади за класами навчання у школі. Тому зазвичай від нього або відмовляються (ІОАА, Всеукраїнська Олімпіада з астрономії та астрофізики), або ділять учасників на дві (Всеукраїнська учнівська олімпіада з астрономії, ІАО) або три (International Astronomy and Astrophysics Competition) групи, сформовані за рівнем підготовки із астрономії та супутніх предметів (математики, фізики, хімії та географії).

8. При конструюванні задач, на відміну від підходів при організації олімпіади з інших дисциплін, не можливо керуватися принципом відповідності змісту завдань пройденим етапом вивчення матеріалу навчальної дисципліни. Таким чином, необхідна згода учасників олімпіади і їх

керівників вирішувати завдання рівня, що значно перевищує матеріал шкільної дисципліни. У випадку, коли в олімпіадах беруть участь учні молодших класів, такий матеріал попередньо на офіційних уроках не вивчається взагалі.

9. Як уже зазначалось, астрономічний олімпіадний рух має достатньо коротку історію, тому слабкою є матеріально-освітньої база для підготовки та покращення знань учнів та педагогів, зокрема наукових публікацій, літератури тощо.

Кожну з цих особливостей варто враховувати як при проведенні самої олімпіади, так і під час підбору і складання завдань до неї.

1.3. Астрономічні олімпіади в період пандемії COVID-19

Пандемія COVID-19 принесла значні зміни в соціальне життя, зокрема складність проведення масових заходів через можливість поширення коронавірусної інфекції. Таким чином звичайний формат учнівських олімпіад став неможливий без ризику для життя та здоров'я учнів та педагогів. Дана проблема має декілька рішень.

1. Прийняти ризики та провести олімпіади у звичайному форматі. Зважаючи на негативні тенденції збільшення кількості хворих на COVID-19 в Україні даний варіант може мати значні негативні наслідки як для самих учасників та педагогів, так і для України в цілому, хоча він є позитивним і відносно простим з освітньої та організаційної точки зору

2. Відмінити проведення олімпіад. Такий варіант було обрано Міністерством освіти і науки України стосовно заключних етапів предметних олімпіад у 2019/2020 навчальному році[7]. Хоча даний сценарій нівелює ризики для здоров'я, проте несе потенційну шкоду як освітній та науковій системі загалом, так і окремим учням, основною мотивацією для саморозвитку яких були предметні олімпіади та конкурси і їх призи.

3. Проведення таких заходів онлайн. Такий варіант було вибрано для проведення деяких національних (заключний етап Чотирнадцятої Всеукраїнської Олімпіади з астрономії та астрофізики) та міжнародних (замість ІОАА було проведено Global e-Competition on Astronomy and Astrophysics (GeCAA)[8]; відбірково-тренувальні збори формування команди України у GeCAA теж були проведені у дистанційному форматі[9]) олімпіад. Даний сценарій несе виклики в організаційному плані, проте не несе епідемічної небезпеки та сприяє астрономічній освіті.

На мою думку, третій сценарій є найбільш вірним. Попри те, що зараз він створює нові виклики та проблеми організації, доступу до завдань, побудови системи оцінювання і відправки відповідей, забезпечення чесності та уникнення списувань і підказок, рішення кожному конкретному питанню врешті решт буде знайдено, а час – не згаяно.

1.4. Висновки

Попри те, що шкільні астрономічні олімпіади мають аналогічні цілі з іншими предметними олімпіадами та конкурсами, вони мають свою специфіку, продиктовану характером змагання, особливостями самої дисципліни та її викладання в школі. Розуміння цих особливостей є важливим для проведення олімпіади та складанню пакету завдань, які дійсно виконують цілі поставлені перед олімпіадами, та створюють найменшу кількість організаційних, технічних та інших проблем. Ситуація ускладнюється через пандемію COVID-19, котра, як і у всіх інших сферах життя, також внесла свої зміни в олімпіадний рух.

2. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ З АСТРОНОМІЇ

Олімпіадні задачі – це завдання підвищеного рівня складності, що пропонуються учням на олімпіадах різного рівня. Зазвичай, знань, що міститься у шкільному курсі дисципліни та суміжних дисциплін, повинно бути достатньо для вирішення таких задач. Складність олімпіадних задач полягає в необхідності вміти «відчувати» запропоноване явище, аналізувати дані спостережень та розуміти, які з законів треба застосовувати в тому чи іншому випадку [10, 11].

Проте у зв'язку з тим, що астрономія викладається лише у випускному класі, виникає проблема відповідності завдань і пройденого матеріалу: учні 10-го класу не вивчають астрономію в школі взагалі. Таким чином можна або обмежити завдання знаннями лише з сумісних дисциплін або використовувати інформацію зі шкільної програми астрономії за 11 клас. Згідно програми Всеукраїнських шкільних олімпіад (див. наприклад [12]) учасники олімпіади з астрономії молодшої групи повинні володіти знаннями з курсу астрономії з урахуванням їх знань з супутніх дисциплін. Це рішення підкріплене практикою Міжнародних Астрономічних Олімпіад (ІАО), зокрема згідно [13] при складанні завдань варто очікувати що учасники олімпіади 10-го класу володіють такими поняттями як «абсолютна зоряна величина», «видима зоряна величина», розуміють їх фізичний зміст, проте не володіють таким поняттям як «показник кольору», мають погане розуміння різниці понять «боллометрична зоряна величина» та «візуальна зоряна величина», не володіють навиками роботи з інтегралами, диференціалами, логарифмами, та не мають достатніх знань для розв'язування задач в яких ключову роль мають емісійні чи лінії поглинання, поляризація тощо. Разом з цим сама суть олімпіадних завдань та їх складності зберігається.

У [11] наведено декілька варіантів класифікації астрономічних завдань, зокрема за способом подання умови, за змістом, за рівнем складності, за способом розв'язування тощо:

- За способом подання умови: текстові, графічні, задачі-малюнки, експериментальні, експериментально-графічні.
- За змістом: абстрактні, конкретні, технічні, технологічні, з історичним змістом, задачі на кмітливість, “цікаві” задачі тощо.
- За рівнем складності: прості, що розв’язуються в одну-дві дії, задачі з неповними даними (коли в умові не вистачає необхідних для їх розв’язання даних), задачі з надлишком даних (коли до умови вводяться зайві дані, від використання яких суб’єкт розв’язання повинен відмовитись).
- За способом розв’язання: логічні (якісні), обчислювальні (розрахункові), графічні, експериментальні. Способами розв’язання передбачається використання різних засобів досягнення сформульованої в умові задачі мети.
- За необхідними навичками: задачі на кмітливість (завдання на розвиток логічного мислення), завдання, які вимагають лише оцінки даних, завдання, що використовують знання з інших предметів, творчо-практичні завдання, псевдоспостереження або реальні спостереження.

При складанні пакету завдань на олімпіаду важливо щоб завдання були різними за кожною з класифікацій. Саме тому пакет завдань на I, II і III етапах Всеукраїнської олімпіади з астрономії складається з 3-х частин: теоретичної з кількісними та якісними задачами, практичної з графічними задачами та задачами-малюнками, та тестами, які часто мають у собі елементи псевдоспостережних завдань. На IV етапі ці три блоки уже перетворені в повноцінні тури в окремі дні.

2.1. Складність завдань

Рівень складності астрономічних завдань продиктований цілями, які ставляться перед організаторами олімпіади. Їх різноплановість, а також необхідність визначити переможців та призерів означає вимогу до диференціації завдань за складністю. Тобто різниця у складності завдань, з

одного боку дозволяє проранжувати учнів згідно їх досягнень у вивченні астрономії, розумінні процесів та явищ, які вивчаються цією дисципліною, а з іншого боку слугує меті їх самовдосконалення та саморозвитку, що було пояснено, наприклад, у [6]:

- Нескладні, базові задачі спрямовуються на укріплення самооцінки учнів і запобігання втрати зацікавленості до вивчення астрономії. Варто зазначити, що задачами такого класу не повинні виступати лише класичні і шаблонні задачі, але й прості нестандартні задачі на логіку і загальну ерудицію.

- Для стимулювання творчого самовдосконалення учнів в пакет також потрібно включати задачі середнього рівня, які вимагають високих знань базових моделей і законів, меж їх застосування, знання ефектів, творчого мислення. Ці задачі повинні бути нескладними для учнів з хорошою підготовкою і заохочувати менш підготовлених учнів до подальшого вивчення.

- Включення в олімпіадну програму завдань високого рівня складності є не менш важливим – творчі, нестандартні, багатоступеневі задачі, розв'язок яких повинен базуватися на застосуванні різних законів, врахуванні багатьох ефектів, використанні незвичних для учнів способів розв'язування та знань інших навчальних дисциплін. Ці задачі націлені в першу чергу на вибірку, реалізації здібностей і стимулювання зацікавлення найбільш здібних і допитливих учнів, забезпечення покращення рівня знань вчителів і викладачів, запобігання застою у викладанні та навчанні.

При цьому традиційні класифікація задач за складністю, описана наприклад А.І. Бугаєвим, не дуже підходять для класифікації олімпіадних завдань. Зокрема у [14] зазначається, що об'єктивних способів визначення складності того чи іншого типу задач немає і завдання можна узагальнено поділити на два види: прості або тренувальні, тобто задачі, які передбачають використання однієї-двох формул, формування одного-двох висновків, пояснення формули, виконання простого експерименту, та важких або

комбінованих завдань, які вимагають використання при виконанні декількох фізичних закономірностей, часто із різних розділів фізики, формування декількох висновків і певного навичу в експерименті. Очевидно що такої класифікації задач для практичного використання на олімпіадах при складенні пакетів завдань є недостатньо.

На практиці головним критерієм складності завдання є розподіл результатів учасників по процентному значенню отриманих за розв'язок балів відносно повної оцінки задачі. Для наочного представлення даного параметру зручним є пелюсткова діаграма, яка показує залежність «відсоток отриманих балів від максимуму – кількість учнів» (див. додаток А). При цьому важливо, щоб при накладанні таких діаграм для всіх задач пакету заповнення зон наближалось до рівномірного. Зрозуміло що на практиці досягнути ідеально рівномірного розподілу неможливо, тим більше враховуючи неможливість попереднього тестування задач на когорті учнів, але досягнути принаймні часткового заповнення більшості секторів не складає великих труднощів при правильній методі складання пакету завдань. Також варто зазначити що з метою зменшення впливу учнів, які взяли участь в олімпіаді без належної підготовки, можливим є врахування результатів лише для 50% кращих робіт в загальній рейтинговій таблиці. Значення 50% продиктоване максимальним допустимим відсотковим відношенням призерів до всіх учасників даного етапу олімпіади, що діє на III та IV етапі Всеукраїнських учнівських олімпіад.

2.2. Тематика завдань

Теми задач для шкільних олімпіад з астрономії в загальному означені програмою шкільного курсу астрономії, визначені орієнтовний перелік теоретичних питань до Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії, зокрема у [12] і стандартизований завдяки програмі міжнародних олімпіад, зокрема [15, 13]. На рис. 2.1 представлено узагальнену структуру тематичного поділу завдань з астрономії. Дана структура представляє собою продукт

узагальнення та систематизації програм [12, 13, 15] на основі обробки задач різних етапів Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії, Всеукраїнської Олімпіад з астрономії та астрофізики, Всеросійської олімпіади школярів з астрономії, Московської астрономічної олімпіади, Міжнародної олімпіади з астрономії та астрофізики, представлених у [16-20].

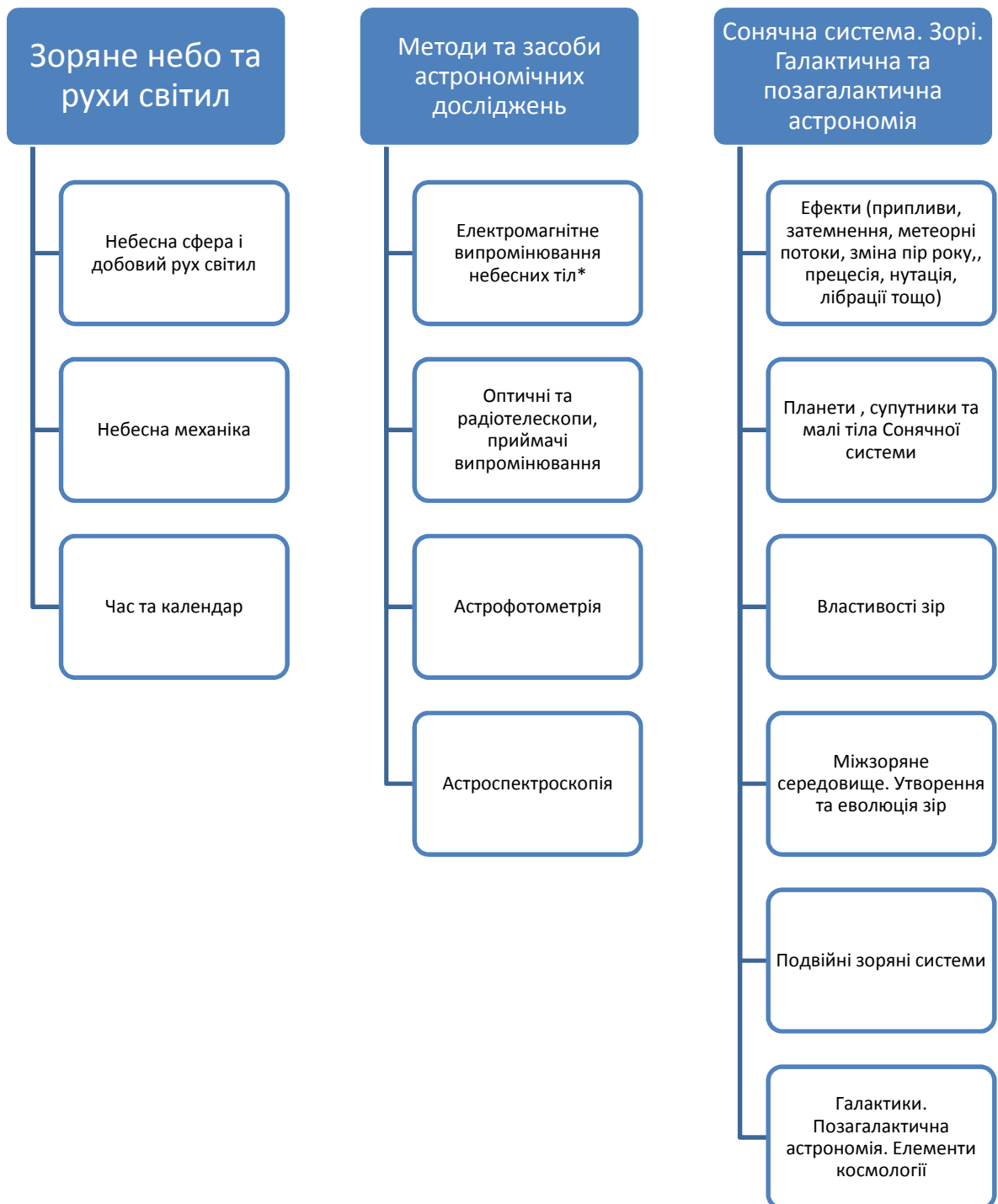


Рисунок 2.1 – Узагальнену структуру тематичного поділу завдань з астрономії

Основним критерієм структуризації тем була поширеність задач, самостійність теми, її зв'язки з іншими темами та підтемами та достатність матеріалу шкільної програми для генерації великої кількості завдань. Наприклад попри те, що у [12] галактична і позагалактична астрономія була винесена у окремий пункт з чотирьом підпунктами, шкільна програма вивчає дані теми на досить низькому, майже повністю якісному рівні, що обмежує варіативність задач по даній темі. Зірочкою позначені теми, які повністю або більшою частиною призначені лише для учнів 11-го класу.

Очевидно, що завдання які складають пакет, повинні відрізнитися не лише за положеннями у класифікаціях за способом подання умови, способом розв'язування чи складністю, але й за тематичним охоптом, таким чином щоб сам пакет був максимально різноплановим і перевіряв навички та вміння учасників олімпіади у різних розділах астрономії. Це забезпечить з одного боку максимальну об'єктивізацію рейтингової системи, коли для отримання високого місця недостатньо глибоких знань лише в одному розділі дисципліни, а потрібні системні знання та різнопланові навички. З іншого боку це дозволяє показати усе різноманіття проблем, які стоять перед сучасними астрономами, представити різні напрямки розвитку можливої кар'єри в астрономії та дозволяє показати учасникам на пропуски і слабкі місця в їхніх знаннях.

Для наочності представлено табл. 2.1, яка демонструє розподіл задач за темами згідно рис. 2.1 для 7 пакетів завдань III та IV етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії. Аналіз таблиці показує, по-перше, приблизно рівномірний розподіл задач за темами та підтемами. По-друге, те, що небесна механіка як підтема завжди має найбільшу кількість задач. Також майже завжди присутні задачі по небесній сфері і добовому русі, астрофотометрії та галактичній/позагалактичній астрономії. Це зв'язано з тим, що у шкільному курсі можна виділити декілька ключових підтем, які зустрічаються майже на кожній астрономічній олімпіаді: закони Кеплера, сферичні небесні координати та положення світил, формула Погсона та зоряні

величини, червоне зміщення і закон Хабла. По-третє, легко замітити, що при поділі третього пункту на три розподіл задач в кожному стає нерівномірною.

Таблиця 2.1 – Розподіл задач для 11 класу за темами на III етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії у Івано-Франківській області в 2017-2020р.р. та IV етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії в 2017-2019р.р.

Тема	I II етап, 2017 р.	I II етап, 2018 р.	I II етап, 2019 р.	I II етап, 2020 р.	I V етап, 2017 р.	I V етап, 2018 р.	I V етап, 2019 р.
1. Зоряне небо та рухи світил	4	2	3	4	4	3	3
1.1. Небесна сфера і добовий рух світил	2	1	1	1	2	2	1
1.2. Небесна механіка	2	1	2	3	1	1	2
1.3. Час та календар	0	0	0	0	1	0	1
2. Методи та засоби астрономічних досліджень	1	3	1	2	1	4	2
2.1. Електромагнітне випромінювання небесних тіл	0	0	0	0	0	0	1
2.2. Оптичні та радіотелескопи, приймачі випромінювання	1	1	0	1	0	1	0
2.3. Астрофотометрія	1	1	1	1	1	3	1
2.4. Астроспектроскопія	0	1	0	0	0	1	0
3. Сонячна система. Зорі. Галактична та позагалак- тична астрономія	1	1	1	2	5	3	4
3.1. Ефекти	0	0	0	0	0		1

Продовження таблиці 2.1 – Розподіл задач для 11 класу за темами на III етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії у Івано-Франківській області в 2017-2020р.р. та IV етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії в 2017-2019р.р.

3.2. Планети, супутники та малі тіла Сонячної системи	0	0	1	0	2	1	0
3.3. Властивості зір	0	0	0	0	0	0	1
3.4. Міжзоряне середовище. Утворення та еволюція зір	0	0	0	0	0	0	0
3.5. Подвійні зоряні системи	0	0	0	1	1	1	1
3.6. Галактики. Позагалактична астрономія. Елементи космології	1	1	0	1	2	1	1
4. Задачі з суміжних дисциплін, інші задачі	2	2	2	1	0	0	0

Розроблена та представлена мною тематична класифікація астрономічних задач зручна при створенні пакетів задач на олімпіади різних рівнів, адже дозволяє легко балансувати набір задач при дотриманні декількох простих правил: в одному пакеті завдань повинні міститися принаймні по одному завданні з кожного з трьох пунктів; на невеликих інтервалах часу в 2-3 роки сумарна кількість задач для всіх пунктів повинна бути приблизно однаковою з можливими відхиленнями з урахуванням рівня олімпіади; на протязі довших циклів у 4-6 років повинна бути присутньою принаймні одна задача для всіх підпунктів, теж з можливими відхиленнями з урахуванням рівня олімпіади. Під відхиленням внаслідок врахування рівня олімпіади мається на увагу більший акцент на базові та простіші підтеми (добовий рух світил, кульмінації, захід та схід, фази і конфігурація планет і Місяця, закони

Кеплера та використання закону всесвітнього тяжіння, місцевий та поясний час, астрофотометрія).

2.3. Висновки

Олімпіадні завдання з астрономії можуть бути прокласифіковані за багатьма різними характеристиками починаючи від подання умови задачі і закінчуючи тематикою. При цьому вони повинні бути максимально різноманітними за всіма параметрами щоб максимально зацікавлювати учнів, перевіряти знання з різних розділів астрономії, різні практичні чи практично-теоретичні навички та вміння, а також провести ефективне ранжування для виявлення переможців та призерів. Ці задачі значно спрощуються при використанні наведених у даній роботі методик підрахунку та аналізу розподілу задач за темами та розподілу за складністю на основі аналізу пелюсткової діаграми складності завдань попередніх років.

Важливим є наступні методичні рекомендації:

- протягом довгих циклів у 4-6 років покривати максимальну кількість тем згідно наведеної у роботі класифікації;
- протягом коротких циклів у 1-3 роки сумарна кількість задач за розділами астрономії згідно наведеної у роботі класифікації повинна бути приблизно рівною;
- можливі позитивні відхилення щодо кількості завдань на базові теми шкільної програми з астрономії для перших етапів олімпіад;
- завдання варто підбирати таким чином, щоб загальна пелюсткова діаграма пакету кількості учасників за процентним результатом балів по кожній окремій задачі була максимально рівномірно заповнена;
- для досягнення попереднього підpunkту доцільно аналізувати розподіл балів на пелюстковій діаграмі результатів розв'язування завдань на схожі ефекти чи прийоми попередніх олімпіад;

- умови завдань повинні бути максимально різноманітними, та по можливості включати додаткову цікаву науково-технічну інформацію або мати художню цінність як посилання на інші художні твори чи як самостійний твір.

Дотримання цих рекомендацій разом з грамотним використанням методів складання завдань та наявністю оціночних завдань в пакеті забезпечать максимальну відповідність пакет завдань до цілей олімпіадного руху та астрономічної олімпіади зокрема.

3. ОЦІНОЧНІ ЗАВДАННЯ

Серед задач, як фізичних, так і астрономічних, можна виділити так звані оціночні (оцінювальна) задачі, які ще деколи називають «задачами-оцінками». У методичній літературі такий тип задач згадується досить рідно, а дослідження над проблемою таких задач у дидактиці фізики лише розпочинаються. Очевидно, ситуація з проблемою задач-оцінок у дидактиці астрономії є ще гіршою, проте даним типом задач можна охопити велику кількість тем, навіть таких, які вивчаються лише на якісному рівні, або у яких для точного кількісного отримання результатів необхідний математичний апарат високого рівня. З урахуванням описаних вище особливостей вивчення астрономії як шкільної дисципліни, астрономії як науки, в якій пряме і безпосереднє вимірювання багатьох величин є неможливим, а також астрономічних олімпіад, такі задачі повинні відігравати важливу роль як у вивченні астрономії на уроках, так і у астрономічних олімпіадах. Зокрема у [21] сказано, що при перевірці розв'язків журі повинно підходити до оцінки робіт неформально, оскільки головною задачею є не отримання числа, що точно співпадає з відповіддю, а демонстрація своїх знань по темі задачі, вміння пояснити явище чи процес та обґрунтувати прийняті рішення. Це пояснюється тим, що, зокрема, астрономія, особливо в молодших класах, є в багатьох аспектах описовою наукою, яка розглядає лише основні, спрощені закономірності. Автори також зазначають, що сама наука астрономіє часто використовує наближені чи оціночні формули, таким чином результати можуть відрізняти в декілька раз.

Дробін А.А. дав наступне визначення: оцінювальні задачі – це тип задач, призначення яких моделювати розглядувані явища чи процеси та описувати їх фізичний та математичний зміст за умови відсутності або мінімізації чисельних даних з покроковим аналізом істотних та неістотних чинників і умов, що впливають на характер протікання досліджуваного явища чи процесу, а результатом розв'язку є отримання кінцевих формул у загальному

вигляді та наближених чисельних значень шуканих величин, співставних з реальними та достовірними [22]. Тут варто зазначити, що дане визначення накладає обмеження на графічний спосіб вирішення задач, попри те що, де-факто, задачі-оцінки можуть так вирішуватися, а деякі зі задач можуть спеціально бути перетворені у оцінювальні задачі з графічним способом вирішення з метою розширення доступності на учнів, які не володіють методами та прийомами вищої математики. Приклад такої задачі буде розглянуто нижче.

Таким чином оцінювальні задачі вимагають випереджальної оцінки очікуваного результату і відображають потреби людини, в тому числі в побутовому житті чи у навкових дослідженнях, здійснювати грубу «примірку», оцінку порядку фізичної величини, що характеризує той чи інший об'єкт або процес, і оволодіння методикою оцінок є однією із задач навчання у розвитку творчого потенціалу людини [23].

Розглянемо проблематику оціночних задач у контексті астрономічних олімпіад у ролі змагання та у ролі засобу для саморозвитку та мотивації учнів.

Контекст «олімпіада як змагання» вимагає від задачі у ході її розв'язування перевірки здобутих учнем навичок та знань, творчих та аналітичних здібностей. Задачі-оцінки ідеально виконують цю функцію, адже, як зазначено у [23] розв'язання таких задач включає два компоненти: інтуїтивну оцінку і раціональну оцінку, тому успішність розв'язання оціночних задач визначається застосуванням знань з різних галузей науки, в тому числі і сумісних дисциплін, екстраполяцію на досліджуваний процес власного життєвого досвіду, а здатність їх вирішувати є одним із критеріїв ранжування. Такі задачі часто являють собою мініатюрку, стиснуту в об'ємі та часі науково-дослідницьку роботу.

Оцінювальні задачі також блискуче зарекомендували себе у контексті засібу для саморозвитку та мотивації. Зокрема, Рубанова Т. А. зробила висновок про збільшення інтересу до предмету при використанні таких задач на уроках[24]. Доаналогічних висновків дійшли також Дробін А.А.[22,23],

Сиденко М.В.[25], Коржуєв А.В.[26] та інші. Отож очевидно що такі задачі повинні мати місце і на олімпіадних змаганнях з астрономії.

Проте дана група задач не є уніфікованою та однорідною, в ній теж можна виділити декілька підгруп, причому за декількома різними критеріями (рис. 3.1). Розглянемо кожну класифікацію детальніше.



Рисунок 3.1 – Класифікації оціночних задач

Класифікація за напрямком оцінки вказує на предмет оцінювання, тобто чи він являє собою об'єкт чи процес, чи обидва одразу. Даний варіант класифікації несе найменшу практичну цінність і являє собою досить умовний поділ, проте є важливою для розуміння різноманіття оціночних задач. Прикладом оцінки, спрямованої на об'єкт, можна вважати використання моделі сферичної Землі з рівномірним розподілом густини по всьому об'єму

при розрахунку часу падіння до точки-антипода, рухаючи по тунелю через центр Землі, як зроблено у [16]. В цю категорію також можна віднести більшість задач, в яких за допомогою вимірювань на фотографії чи малюнку потрібно оцінити певні величини, а також частина завдання з вибором типового чи середнього значення певного параметру для деякого класу об'єктів. Задачі з оцінкою, спрямованою на процес, характеризуються фокусом саме на фізичний перебіг деякого явища чи процесу. Прикладом є оцінка температури деякого космічного тіла на основі моделі теплового балансу, в якій ідеалізується теплопровідність. При цьому також бувають задачі, коли оцінювання відбувається як характеристик певного об'єкту, так і процесу чи явища, в якому він бере участь.

3.1. Класифікація за характером оцінки

Якщо розглядати характер оцінки або результат оцінювання, то можна виділити поділ на оцінювання типового значення і оцінювання меж допустимих значень. Ці два типи оціночних задач мають різні цілі та перевіряють розуміння різних навичок у учасників. Зазвичай задачі на оцінювання типового значення більше уваги приділяють саме кількісному аналізу: який вплив в середньому має даний ефект на вибране явище чи об'єкт? Також такі задачі часто мають місце коли точне обчислення меж є неможливим, незручним або надто громіздким. Наприклад, задачі з таким характером оцінювання часто використовуються коли учасники не мають достовірної інформації про межі допустимих значень вхідних величин або такі межі не є чітко визначені. З іншого боку, задачі на оцінювання меж допустимих значень зазвичай більше уваги приділяють якісному аналізу: чи може даний ефект за деяких умов мати помітний вплив на вибране явище чи об'єкт? Чи завжди певний ефект має більший вплив за інший? В такий задач не отримується відповідь про те, наскільки це відбувається часто, а лише про те чи є можливим такий розвиток подій. Тобто зазвичай це задачі саме

порівняльної оцінки – як співвідноситься одне явище, ефект, об'єкт з іним, чи перекриваються межі їх допустимих значень. Зокрема, часто в таких задачах потрібно визначити лише одну величину з пари (мінімальне значення; максимальне значення) для одного ефекту, явища чи об'єкту, та іншу величину для другого. Такі задачі перевіряють в учасників навички роботи з похибками та знання про варіативність протікання процесів. Розглянемо приклади задач на оцінку типового значення та оцінку меж.

Хорошим прикладом задачі на оцінку типового значення можна вважати підпункт 2 задачі 4 для молодшої та старшої груп XVIII International Astronomy Olympiad, яка носить назву «XVIII століття. Полудень.» Нижче пропонується дана частина задачі.

Задача 3.1. Дубінгяй – це найближче містечко до місця розташування учасників XVIII ІАО.

В історії науки в різний час використовувалися різні системи мір. Ця задача пропонує учасникам використати історичні (нині застарівші) одиниці вимірювання.

Оцініть, якою була в той час (у XVIII столітті) потужність сонячної енергії, що падала на одного місцевого (Дубінгяйського) коня. Відповідь потрібно виразити в фізичних величинах, що тоді використовувались. Чому можна здивуватися, отримавши правильну відповідь?[17]

Також, учасникам були дані наступні співвідношення сучасних та історичних величини, а також для наочності представлено фотографію коня з людиною (рис. 3.2).

$$1 \text{ кінська сила (к.с.)} = 735.49875 \text{ Вт.}$$

$$1 \text{ аршин (арш)} = 0,711187 \text{ м.}$$

Розв'язок задачі 3.1. Розв'язок задачі є доволі простим, та складається всього лиш з трьох кроків.

1. Оцінка площі поперечного перерізу коня, перпендикулярного до сонячних променів.



Рисунок 3.2 – Фотографія коня та жительки містечка Дубінгяй у національному костюмі, надана в роздаткових матеріалах XVIII ІАО

Тут важливим є те, що дане значення більше залежить від орієнтації коня відносно Сонця, ніж висоти Сонця над горизонтом. Автори задачі вважали, що учні мали оцінити це значення на основі малюнку (рис. 3.2) та загальних знань в $0.5-1.5 \text{ м}^2$, що складає $1-3 \text{ арш}^2$.

2. Обчислення сонячної сталої в історичних одиницях вимірювання.

Відстань від Землі до Сонця

$$a = 1 \text{ а. о.} = \frac{1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}}{0.7112 \frac{\text{м}}{\text{арш}}} = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ арш} \quad (3.1)$$

Світність Сонця в кінських силах рівна

$$L = \frac{3.865 \cdot 10^{26} \text{ Вт}}{735.5 \frac{\text{Вт}}{\text{к.с.}}} = 5.25 \cdot 10^{23} \text{ к.с.} \quad (3.2)$$

Таким чином сонячна стала у цих одиницях буда рівною

$$A = \frac{L}{4\pi a^2} = \frac{5.25 \cdot 10^{23} \text{ к.с.}}{4\pi (2.1 \cdot 10^{11} \text{ арш})^2} = \frac{0.94 \text{ к.с.}}{\text{арш}^2} \quad (3.3)$$

3. Отримання результату та порівняння з 1 кінською силою.

Враховуючи оцінку площі поперечного перерізу коня, перпендикулярного до сонячних променів, в $1-3 \text{ арш}^2$, неважко зробити висновок, що кінь у безхмарну погоду, стоячи не в тіні, за секунду отримував

близько 1-3 кінських сил сонячного випромінювання, тобто рівних або здебільшого більше за його середню потужність.

Тепер звернемо увагу на деякі деталі. По-перше, попри те що офіційний розв'язок містить відповідь у форматі [мінімальне значення; максимальне значення]. цю задачу не варто відносити до задач з оцінкою меж. Це зв'язано з тим, що межі тут не є чітко заданими і визначеними фізичними умовами процесу, такими як хмарність, пора року, чи об'єкту, такими як вік чи порода, які дуже впливають на розміри коня, а включені у розв'язок в першу чергу зручності оцінювання задачі, зокрема для відсіювання очевидних неправдоподібних моделей коня, наприклад «сферичний кінь». Дана задача розглядає типового, усередненого коня, і для більшого акценту на цьому навіть надає фотографію для використання при оцінюванні. По-друге, може виникнути запитання чому така, здавалося б, проста задача була запропонована до розв'язування на олімпіаді міжнародного рівня? Цей підпункт задачі мав на меті перевірити навички оцінювання при роботі з фотографією чи зображенням, вміння розробляти прості та адекватні фізичні моделі об'єктів за обмежений час. Також важливим було розуміння того, що ключовим фактором є орієнтація коня – це відрізняє даний підпункт від більшості звичайних астрономічних задач, де найважливішим фактором є висота Сонця над горизонтом. По-третє, основним оцінювальним фокусом задачі були розміри коня та площа поперечного перерізу, тобто це задача-оцінка, спрямована на об'єкт. І по-четверте, умова даної задача несла також науково-технічне інформаційне навантаження про історичні системі мір.

Розглянемо задачу 9.31 з [16] як приклад задачі на оцінку меж.

Задача 3.2. Що станеться з Сонячною системою, якщо Сонце раптово зникне?

Розв'язок задачі 3.2. Цілком очевидним є те, що швидкості планет в момент зникнення Сонця не зазнали змін. Автор пропонує розглянути випадок, коли гравітаційним центром Сонячної системи, стане Юпітер, оскільки це планета з найбільшою масою. Таким чином розв'язок зводиться

до визначення чи зможе Юпітер втримати інші планети. При цьому взаємним впливом планет, крім Юпітера, будемо нехтувати. Очевидно, що для того, щоб планета не покинула Сонячну систему, потрібно щоб її швидкість відносно Юпітера 286'єк меншою за другу космічну швидкість, визначену на відстані розташування планети в початковий момент часу у поля тяжіння Юпітера, тобто повинна задовільнятися нерівність

$$V_{\Pi} < V_{II} = \sqrt{\frac{2GM_{\text{Ю}}}{R}}, \quad (3.4)$$

де V_{Π} – відносна швидкість планети, V_{II} – друга космічна відносно Юпітера, $M_{\text{Ю}}$ – маса Юпітера, а R – відстань між планетою та Юпітером у момент зникнення Сонця. Для пришвидшення розрахунків, автор пропонує зробити наступне спрощення

$$V_{\Pi} < \frac{1.3 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{\sqrt{R(\text{а.о.})}} \quad (3.5)$$

Зазначу, що схожі прийоми дуже корисні на практичних турах чи в інших задачах, коли потрібно провести велику кількість розрахунків за максимально короткий час з мінімальною кількістю помилок. Також формули такого типу зручно запам'ятовувати.

Далі потрібно провести розрахунки, при цьому оскільки ми не знаємо де знаходилась та чи інша планета в момент зникнення Сонця, варто врахувати як найбільш, так і найменш сприятливий сценарій: планета знаходилась по одну сторону з Юпітером відносно Сонця в момент зникнення, або по різні, при цьому в обох випадках Юпітер і планета лежали на одному геліоцентричному напрямі. В першому випадку відносна швидкість планети буде складати

$$V_{\Pi} = V_{\text{Пс}} - V_{\text{Ю}}, \quad (3.6)$$

а відстань між ними буде рівною

$$R = R_{\Pi} - R_{\text{Ю}}, \quad (3.7)$$

де $V_{\text{Пс}}$ – швидкість планети відносно Сонця і її відстань від зірки в момент її зникнення,

$V_{\text{Ю}}$ – швидкість Юпітера і його відстань від Сонця в той же момент часу.

Аналогічно для другого випадку

$$V_{II} = V_{IIc} + V_{Ю} \quad (3.8)$$

$$R = R_{II} + R_{Ю} \quad (3.9)$$

Але спочатку раціонально обмежитись лише найсприятливішим випадком – тоді якщо жодна з планет не залишиться у системі, то відпадає необхідність проводити аналіз найменш сприятливого випадку. Результати обчислень зручно подати у табличному вигляді.

З табл. 3.1 нескладно побачити, що для жодної з планет необхідна умова не виконується, таким чином всі великі планети покинуть Сонячну систему після зникнення Сонця, тобто система буде зруйнована. Автор наголошує, що отримані результати цілком підтверджуються наступними логічними міркуваннями: якби для деякої планети $V_{II} < V_{IIc}$, то вплив Юпітера на неї був би настільки великим, що вона не змогла б довготривалий час без значних збурень рухатись своєю орбітою навколо Сонця.

Таблиця 3.1 - Відстань, швидкість та друга космічна швидкість відносно Юпітера для різних планет Сонячної системи в момент зникнення Сонця за найсприятливіших умов

Планета	R, а.о	V_{II} , км/с	V_{IIc} , км/с
Сатурн	4.3	0.63	3.5
Уран	14	0.35	6.3
Нептун	25	0.26	7.7
Марс	3.7	0.68	11
Земля	4.2	0.63	17
Венера	4.5	0.61	22
Меркурій	4.8	0.59	35

Зведення взаємодії різних планет між собою до взаємодії «Юпітер – інші планети» визначає приналежність даної задачі до категорії оціночних задач. Оскільки для отримання правильної відповіді необхідно розглянути найсприятливіший сценарій, при цьому визначення лише типового чи усередненого значення є недостатньо для вважання розв'язку повністю

коректним, дана задача вимагає оцінювання меж зі спрямуванням оцінки на процес (взаємодію планет). Також вона чудово ілюструє якісний характер висновку при розв'язуванні таких задач, а також можливість достатності визначення лише одного межового значення.

3.2. Класифікація за методикою оцінки

Класифікація за методикою оцінки визначає які конкретно навички оцінювання будуть перевірятися цією задачею, що визначає значну практичну цінність такої класифікації, необхідність її врахування при складанні пакетів задач з метою перевірки максимальної кількості навиків та вмінь учасників олімпіади, з урахуванням особливостей задач, що пропонувалися попередні роки. Згідно цієї класифікації задача може розв'язувати оцінкою вхідних значень або фізичним чи математичним наближеннями.

Задачі з оцінкою вхідних значень характеризуються відсутністю всіх чи частини необхідних для розв'язування значень в умові задачі чи роздаткових матеріалах, представлених явно, тобто у числовому вираженні. Учні необхідно або визначити необхідні величини з власного досвіду та багажу знань про навколишній світ, або виміряти на фотографії, картинці чи графіку. При цьому оцінкою не вважається згадування загальновідомим констант, за винятку їх вимірювання з допомогою роздаткового матеріалу. Іншими словами невідомі вхідні величини обов'язково повинні допускати значні похибки при їх визначенні. Такі завдання вимагають вміння працювати зі зображеннями, фотографіями та графіками, перевірки власних суджень на раціональність та правдоподібність, загальні та енциклопедичні знання з різних тем та дисциплін. Як приклад такої задачі розглянемо оцінку впливу опору атмосфери на супутники згідно [27], яка також є прикладом задачі на оцінкою, типового значення, спрямованою на об'єкт і процес.

Задача 3.3. Оцініть величину тормозного прискорення супутника внаслідок опору атмосфери.

Розв'язок задачі 3.3. Для більшості супутників опір атмосфери має суттєвий вплив лише до висот порядку 500 км, а для великих супутників-балонів з малою масою – до висот близько 1500 км. Зіткнення супутника з молекулами газу, що складають атмосферу, які внаслідок цього змінюють свій імпульс та імпульс супутника, являються основною причиною даного опору. При розв'язуванні будемо вважати що площа поперечного січення супутника, який рухається зі швидкістю v , рівна S , а концентрація молекул у атмосфері на даній висоті складає n . Тоді кількість ударів молекул об його обшивку за одиницю часу визначається об'ємом, «вирізаним» супутником за час Δt , і складає

$$\frac{N}{\Delta t} = \frac{nSv\Delta t}{\Delta t} = nSv \quad (3.10)$$

Імпульс кожної частинки газу атмосфери при ударі зміниться не вилучину km_0v , де m_0 – маса молекули, а k – деякий безрозмірний коефіцієнт, зокрема для абсолютно пружної взаємодії $k=2$, а для абсолютно непружного удару $k=1$. Вважаючи зіткнення абсолютно непружними та виходячи з означення сили як зміни імпульсу за одиницю часу, отримуємо загальну силу опору

$$F = km_0v \frac{N}{\Delta t} = km_0nSv = k\rho Sv^2, \quad (3.11)$$

де ρ – густина газу.

Тобто тормозне прискорення супутника $a_{\text{опору}}$ під дією сили опору

$$a_{\text{опору}} = \frac{F}{m} = \frac{k\rho Sv^2}{m}, \quad (3.12)$$

де m – маса супутника.

Отож для отримання кількісної оцінки потрібно визначити значення маси і поперечного перерізу супутника, швидкості його руху, густини атмосфери та безрозмірного коефіцієнту. Нехай маса типового супутника $m \approx 100$ кг, поперечне січення $S \approx 1$ м², при цьому він рухається з першою космічною швидкістю $v = 8$ км/с по круговій траєкторії на висоті $h \approx 200$ км над земною поверхнею, де густина атмосфери складає $\rho \approx 10^{-9}$ кг/м³. Вважаючи зіткнення непружними, отримаємо силу опору для супутника порядку $F \approx 0.1$ Н,

а тормозне прискорення порядку $a_{\text{опору}} \approx 10^{-3} \text{ м/с}^2$, що приблизно в 10^5 раз менше прискорення, наданого супутнику внаслідок сили тяжіння.

Саме останній етап з вибором типових значень характеризує завдання як оціночне з визначенням вхідних величин. Очевидно, що учні можуть використати інші параметри супутника чи атмосфери, а також безрозмірного коефіцієнта, тому кінцевий результат у числовому значенні може дуже відрізнятись. При цьому важливим є не стільки числове значення, скільки порядок отриманої величини. Враховуватися повинна зб'єк раціональність та реалістичність оцінених учнем значень.

Оціночні задачі з фізичним наближенням використовуються при розгляді тем чи підтем, які вимагаються складного, недоступного школярам, математичного апарату, знання фізичних чи астрономічних законів, які виходять за рамки шкільної програми, врахування великої кількості другорядних факторів або детальний розгляд вимагає значних часових затрат. При розв'язуванні таких задач розробляється спрощена фізична модель, яка враховує лише один-два ключових фактор, і яка часто повністю не відображає описуваному предмету, проте яка дозволяє швидко та з допустимою точністю отримати результат. Такі задачі мають на меті перевірити навички учнів у створенні максимально простих, раціональних фізичних моделей, вміння визначати ключові та другорядні фактори, знання розглянутих у задачі питань.

Розглянемо як приклад задачу з [27], яка була запропонована на олімпіаді ННЦ за 1987/88 навчальні роки.

Задача 3.4. В одній науково-фантастичній розповіді описуються події ХХІV століття, зокрема освоєння космонавтами самотнього астероїда. На астероїд, що знаходиться далеко від нашої, а також всіх інших зоряних систем, майже одночасно приземляються дві групи астронавтів. І, як це часто вже було в історії нашої цивілізації, спочатку ці групи не мали взаєморозуміння. В деякий момент почалася перестрілка – невеликий локальний конфлікт. На щастя, потужної зброї у сторін не було, лише так звані ДІАКМ («доісторичні автомати Калашнікова модернізовані»), та й боєприпасів було небагато. Через

декілька днів патрони закінчились і конфлікт закінчився сам по собі, навіть без жертв, але близько ста тисяч куль вилетіло в космос. Через багато років астероїд перетворився на велику науково-дослідницьку і транзитно-транспортну базу на шляху з Сонячної системи до Сіріуса, вирости будинки і сади, в умовах наднизької гравітації були виведені гігантські фруктові дерева. І здавалося, не було проблем. Але... через 40 років випущені колись давно кулі почали повертатися. То тут, то там вони пробивали скафандри, пошкоджували дохи дамів, виводили із строю системи життєзабезпечення. За місяць загинуло декілька десятків осіб. Астероїд довелося покинути.

Оцініть масу M даного астероїда, вважаючи що він сферичної форми з радіусом $R=1100$ км, а куля, випущена з ДІАКМ, має початкову швидкість $V_0=715$ м/с.

Розв'язок задачі 3.4. Строге розв'язування даної задачі є досить громіздким та займає багато часу, навіть якщо знехтувати часом руху поблизу перигею орбіти між точками вистрілу та падіння. Проте якщо учень зверне увагу, на те що умовний період обертання є надзвичайно великим, і скористається тим, що тоді траєкторія орбіти майже параболічна, повна енергія близька до нуля, а початкова швидкість куль приблизно рівна другій космічній, то вирішення задачі зводиться до єдиного кроку – отримання маси тіла з формули для другої космічної швидкості.

$$V_0 \approx \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (3.13)$$

$$M \approx \frac{V_0^2 R}{2G} \approx 5 \cdot 10^{21} \text{ кг} \quad (3.14)$$

Таким чином дана задача дозволяла виокремити учнів, які в умовах значного обмеження часу, здатні побудувати просту, але раціональну модель явища, що є корисним навиком у науково-дослідній та технічно-прикладній галузях. Дана задача також може виступати прикладом оцінювальних завдань, спрямованих на явище, з визначенням типового, в даному випадку конкретного, значення.

Розглянемо ще один приклад задачі-оцінки з використанням фізичного наближення, що була представлена на XVII Всеросійській Олімпіаді школярів з астрономії для учнів 11 класу[17,18]. Її також можна класифікувати як задачу, спрямовану на оцінку параметрів об'єктів з визначенням типового(конкретного) значення. Це завдання цікаве в першу чергу тим, що дозволяє перевірити глибину знань та розуміння явищ, які вивчаються в шкільській програмі на якісному рівні – в даному випадку це фотометричні полоси, спектр випромінювання, на основі кількісних знань лише по темі показників кольору та наявності загальних астрономічних знань.

Задача 3.5. Вега і Арктур – тепершнє.

Візуальна зоряна величина Веги (спектральний клас А) і Арктура (спектральний клас К) складають 0.03^m і -0.05^m . Яка з цих зірок яскравіша в фотометричній полосі U? B? V? R?

Розв'язок задачі 3.5. Відомо, що спектральна крива у фотометричній полосі V близька до спектральної кривої чутливості людського ока, в тому числі саме позначення індексу V пішло від слова «visual», тому фактично візуальна зоряна величина являє собою просто іншу назву полоси V у фотометричній системі. Звідси неважко зробити висновок, що Арктур зовсім трохи яскравіший за Вегу у полосі V.

Для відповіді на інші питання задачі потрібно згадати основні характеристики випромінювання зір спектральних класів А та К. Зокрема зорі спектрального класу А – це білі зорі, основні показники кольору для яких близькі до нуля. Іншими словами

$$(U_{\text{вега}} - B_{\text{вега}}) \approx (B_{\text{вега}} - V_{\text{вега}}) \approx (V_{\text{вега}} - R_{\text{вега}}) \approx 0 \quad (3.15)$$

Відповідно зоряна величина Веги у всіх чотирьох фотометричних полосах приблизно рівна 0^m . З Арктуром ситуація зовсім інша – це оранжева зірка спектрального класу К, для якої всі три показники кольорі є досить великими додатніми значеннями, порядку $+1^m$. Таким чином, зоряна величина у полосах U та B для Арктура матиме додатне значення, значно вище за відповідні значення для Веги. Іншими словами, холодний, червоний Арктур в

ультрафіолетовій та синій областях спектру буде менш яскравим за Вега. Що ж до зоряної величини у фільтрі R, то у Арктура вона буде мати досить значне від'ємне значення, порядку -1^m – приблизно на цю полосу приходиться максимум в спектрі цієї зірки, і в ній він буде значно яскравішим за Вега.

Отже Вега буде яскравішою в фотометричних полосах U і B, при цьому Арктур буде яскравішим у фільтрах V та R. Результат для покращення розуміння зручно представити у графічному вигляді у якості схематичного малюнку (рис. 3.3).

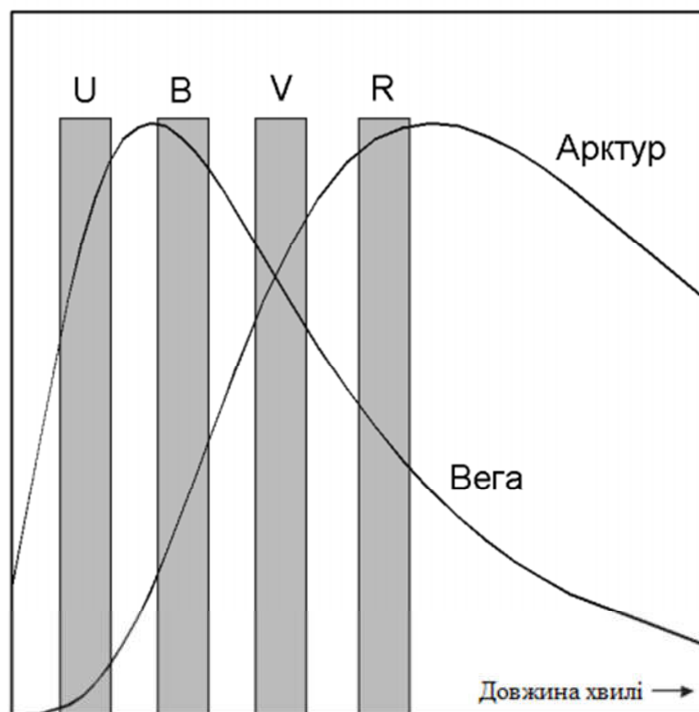


Рисунок 3.3 – Схематичне зображення спектрів Арктура і Веги і фотометричних фільтрів U, B, V, R

Задачі з математичним наближенням в першу чергу представляють інтерес для перевірки знань з тем, які вивчаються кількісно, проте в яких за певних умов потрібен математичний апарат, що виходить за межі шкільної програми, вивченої на момент олімпіади, або для розгляду проблем, які аналітично не розв'язуються. Тому ціллю таких задач в першу чергу є перевірка глибини знань та розуміння фізичних процесів, явищ і ефектів. Зазвичай такі задачі передбачають використання методів наближених обчислень,

використання числових методів інтегрування, роботу з графіками тощо. На превеликий жаль, такі задачі на олімпіадах зустрічаються досить рідко, що створює проблему популяризації даного типу задач.

Розглянемо задачу 3.6 з індійської національної астрономічної олімпіади (INAO) 2012го року[28]. Дана задача має два підпункти, перший з яких має на меті перевірити математичні навчки учнів та передбачає точну відповідь, а другий – оціночний, з ціллю перевірити знання та розуміння другого закону Кеплера. Тут важливо зазначити, що дане завдання може бути повністю розв'язане аналітично; цей варіант розв'язку теж представлено, хоча на момент проведення даного етапу олімпіади школярі ще не вивчилими інтегрування в загальному та ітераційний метод розв'язування рівнянь. Попри те, що оціночка складова є достатньо легкою, доцільно вказати на дуже слабе, якісне, вивчення гіперболічних орбіт в школі, тому важливою складовою успіху при розв'язуванні даної задачі є концентрація, знання ме застосування другого закону Кеплера та відсутність розгубленості через незвичний для учасників вид траєкторії.

Задача 3.6. Користуючись рис. 3.4, знайти:

а) Кубічний поліном, що описує криву. Зверніть увагу: $f(7) \neq 200$.

б) Якщо ця крива описує орбіту комети з Сонцем в точці $(1;0)$ і комета вдруге перетинає вісь X точно через 2 місяць після першого перетину, знайдіть приблизне положення комети 1 місяць після першого перетину осі X .

Розв'язок задачі 3.6. Перший підпункт не представляє ніякої складості: з графіка неважко побачити, що $f(-4)=0$, $f(8)=0$, $f(0)=800$, $f(1)=840$. Склавши систему з чотирьох рівнянь, і розв'язавши її отримаємо відповідь

$$f(x) = x^3 - 29x^2 + 68x + 90 \quad (3.16)$$

Основний інтерес з точки зору методики складання і підбору астрономічних задач складає саме друга частина. Для її розв'язування нам потрібно поділити площу, обмежену кривою та осею X на дві рівні частини лінією з точки $(1;0)$. Точка перетину даної лінії та кривої буде визначати позицію комети через 1 місяць, тобто через половину часу руху з точки $(-4;0)$

до $(8;0)$. Для приблизного розв'язування задачі достатньо оціночно порахувати квадратики, що вкаже на позицію комети між $x=2$ та $x=2.5$, що варто зараховувати як правильну відповідь. При уважному підрахунку отримаємо $x=2.25$.

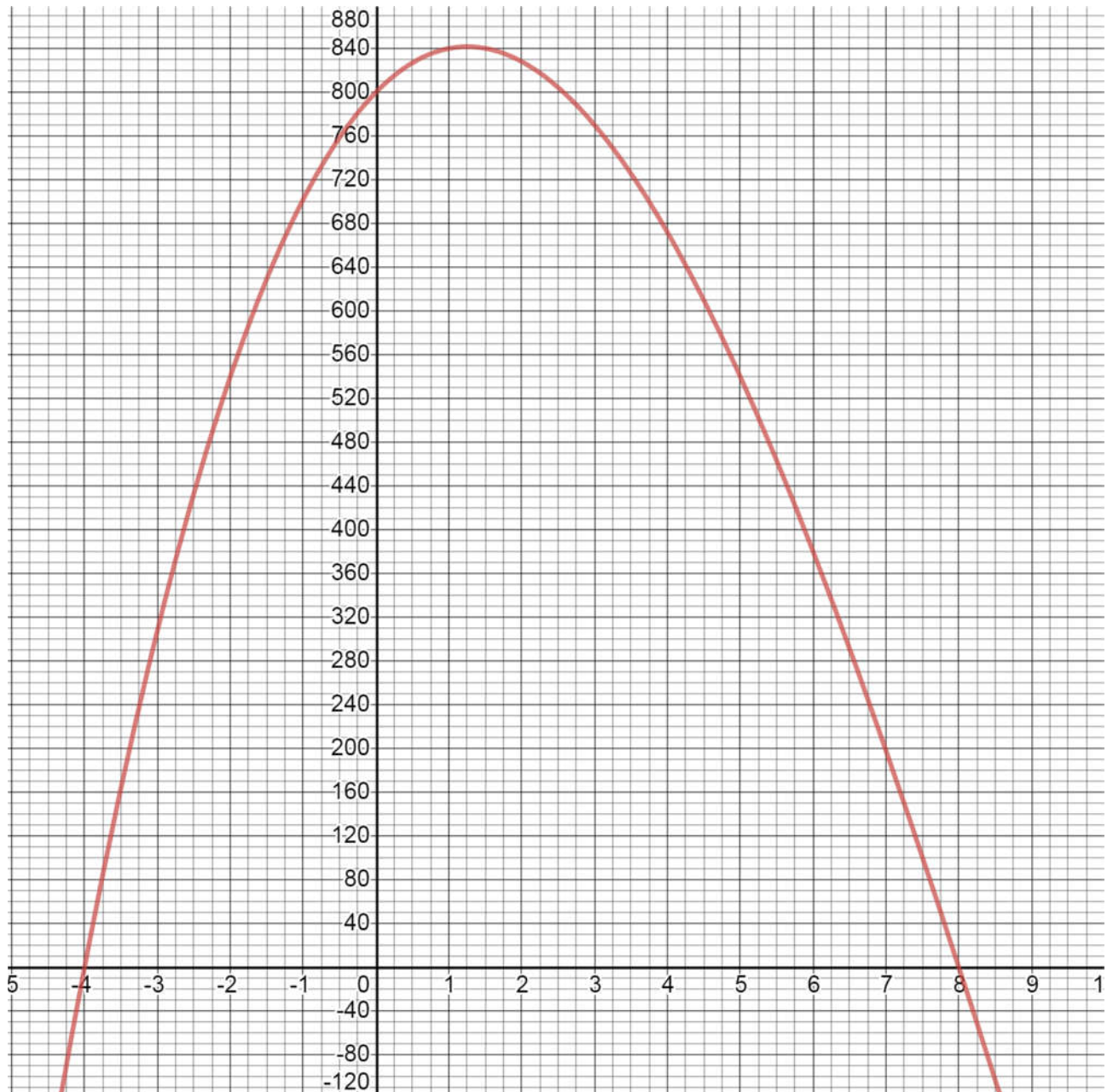


Рисунок 3.4 – Крива третього порядку, яка описує рух комети навкол Сонця

Точну відповідь на дане питання можна отримати і аналітично. Розглянемо рис. 3.5. Комета буде в точці А через один місяць після

проходження точки В при умові якщо площа заштрихованого контуру 1 буде рівною сумі площ контурів 2 і 3.

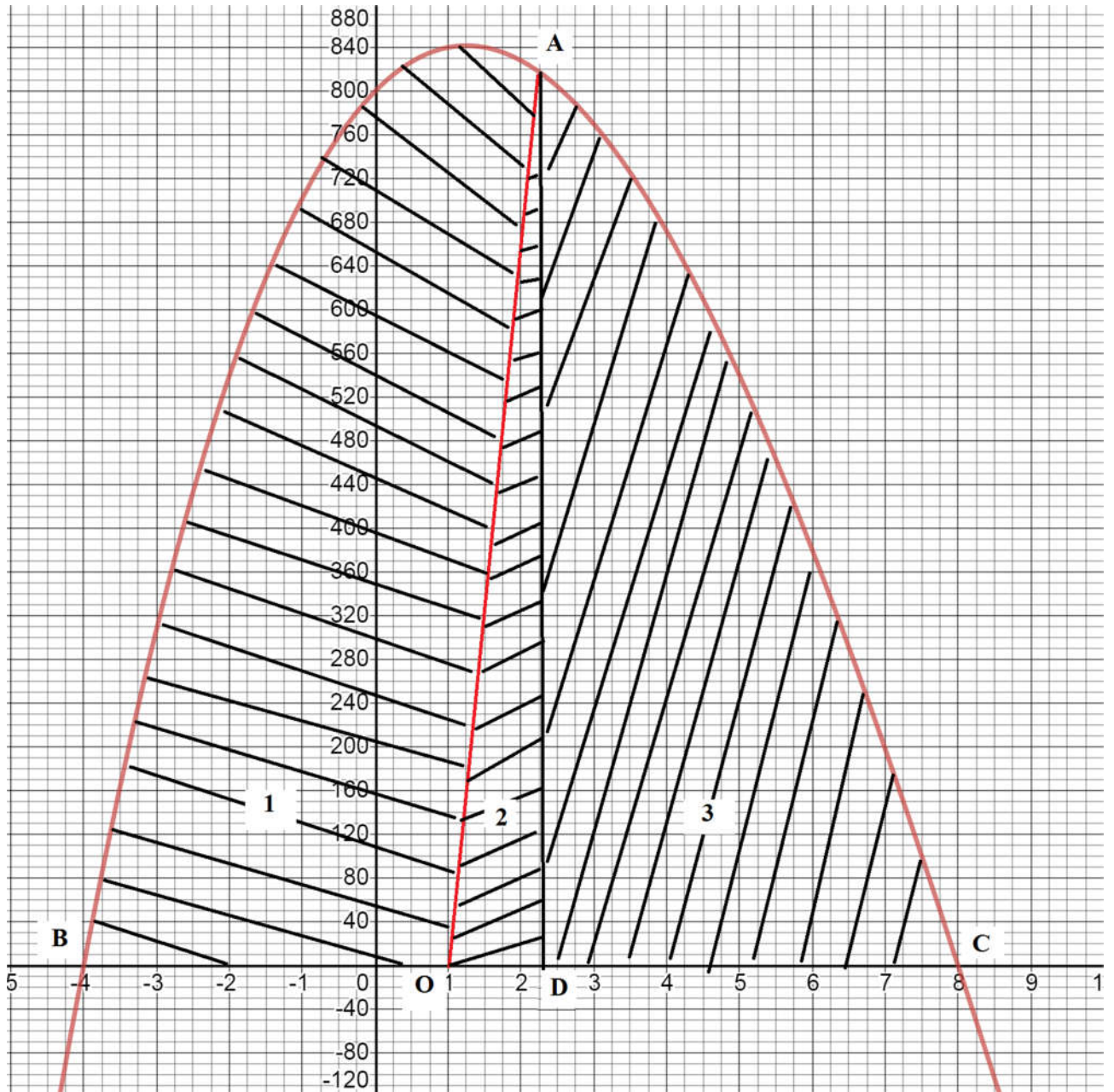


Рисунок 3.5 – Орбіта комети навкол Сонця поділена на області

Таким чином для знаходження координати x_0 комети запишемо наступну рівність:

$$\int_{-4}^8 f(x)dx = 2 \left[\int_{-4}^{x_0} f(x)dx - \frac{1}{2}(x_0 - 1)f(x_0) \right] \quad (3.17)$$

Проінтегрувавши та обчисливши значення отримаємо

$$\frac{x_0^4}{2} - \frac{32x_0^3}{3} + 29x_0^2 - 868x_0 + 64 \cdot \frac{88}{3} = 0 \quad (3.18)$$

Дане рівняння можна швидко розв'язати ітераційним методом, побачивши що $x_0 = 2$ при підстановці дає невелике позитивне значення або $x_0 = 3$ дає велике від'ємне значення і отримати $x_0 \approx 2.2071$, що відповідає отриманому оціночним методом значенню.

3.3. Висновки

Оціночні задачі відіграють важливу роль в олімпіадах з астрономії внаслідок специфіки як навчальної дисципліни, так і науки. Вони забезпечують зацікавленість учнів предметом, вчать нестандартно мислити, шукати зручні моделі, які задовільняють вимоги по точності, поділяти фактори на основні і другорядні. В контексті астрономічних олімпіад такі завдання відіграють важливу роль при визначенні вмій та знань учасників у темах, що вивчають переважно на якісному рівні, або у задачах, які за інших обставин вимагали б громіздких розрахунків.

У даному розділі було представлено авторські класифікації оцінювальних задач з астрономії з прикладним значенням; було розібрано особливості та сформульовано цілі для кожної категорії задач; наведено приклади з олімпіад різних рівнів та країн.

Щодо методичних рекомендацій, то важливо не забувати про задачі-оцінки, включати принаймні одну таку задачу в усі пакети завдань для олімпіад усіх рівнів, починаючи зі шкільної, адже дані задачі дуже різноманітні та можуть бути дуже різної складності. Рекомендовано використовувати оціночні задачі різних типів, проте забезпечити найбільшу кількість задач з фізичним та математичним нехтуванням, що також може дозволити урізноманітнити задачі за тематичним поділом.

4. МЕТОДИ СКЛАДАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ ЗАДАЧ З АСТРОНОМІЇ

Важливою проблемою астрономічних олімпіад, як і будь яких інших, є методика складання авторських задач. Такі задачі перевіряють вміння учнів мислити критично і нестандартно, сприяють їх зацікавленості предметом завдяки постійній новизні та незвичності підходів. Особливо актуально це для онлайн-олімпіад, оскільки у випадку копіювання задач з'являється можливість знайти рішення у мережі Інтернет, адже при очній олімпіаді даний фактор проконтролювати значно простіше.

Отож з метою допомоги педагогам у складанні олімпіадних завдань з астрономії, а також учням у розумінні принципів задач, у [6] було систематизовано підходи до формування задачі у вигляді класифікації методів складання нестандартних астрономічних задач (рис. 4.1). Вони відображають основні прийоми, що використовуються при виборі єдиної чи декількох основних ідей завдання. Деякі методи є досить схожими між собою, але володіють при цьому суттєвими відмінностями у виборі нестандартного аспекту задачі. Часто при складанні завдання поєднується декілька з перелічених прийомів, а деколи можуть навіть використовуватися усі методи одночасно або декотрі з них використовуватися декілька раз для різних частин задачі. В даній роботі кожен з методів буде розібрано більш детально.

4.1. Метод незвичного акценту

Даний метод характеризує прийом використання законів чи принципів, що вивчаються у рамках шкільної програми, проте яким при теоретичному вивченню і тим більше, при розв'язуванні задач, приділяють мало уваги. Розглянемо приклад вибору ідеї задач згідно з [6].

Шкільний курс вивчає закони Кеплера в наступному вигляді[30]:

1. Кожна з планет рухається навколо Сонця по еліпсу, в одному з фокусів якого знаходиться Сонце.
2. Радіус-вектор планети за однакові інтервали часу описує рівновеликі площі.
3. Квадрати сидеричних періодів обертання планет відносяться як куби великих півосей їхніх орбіт.

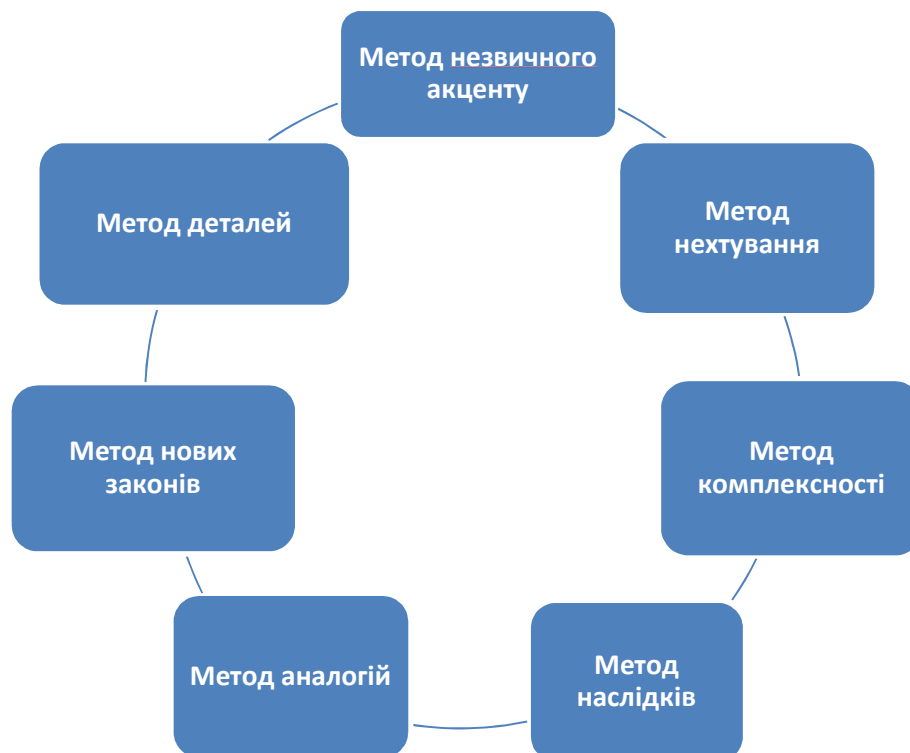


Рисунок 4.1 – Методи складання нестандартних задач з астрономії

Також у школі вивчається третій узагальнений закон Кеплера: якщо сидеричні періоди обертання двох планет позначити T_1 і T_2 , великі півосі еліпсів – відповідно a_1 і a_2 , а маси центральних тіл і їх супутників – відповідно M_1 і M_2 , m_1 і m_2 , то можна записати:

$$\frac{(M_1+m_1) \cdot T_1^2}{(M_2+m_2) \cdot T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (4.1)$$

При цьому більшість звичайних шкільних задач використовують і перевіряють знання третього та узагальненого законів Кеплера, вчителі більш детально їх розглядають на уроках, а першому і другому законам дістається надзвичайно мало уваги. Якщо основний акцент завдання помістити на

використання властивостей еліпса згідно першого закону Кеплера чи порівняння площ захоплених радіус-вектором задля визначення тривалості польоту згідно другого закону Кеплера, то отримуємо незвичайну і цікаву задачу.

Головна ціль завдань, розроблених з використанням цього методу, – привернути увагу учнів та педагогів до слабо розкритих тем, перевірити загальну обізнаність та вміння використати для розв'язування задачі нестандартний підхід. Саме останнє визначає особливу актуальність таких задач на олімпіадах.

Наприклад, перевірити знання учнів з історії астрономії та астрофотометрії, а саме причину набуття поширеності та актуальності логарифмічної шкали блиску небесних об'єктів можна скориставшись описаним прийомом, та склавши задачу на використання закону Вебера-Фехнера, який, принаймні опосередковано, розглядається в школі, проте якому приділяється занадто мало уваги. Визначившись з головною ідеєю задачі, додаємо до неї необхідні дані. Зокрема в розглянутому випадку відштовхуємося від тематики даного закону – астрофотометрія, видимі зоряні величини, спостереження неозброєним оком, та його особливостей – він працює з відношеннями зміни блиску та різницею зоряних величин: при зміні зовнішнього подразника в геометричній прогресії, органи відчуттів передають відповідні відчуття в арифметичній прогресії[31]. Таким чином для задачі необхідно, як мінімум, три небесні світила, наприклад зірки. Закон Вебера-Фехнера диктує нам закономірність між відчуттям зміни блиску, яку можна зіставити з шкалою зоряних величин, та реальним значенням зміни освітленості. Таким чином у нас є варіанти скласти пряму задачу (різниця у відчуттях \rightarrow відношення освітленості), та обернену. За цим алгоритмом було складено авторську задачу, запропоновану учням на III етапі Всеукраїнської астрономічної олімпіади у Івано-Франківській області в 2019 році.

Задача 4.1. Зима. Ніч. Безхмарне небо. Романтика. Владислава захопленим поглядом розглядає зорі над своєю головою.

Їй здається, що деяка зоря, назовемо її А, настільки ж слабша за Полярну, наскільки Полярна зірка за Вегу.

Знаючи, що видимі зоряні величини Веги і Полярної зірки в середньому складають $0,03^m$ і $1,97^m$ відповідно, знайти відношення освітленості від Веги і зірки А, а також видиму зоряну величину зірки А.

Розв'язок задачі 4.1. Згідно з законом Вебера-Фехнера чутливість змінюється як логарифм інтенсивності подразнювача, іншими словами зміна освітленості в однакову кількість раз сприймається оком як зміна на однакову зоряну величину.

$$\Delta m = m_{\text{Полярна}} - m_{\text{Вега}} = 1.97^m - 0.03^m = 1.94^m, \quad (4.2)$$

Видима зоряна величина А складає

$$m_A = 1.97^m + \Delta m = 3.91^m \quad (4.3)$$

$$\frac{E_{\text{Вега}}}{E_A} = 10^{0,4(m_A - m_{\text{Вега}})} \quad (4.4)$$

Таким чином ми отримуємо відповідь $\frac{E_{\text{Вега}}}{E_A} = 35.66$ раз.

Складність задач розроблених з допомогою методу незвичних акцентів дуже залежить від складності та кількості існуючих задач на дану тему. Наприклад, розглянута вище задача на використання закону Вебера-Фехнера чи задачі на використання першого та другого законів Кеплера зазвичай будуть для учнів простішими, ніж задачі на врахування прецесії чи аберації.

4.2. Метод деталей

Метод деталей характеризує прийом створення олімпіадних задач на основі добре вивчених та загальновідомих законів з використанням їхніх особливостей. Іншими словами, задачі розроблені за допомогою нього приділяють основну увагу межах застосування закону, його варіативність в залежності від зовнішніх умов та подання вхідних даних, деталі його застосування в деяких конкретних випадках тощо. Він використовується з метою перевірки глибини знань та розуміння основних законів та

закономірностей, перевірки уважності учнів, навичок критичного мислення та аналізу умов, при яких протікає дане явище. Якщо порівнювати метод деталей з методом незвичного акценту, то основною відмінністю є акцентування уваги на особливостях використання формули чи закономірності в залежності від вхідних даних, а не перевірка вміння вибрати конкретну гіпотезу, теорію і формулу, яка найкраще опише дане явище чи процес. Доцільно розглянути декілька ілюстративних прикладів.

Задача 4.2. На якій відстані від нас знаходиться квазар з червоним зміщенням $z = 1.5$?

Розв'язок задачі 4.2. Задача має на меті перевірити знання меж застосування звичайної та релятивіської формул ефекту Доплера при розрахунку червоного зміщення. Загальною рекомендацією є використання нерелятивіського наближення для значень $z \leq 0.1$ з метою мінімізації похибок[32]. Якщо ж червоне зміщення є більшим або рівним одиниці, то використання нерелятивіської форми ефекти Доплера дасть неможливий результат, зокрема в даному випадку

$$v = zc = 1.5c > c \quad (4.5)$$

Коректним є використання релятивіської версії формули розрахунку червоного зміщення

$$z = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} - 1 \quad (4.5)$$

Використання саме цієї формули є результатом її розробки за методом деталей з основним акцент саме на межах застосування різних варіантів формули та є основною складністю задачі – подальші кроки є цілком очевидними. Згідно закону Хабла

$$v = HR \quad (4.6)$$

Тому

$$R = \frac{v}{H} = \frac{c(z+1)^2 - 1}{H(z+1)^2 + 1} \approx 2.9 \text{ млрд } 446. \quad (4.7)$$

Ця задача представлена учасникам на короткому теоретичному турі заключного етапу Четвертої Всеукраїнської Олімпіади з астрономії та астрофізики[33].

Наступним прикладом виступить задача з [16], яка демонструє поєднання трьох прийомів – методу незвичного акценту, методу деталей та методу нехтування, про який йтиметься нижче. Іншими словами, завдання вимагатиме детального знання меж застосування слабо вивченого в шкільній програмі закону, в даному випадку – закону збереження моменту імпульсу, з використанням оціночних методів фізичного та математичного наближення.

Задача 4.3. За добу на Землю падає порядку 10 тисяч тон космічної речовини (метеорити, пилінки тощо). Оцініть, наскільки це могло змінити тривалість доби за час еволюції нашої планети.

Розв'язок задачі 4.3. Як відомо, момент імпульсу зберігається коли результуючий момент сил рівний нулю[34]. Тому, зробивши досить раціональне припущення про однорідність розподілу частинок за напрямком падіння в кожній точці земної сфери, можна зробити висновок про дотримання необхідних умов для виконання закону збереження моменту імпульсу.

$$L \propto MRV_{\text{екв}}, \quad (4.8)$$

де L – момент імпульсу Землі при обертання навколо своєї осі,

M – маса Землі,

R – середній радіус Землі,

$V_{\text{екв}}$ – швидкість обертання Землі на екваторі.

Вважаючи, що момент імпульсу Землі зберігається, тобто значення L є константним, отримуємо для екваторіальної швидкості обертання Землі

$$V_{\text{екв}} \propto \frac{1}{MR} \quad (4.9)$$

Сидеричний період обертання P при цьому

$$P \propto \frac{R}{V_{\text{екв}}} \propto MR^2 \quad (4.10)$$

Поклавши P_0 як початковий період, ΔM та ΔR як зміну маси та радіусу Землі внаслідок падіння космічної матерії, складемо відношення

$$\frac{P_0}{P} = \frac{MR^2}{(M+\Delta M)(R+\Delta R)^2} \quad (4.11)$$

Скориставшись формували наближених обчислень, отримаємо

$$P \approx P_0 \left(1 + \frac{\Delta M}{M}\right) \left(1 + \frac{2\Delta R}{R}\right) \quad (4.12)$$

Далі задача вимагає якимось чином звести зміну радіусу до зміни маси. Найпростішим варіантом (задача всетаки оціночна) є припущення про збереження густини та приблизну густини різних тіл Сонячної системи. Ще раз використавши формули наближених обчислень, знаходимо

$$\frac{\Delta M}{M} \approx \frac{3\Delta R}{R} \quad (4.13)$$

Звідси

$$P \approx P_0 \left(1 + \frac{5\Delta M}{3M}\right) \quad (4.14)$$

Зміна маси Землі за час її еволюції складає порядку

$$\Delta M \approx 10^7 \frac{\text{кг}}{\text{добу}} \cdot 365 \frac{\text{днів}}{\text{рік}} \cdot 4.5 \cdot 10^9 \text{ років} \approx 2 \cdot 10^{19} \text{ кг} \quad (4.15)$$

Таким чином отримуємо відповідь

$$\Delta P \approx P_0 \frac{5\Delta M}{3M} \approx 0.4 \text{ с} \quad (4.16)$$

Розглянемо можливий хід думок автора даної задачі. Припустимо його ціллю було скласти олімпіадну задачу, при розв'язуванні якої використовується закон збереження моменту імпульсу. Вибір даного закону може бути продиктований недостатньою увагою до нього в рамках шкільної програми та за наявності невеликої кількості задач на його використання, іншими словами використання прийому незвичних акцентів. Далі, згідно з методом деталей, проводиться аналіз меж використання даної закономірності. При цьому визначається, що необхідним є або радіальний вплив, наприклад при переносі маси з одного тіла на інше у випадку їх обертання навколо спільного центру мас, або рівномірний вплив з різних сторін – наприклад падіння матерії з акреційного диску чи просто космічного пилу. Останній варіант і був використаний автором. Останнім кроком був аналіз задачі на

предмет необхідних вхідних даних, кількість яких була зменшена з шести (тривалість доби, маса і радіус Землі, маса випадаючої космічної речовини за добу та її густині, і час еволюції Землі) до чотирьох внаслідок використання методу наближення, при якому автор використав стандартний прийом збереження значення середньої густини. Можливим є і зворотній варіант складання задачі, при якому автор спочатку натрапив або згадав інформацію про масу падаючої космічної речовини на Землю за добу, а далі проаналізувавши явище, вирішив використати для задачі закон збереження енергії. Останні кроки формування задачі при цьому залишаються незмінними, як і необхідність аналізу меж дії використаного закону.

Вищенаведені приклади демонстрували варіацію методу деталей з акцентом на межі застосування – в першому випадку негативним, тобто дані в задачі були підібрані таким чином, щоб виключити використання певної формули, в другому – позитивним, при якому навпаки, вхідні умови дозволяли використати певний закон. Задача 4.2 також можна вважати прикладом завдання яке вимагає розуміння особливостей застосування певної теорії при різних вхідних умовах. Для повноти розуміння даного методу варто розглянути і третій приклад, який продемонструє можливість організації задачі на перевірку розуміння впливу на форму рівняння формату подання вхідних даних. Дана задача була використана у III етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії в Івано-Франківській області у 2019 році.

Задача 4.4. XVII століття. Ви сидите з другом за столом і обговорюєте недавно прочитаний вами трактат Кеплера, в якому він описує свої закони. Ваш друг міркує:

«Розглянемо систему, яка складається з двох небесних тіл. Нехай маса першого тіла складає 4 маси Сонця, маса другого тіла – одну масу Сонця, відстані від спільного центру мас складають відповідно 2 і 4 астрономічні одиниці. Тоді маємо, що період обертання другої планети навколо спільного

центру мас $T = \sqrt{\frac{(4 \text{ а.о.})^3}{4 \text{ маси сонця}}} = 4 \text{ роки}$ »

Знайдіть і поясніть помилки у міркуваннях друга.

Розв'язок задачі 4.4. У міркування друга були допущені наступні помилки:

- У знаменнику формули повинна бути сума мас об'єктів системи.
- Відношення відстаней до центру мас повинно бути обернено пропорційне відношенню мас об'єктів.
- У чисельнику повинна бути відстань не до центру мас, а між об'єктами.

Важливим є зауваження щодо використаної формули

$$a^3 = T^2(M_y + M_c), \quad (4.17)$$

де a – велика піввісь орбіти тіла,

T – сидеричний період обертання тіла при русі по орбіті,

M_y – маса центрального тіла,

M_c – маса супутника.

Її можна використовувати, якщо велика піввісь задана у астрономічних одиницях, період в роках, а маси у масах Сонця. Для виведення достатньо в узагальнений закон Кеплера підставити дані для Землі.

Розглянемо хід думок автора при складанні даної задачі. Важливою деталлю третього закону Кеплера є допустимість його застосування лише у нерухомій системі відліку відносно одного з об'єктів системи, тобто для його застосування потрібно перейти до неї з системи відліку зв'язаної з центром мас, якщо в умові задачі параметри орбіти подано відносно останньої.[6] Проте при таких вхідних даних велика ймовірність, що учасники при розв'язуванні вирішать скористатися законом всесвітнього тяжіння та другим законом Ньютона, особливість запису якого в задачі двох тіл визначається тим, що обертання відбувається навколо центру мас, а притяжіння – між тілами, на що звертають увагу багату задач, в тому числі з Всеукраїнських та Всеросійських олімпіад. Тому автор вирішив піти зворотнім методом, надаючи учасникам формулу, яку необхідно використати і побудувавши

задачу на основі моделі пошуку помилок. Для цього автор додав у опис умови інші типові помилки.

4.3. Метод нехтування

Для демонстрації значних похибок при визначенні певних астрономічних величин і велика кількість наближень, що використовуються в астрономії як науці, варто вводити в пакет олімпіадних завдань задачі-оцінки. Вони вимагають актуалізацію творчого і нестандартного мислення, необхідність створення ідеалізованої моделі для опису певного явища чи процесу, вміння відкидати несуттєві деталі та концентруються на суті, використовувати поступове ітераційне наближення для отримання кінцевої відповіді. Важливим в таких задач є доведення доцільності спрощень, демонстрація їх можливості та оцінка похибки у зв'язку з ними.[6]

Такі задачі були детально описані, розібрані та прокласифіковані у розділі 3, проте доцільним є розібрати методику складання таких завдань на прикладі. Розглянемо авторську задачу з III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії в Івано-Франківській області у 2018 році.

Задача 4.5. На рис. 4.2 представлений оброблений кадр з серіалу «H₂O: Просто додай води». Він являє собою вигляд зсередини жерла згаслого вулкану. Якщо припустити, що кадр знімався з поверхні озера всередині жерла, а діаметр отвору складає близько 8м, оцініть відстань від поверхні озера до країв отвору. Вважайте, що кутові розміри Місяця складають 31'.

Розв'язок задачі 4.5. Визначимо кутовий діаметр отвору. Він не є більшим двох видимих діаметрів Місяця. Отже кут невеликий (менше 1°), таким чином значення кута приблизно пропорційне довжині на малюнку:

$$\alpha_{\text{отвору}} \approx \alpha_{\text{місяця}} \frac{l_{D \text{ місяця}}}{l_{D \text{ отвору}}}, \quad (4.18)$$

де $\alpha_{\text{отвору}}$ та $\alpha_{\text{місяця}}$ є кутовими діаметрами отвору та Місяця відповідно,

$l_{D \text{ отвору}}$ та $l_{D \text{ місяця}}$ – лінійними розмірами на малюнку діаметру отвору та Місяця відповідно. Тобто кутовий діаметр отвору складає $\alpha_{\text{отвору}} \approx 53'$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_{\text{отвору}}}{2}\right) = \frac{d}{h}, \quad (4.19)$$



Рисунок 4.2 – Кадр з художнього серіалу «H2O: Просто додай ВОДИ»

де h та d – лінійні розміри відстані від краю озера до отвору та діаметру отвору відповідно.

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha_{\text{отвору}}}{2}\right) \approx \frac{\alpha_{\text{отвору}}(\text{рад})}{2} \quad (4.20)$$

$$h \approx \frac{d}{\frac{\alpha_{\text{отвору}}(')}{3438(\frac{\text{рад}}{\text{рад}'})}} = \frac{3438(\frac{\text{рад}}{\text{рад}'})d}{\alpha_{\text{отвору}}(')} \quad (4.21)$$

Тобто відстань від поверхні озера до отвору складає приблизно $h = 519\text{м} \approx 500\text{м}$.

Задачі, розроблені з допомогою методу нехтування, зазвичай починаються з деякої інформації для роздумів автора – цікавого факту, опису явища чи об'єкту, наукової статті, картини чи фільму, яку автор задачі

аналізує з використанням стандартних прийомів оцінювання та з визначенням ключових і другорядних законів і ефектів, з метою отримання додаткової інформації, при необхідності залучаючи інші джерела для отримання даних, що не вистачає, або проводячи їх оцінку. Зокрема в даному випадку автор переглядав декілька фінальних серій художнього фільму з метою створення задачі і побачивши даний кадр, дійшов до висновку про зручність його використання для обчислення розмірів, а точніше висоти, печери, адже кутовий діаметр Місяці для спостерігача на поверхні Землі є відомим. При цьому в самому фільмі не було дано інформацію про розмір отвору жерла вулкану. Автор оцінив її з допомогою інших сцен. Зокрема в першій сцені через даний отвір проходив стовп води, що був співрозмірний з ним, а у попередній головні персонажі були показані на фоні описаного вище стовпа води. Таким чином автор визначив розміри отвору відносно висоти головних героїв та з урахуванням середнього зросту людини оцінив діаметр кратера.

Оціночні задачі також можна будувати на основі більш складних задач, статей чи іншого науково-технічного матеріалу при поданні інформації у зручному для оцінки вигляді, наприклад зображення, графіку чи таблиці, або ідеалізувавши умови чи деякі процеси.

4.4. Метод комплексності

Метод комплексності полягає у об'єднанні декількох задач в одну. При цьому чим більша кількість задач зазнає злиття, тим зазвичай складнішою стає фінальна задача. При цьому учням може пропонуватися як самостійно розбити задачу на простіші підзадачі, так і в явній формі у вигляді підпунктів. Задачі з неявним поділом перевіряють вміння учня аналізувати умову, розділяти та розрізняти процеси і явища, визначати основні чинники та вміння бачити загальну картину. При явному поділі на підзавдання основним є перевірка знань з кожної теми зокрема, а також врахування учнем взаємодій між явищами. Тобто, в першому випадку складність та нестандартність завдання

визначається плавність та очевидністю переходів між під задачами, в другому випадку зазвичай ці характеристики визначаються різноманітністю тем та індукованими ефектами. Можливий також варіант з неявним поданням підзавдань, при якому взаємозв'язки між процесами та їх взаємодія теж визначає основну проблему задачі. Такі завдання характеризуються особливою складністю. Розглянемо приклад задачі з явним виділенням підпунктів та індукованим ефектом, запропонованої учасникам III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії у Івано-Франківській області 2020 року.

Задача 4.6. Під час подорожі, перебуваючи у деякому транспортному засобі поблизу Івано-Франківська, спостерігач помітив, що Сонце «застигло» в одному положенні і не рухається. Широта Івано-Франківська складає близько $49^{\circ} 526'$. ш. Сидеричний період обертання Місяця рівний 27,3 доби.

- а) Вкажіть напрямок руху транспортного засобу.
- б) Вкажіть швидкість даного транспортного засобу.
- в) Оцініть час заходу Місяця для спостерігача на даному транспортному засобі.

Розв'язок задачі 4.6. а) Для «застигання» Сонця транспортний засіб повинен компенсувати обертання Землі, тобто рухатися в напрямі, протилежному до її руху. Таким чином транспорт повинен рухатися строго в західному напрямі. Швидкість транспортного засобу повинна бути рівною швидкості обертання Землі на широті Івано-Франківська.

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \quad (4.22)$$

де v – швидкість руху транспортного засобу,

r – радіус малого кола земної сфери, що проходить через Івано-Франківськ, паралельного до екватора,

T – синодичний період обертання Землі.

$$r \approx R \cdot \cos(\varphi), \quad (4.23)$$

де R – середній радіус земної сфери,

φ – широта Івано-Франківська.

$$v = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 6400 \text{ км} \cdot \cos(48^\circ)}{24 \text{ год}} = 1120 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 0.311 \frac{\text{км}}{\text{с}} \quad (4.24)$$

Внаслідок того, що спостерігач рухається зі швидкістю обертання Землі в протилежному напрямі, захід Місяця буде викликаний лише його рухом по орбіті з періодом 27.3 доби.

Для оцінки приймемо що Місяць рухається паралельно до небесного екватора, тому кут його нахилу до горизонту буде складати $90-\varphi$. Насправді ж кут буде змінюватися в межах $[90^\circ-\varphi-23.5^\circ; 90^\circ-\varphi+23.5^\circ]$ залежно від пори року та положення Місяця. Допустимо вказати будь-яке значення з цього проміжку. Також при точному розрахунку, потрібно врахувати що для «застигання» Сонця транспорту потрібно компенсувати рух з синодичним, а не сидеричним періодом.

Для заходу Місяцю потрібно буде пройти кутову відстань (рис. 4.3)

$$l = \frac{2R_M}{\sin(90-\varphi)}, \quad (4.25)$$

де $R_M \approx 0.25^\circ$ – кутовий радіус Місяця.

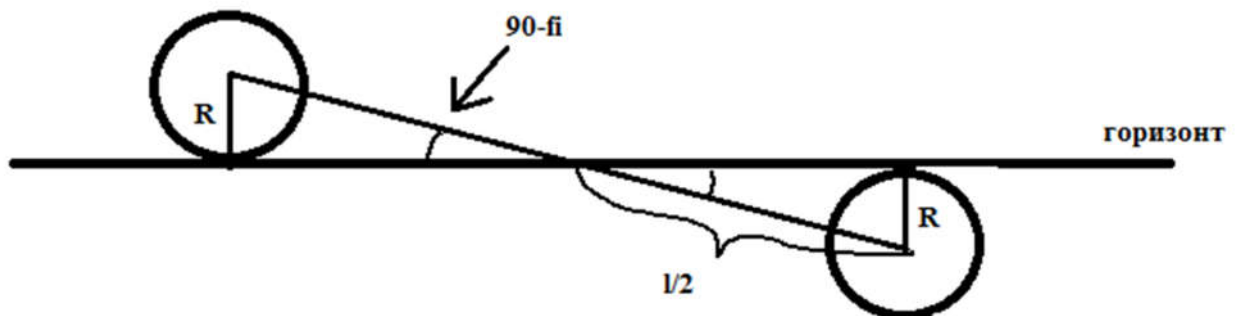


Рисунок 4.3 – Схематичне зображення спрощеної геометрії заходу Місяця

Час заходу обчислюється

$$t = \frac{l(^{\circ}) \cdot T}{360^{\circ}}, \quad (4.26)$$

де T – сидеричний період обертання Місяця.

Отримуємо відповідь

$$t = \frac{2 \cdot 0.25^\circ \cdot 27.3 \text{ доби}}{360^\circ \cdot \sin(90^\circ - 48^\circ)} = 0.057 \text{ доби} = 1.4 \text{ години.} \quad (4.27)$$

Насправді час буде в межах [1;2.9] годин згідно з наведених вище міркувань.

Дане завдання було отримано злиттям двох стандартних задач – обчислення швидкості руху для компенсації обертання та визначення тривалості заходу чи сходу небесного тіла. При цьому відбулося індукування ефекту, спричинене першою підзадачою – в стандартному методі знаходження часу сходу та заходу необхідно внести корективи для врахування власного руху транспортного засобу. Дану задачу можна значно ускладнити, перетворивши останній підпункт з оціночного в точний з необхідністю врахування дати, точного кута заходу Місяця та відмінностей між синодичним та сидеричним періодами обертання Землі. Як ми бачимо, ефекти, що можуть виникати при об'єднанні декількох простих завдань, бувають досить складними і вимагають врахування багатьох деталей. В інших випадках вони бувають простими або відсутні взагалі чи для спрощення задачі можливе використання певного наближення. Тому задачі, розроблені з використанням методу комплексності, можна використати на всіх рівнях олімпіад та для покриття різних ділянок на пелюстковій діаграмі, що характеризує складність завдання. Також використання цього методу дозволяє покрити, принаймні частково, велику кількість тем, що може бути використано для побудування збалансованого пакету завдань за тематикою, наприклад з метою перевірки знання та розуміння розділів, які недостатньо або взагалі не покриваються іншими задачами в пакеті.

4.5. Метод наслідків

Багато фізичних та астрономічних законів, теорій та гіпотез дозволяють на їх основі сформулювати певні твердження, які випливають з них. Наприклад, наслідком третього закону Кеплера є інваріантність періоду обертання системи з двох тіл при повільному переносі маси з одного тіла на

інше. Зазвичай такі твердження мають строгі та специфічні умови, при яких вони вірні. З іншого боку, в рамках шкільної програми їм, здебільшого, приділяється мало уваги. Усе це в сукупності дозволяє використовувати їх при укладанні нестандартних задач, а такий прийом складання завдань авторами [6] було названо методом наслідків. Задачі, що укладені з використання цього прийому є надзвичайно важливими, а їх розв'язування вимагає ґрунтовних знань та застосування аналітичних і творчих навичок учнів. Розглянемо декілька прикладів задач, складних за цим методом.

Відомою наслідком закону обернених квадратів у астрофотометрії є інваріантність яскравості небесного тіла зі сталою світністю відносно відстані, з якої проводити вимірювання[16, 31]. Дане твердження дозволяє скласти достатньо важкі та нестандартні задачі, одна з яких була представлена на ІХ Всеукраїнській учнівській олімпіаді з астрономії у 2019 році[17].

Задача 4.7. Спостерігаємо Сатурн.

Під час спостережень із Землі максимальний блиск Сатурна досягає значення видимої зоряної величини -0.47^m при найбільшому за площею розкритті кілець. У моменти, коли розкриття кілець удвічі менше, а відстань до Сатурна більша на 1 а. о., його блиск зменшується до $+0.16^m$ видимої зоряної величини. Враховуючи, що орбіти Землі, Юпітера та Сатурна колові і лежать в одній площині, знайдіть у яких межах змінюється блиск Сатурна під час спостережень з орбіти Юпітера. Ефект впливу фазового кута на величину альbedo та екранувальний вплив Сонця не враховуйте. Вважайте, що альbedo верхніх шарів атмосфери Сатурна та кілець однакові. Радіус орбіти Юпітера 5.20 а.о., а Сатурна – 9.56 а.о.

Розв'язок задачі 4.7. Першим етап є пошук відстаней:

- Землі-Сатурну у першому випадку (протистояння)

$$r_{3C1} = 9.56 \text{ а. о.} - 1 \text{ а. о.} = 8.56 \text{ а. о.} \quad (4.28)$$

- Землі-Сатурну у другому випадку

$$r_{3C2} = 8.56 \text{ а. о.} + 1 \text{ а. о.} = 9.56 \text{ а. о.} \quad (4.29)$$

- Юпітер-Сатурну при максимальному віддаленні (з'єднання з Сонцем)

$$r_{\text{ЮС max}} = 9.56 \text{ а.о.} - 5.20 \text{ а.о.} = 14.76 \text{ а.о.} \quad (4.30)$$

- Юпітер-Сатурну при мінімальному віддаленні (протистояння)

$$r_{\text{ЮС min}} = 9.56 \text{ а.о.} - 5.20 \text{ а.о.} = 4.36 \text{ а.о.} \quad (4.31)$$

Позначимо зоряна величина Сатурна у першому та другому випадках з Землі як m_{3C1} та m_{3C2} відповідно, а з Юпітера – як $m_{\text{ЮС min}}$ при $r_{\text{ЮС max}}$ та $m_{\text{ЮС max}}$ при $r_{\text{ЮС min}}$. Також нехай блиск диску Сатурна I , а кілець при повному розкритті $I_{\text{кп}} = \eta I$. Сумарний блиск являє собою суму блисків Сатурну та кілець $I_{C1} = I + I_{\text{кп}} = (1 + \eta)I$ для першого та $I_{C1} = I + 0.5I_{\text{кп}} = (1 + 0.5\eta)I$ для другого випадку. За цими даними ми можемо визначити коефіцієнт η для повного розкриття кілець. Зокрема визначимо освітленості на Землі для першого випадку E_1 та для другого E_2

$$E_1 \sim \frac{1+\eta}{r_{3C1}^2} \quad (4.32)$$

$$E_2 \sim \frac{1+0.5\eta}{r_{3C2}^2} \quad (4.33)$$

Далі за формулою Погсона

$$m_{3C1} - m_{3C2} = -2.5 \lg \frac{E_1}{E_2} = -2.5 \lg \frac{1+\eta}{1+0.5\eta} + 5 \lg \frac{r_{3C1}}{r_{3C2}} \quad (4.34)$$

Звідки отримуємо $\eta = 1.5229$.

Далі необхідно за формулою Погсона та з урахуванням закону обернених квадратів знайти мінімальне та максимальне значення видимої зоряної величини Сатурну з Юпітера

$$m_{\text{ЮС max}} = m_{3C1} + 5 \lg \frac{r_{\text{ЮС min}}}{r_{3C1}} = -0.47^m + 5 \lg \frac{4.36 \text{ а.о.}}{8.56 \text{ а.о.}} = -1.93^m \quad (4.35)$$

$$m_{\text{ЮС min}} = m_{3C2} + 5 \lg \frac{r_{\text{ЮС max}}}{r_{3C2}} = 0.16^m + 5 \lg \frac{14.76 \text{ а.о.}}{9.56 \text{ а.о.}} = 1.72^m \quad (4.36)$$

Логіка при побудові даної задачі 56б'єк досить простою, що тим не менше, не зменшує ні цінності, ні складності даного завдання. Звернувши увагу на вищеописане твердження про інваріантність яскравості, автор міг використати у задачі зміну видимих розмірів та відстані. При цьому, якщо видимі розміри можна визначити з допомогою обчислень чи вимірювань або вони дані в умові задачі, то нам необхідно лише два випадки – початковий для знаходження яскравості, та кінцевий – блиск, зоряну величину чи відстань у

якому потрібно знайти. Якщо ж видиму площу не задавати явно, а у вигляді відношення, то нам достатньо двох випадків для визначення яскравості.. Ідеальним кандидатом для другого сценарію є Сатурн, якщо вказати умову на ідентичність альbedo верхніх шарів атмосфери планети-гіганта та його кілець.

Розглянемо ще один приклад завдання, розробленого методом наслідків – авторську задачу, запропоновану учням на III етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії в Івано-Франківській області у 2018 році. Вона базується на наслідку третього закону Кеплера, який визначає, що для визначення періоду польоту супутника з низькою орбітою, висота якої над поверхнею близька до нуля, окрім загальновідомих констант вистачає лише густини небесного об'єкта[16, 35].

Задача 4.8. Визначте гравітаційне прискорення в точках орбіти стаціонарного штучного супутника для планети, густина якої складає ρ , гравітаційне прискорення на поверхні планети g , період обертання навколо своєї осі T .

Розв'язок до задачі 4.8. Для одного і того ж небесного тіла можуть гравітаційного прискорення обернено пропорційний квадрату відстані від центру

$$\frac{g}{g_{\text{стац}}} = \frac{r_{\text{стац}}^2}{R^2}, \quad (4.37)$$

де $g_{\text{стац}}$ – гравітаційне прискорення на висоті орбіти стаціонарного супутника,

$r_{\text{стац}}$ та R – радіус орбіти стаціонарного супутника та поверхні планети відповідно.

Якщо M – маса планети, то згідно закону всесвітнього тяжіння

$$\frac{GM}{r_{\text{стац}}^2} = \frac{4\pi^2 r_{\text{стац}}}{T^2} \quad (4.38)$$

$$r_{\text{стац}}^3 = \frac{T^2 GM}{4\pi^2} \quad (4.39)$$

За означенням густини та об'єму сферичного тіла, отримуємо вираз для маси сферичного тіла з рівномірним розподілом густини

$$M = \frac{4\pi R^3 \rho}{3} \quad (4.40)$$

Звідси радіус орбіти стаціонарного супутника визначається як

$$r_{\text{стац}} = \sqrt[3]{\frac{T^2 G R^3 \rho}{3\pi}} = R \sqrt[3]{\frac{T^2 G \rho}{3\pi}} \quad (4.41)$$

Таким чином отримуємо відповідь

$$g_{\text{стац}} = \frac{g}{\sqrt[3]{\left(\frac{T^2 G \rho}{3\pi}\right)^2}} \quad (4.42)$$

Тут варто зазначити, що в обох прикладах наслідки використовуються неявно, проте саме вони є основою цих задач. Розглянемо хід думок автора при складанні задачі 4.8. Можливість визначити період обертання за густиною дозволяє не використовувати великі півосі орбіт. Якщо розглядати два тіла, що обертаються навколо спільного центра мас, то один з періодів можна визначити з допомогою густини, а інший – задати явно чи неявно. При цьому третій закон Кеплера задає залежність між відношенням періодів та великих півосей. Тоді фінальним кроком є заміна відношення великих півосей іншим відношенням у деякому степені. Ідеальним кандидатом є гравітаційне прискорення вільного падіння, адже воно забирає умовність супутника на низькій орбіті.

Як зрозуміло з наведених прикладів, задачі, що укладені з допомогою метода наслідків, можуть бути різного рівня складності та вимагають від учнів аналізу явища, теорії чи формули, творчого підходу та нестандартного мислення. Саме тому такі задачі ідеально підходять для використання у олімпіадах.

4.6. Метод аналогій

Для задач, розроблених з використанням даного методу, характерне використання закону, закономірності, теорії чи гіпотези, звичну для учасників в одному певному контексті, у зовсім чи частково іншому, проте схожому за змістом. Таким чином, учні повинні провести аналогією між явищем чи

процесом, описаним в даній задачі, і вже відомими їм, визначити спільні і відмінні риси, і на основі цього використати відому математичну чи фізичну модель, закон чи закономірність. Це вимагає від учнів хорошої теоретичної та практичної підготовки, творчого підходу, навичок логічного мислення та проведення паралелей. Прикладом використання такого методу, можна навести задачу зі зміною орбітального періоду, коли відома швидкість його зміни. Учням, наприклад, може пропонуватися провести аналогію з прямолінійним рухом і на основі відомих законів визначити період обертання через певний час[6]. При цьому можуть використовуватися як міжпредметні, так і внутрішньопредметні аналогії, наприклад отримання формули для періоду чи частоти різних квазіпружних коливань за відсутності знань про методи розв'язування диференціальних рівнянь на основі відомих прикладів з фізики, використання аналогу закону Остроградського-Гауса для гравітаційної взаємодії чи перенесення земних явищ на інші планети. Іншим варіантом використання даного прийому є незвичне застосування певної формули, яке, тим не менше, є доцільним у даному контексті. Прикладом такого завдання є задача 4.10. Задачі, укладені методом наближення, зазвичай є достатньо складними для учасників олімпіад, проте і тут все залежить від автора та його цілей. Розглянемо для прикладу неважку авторську задачу, що була запропонована учасникам III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії в Івано-Франківській області у 2018 році.

Задача 4.9. Кут між площиною екватору Лісистого супутника Ендора і напрямом на деяку зірку складає 72° . Якою буде висота над горизонтом цієї зірки у момент верхньої кульмінації для спостерігача, для якого висота зірки, для якої кут між площиною екватору Лісистого супутника Ендора і напрямом на нею рівний 39° , у нижній кульмінації складає -75° .

Розв'язок задачі 4.9. Кут між площиною екватору Лісистого супутника Ендора і напрямом на деяку зірку представляє собою аналог схилення для спостерігача на Лісистому супутнику Ендора.

Це означає, що аналог схилення δ буде дорівнювати для першої зірки або $\delta=+72^\circ$, або $\delta=-72^\circ$, а для другої зірки або $\delta=+39^\circ$, або $\delta=-39^\circ$.

Визначимо можливі варіанти широти спостерігача. Для спостерігача з додатньою широтою φ висота нижньої кульмінації h буде обчислюватися за формулами

$$\begin{cases} h = \varphi + \delta - 90^\circ \\ h = -\varphi - \delta - 90^\circ \end{cases} \quad (4.43)$$

Таким чином для двох можливих варіантів схилення δ другої зірки отримуємо чотири варіанти

$$\begin{cases} -75^\circ = \varphi - 39^\circ - 90 \\ -75^\circ = \varphi + 39^\circ - 90 \\ -75^\circ = -\varphi + 39^\circ - 90 \\ -75^\circ = -\varphi - 39^\circ - 90 \end{cases} \quad (4.44)$$

$$\begin{cases} \varphi = 54^\circ \\ \varphi = -24^\circ - \text{не підходить} \\ \varphi = 24^\circ \\ \varphi = -54^\circ - \text{не підходить} \end{cases} \quad (4.45)$$

Отже, якщо у спостерігача додатня широта φ , то вона може бути $\varphi = 24^\circ$ або $\varphi = 54^\circ$.

Аналогічно для спостерігача з від'ємною широтою отримуємо: $\varphi = -24^\circ$ або $\varphi = -54^\circ$.

Розглянемо спостерігача з додатньою широтою $\varphi=54^\circ$ або $\varphi=24^\circ$. Формули для висоти h верхньої кульмінації зірки зі схиленням δ для нього матимуть вигляда

$$\begin{cases} h = 90^\circ - \varphi + \delta \\ h = 90^\circ + \varphi - \delta \end{cases} \quad (4.46)$$

Таким чином для двох можливих варіантів схилення δ першої зірки отримуємо чотири варіанти

$$\begin{cases} h = 90^\circ - \varphi - 72^\circ \\ h = 90^\circ - \varphi + 72^\circ \\ h = 90^\circ + \varphi + 72^\circ \\ h = 90^\circ + \varphi - 72^\circ \end{cases} \quad (4.47)$$

З урахуванням двох можливих варіантів додатної широти отримуємо 8 відповідей

$$\left[\begin{array}{l} h = -36^\circ \\ h = 108^\circ - \text{не підходить} \\ h = 216^\circ - \text{не підходить} \\ h = 72^\circ \\ h = -6^\circ \\ h = 138^\circ - \text{не підходить} \\ h = 186^\circ - \text{не підходить} \\ h = 42^\circ \end{array} \right. \quad (4.48)$$

Отже для $\varphi = 54^\circ$ при $\delta = -72^\circ$ висота $h = -36^\circ$, при $\delta = +72^\circ$ висота $h = 72^\circ$. Для широти $\varphi = 24^\circ$ при $\delta = -72^\circ$ висота $h = -6^\circ$, при $\delta = +72^\circ$ висота $h = 42^\circ$.

Аналогічно одержимо дані для спостерігача з відємною широтою: для $\varphi = -54^\circ$ при $\delta = -72^\circ$ висота $h = 72^\circ$, при $\delta = +72^\circ$ висота $h = -36^\circ$, а для широти $\varphi = -24^\circ$ при $\delta = -72^\circ$ висота $h = 42^\circ$, при $\delta = +72^\circ$ висота $h = -6^\circ$.

Основна складність даної задачі обумовлена використанням у ній методу деталей: особливістю визначення верхньої та нижньої кульмінації світила є наявність двох формул, залежно від півкулі, у якій відбувається кульмінація. Ще більше задача ускладнюється при додаванні варіативності з упущенням знака схилення, тобто подання у вигляді куту між напрямом на зірку та площиною небесного екватора. Використання методу аналогій у даній задачі мало на меті перевірити розуміння понять ліній та кіл небесної сфери, а також систем сферичних небесних координат. З метою більшої зацікавленості учнів, події задачі були перенесені на супутник, що відігравав одну з ключових ролей у фінальному фільмі оригінальної трилогії «Зоряних війн».

4.7. Метод нових законів

Даний метод характеризується використанням у завданні елементів невідомої для учасників теми, яка більш або менш детально пояснюється в умові задачі. Зокрема умови зазвичай містять опис моделі, необхідні формули, межі застосування закону чи гіпотези, проте можливі і виключення, якщо

автор передбачає що учень повинен до цього додуматися самостійно на основі наведеного опису та відомих йому зі шкільного курсу чи самостійних занять знань та принципів. Основна мета таких завдань – перевірити аналітичні та логічні навички учнів, швидкість та якість їхнього навчання в умовах обмеженого часу, вміння аналізувати, систематизувати та використовувати на практиці отримані теоретичні знання. Такі задачі можуть мати різний рівень складності, від дуже простих до надзвичайно складних, який визначається лише рівнем складності наведеного учням матеріалу та передбаченим автором способом його використання при розв’язування. Тим не менше, частина учасників, особливо якщо мова йде про перші етапи олімпіади, може навіть не приступити до розбору умови завдання, не кажучи вже про розв’язки через довжину умови, наявність в ній невідомих, можливо великих і складних формул, страху тощо. Що ж стосується заключних етапів олімпіад, зокрема III і IV етапів, то використання там завдань, укладених з допомогу прийому нових законів, є доцільним згідно з [6].

Розглянемо на прикладі використання методики нових законів – проведемо розбір задачі III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії у Івано-Франківській області за 2018 рік.

Задача 4.10. Працівник Патрульної поліції, донька якого цікавиться біологією, зупиняє автомобіль за проїзд на червоне світло. У відповідь на звинувачення водій відповідає, що хоч він не страждає дальтонізмом, але червоне світло йому візуально видалось світлом зеленого кольору. Під час записування свідчень водія у працівника Патрульної поліції з записника випадає наступна картинка (рис. 4.4), яка належить його доньці.

Працівник Патрульної поліції згадує уроки біології, на яких він вивчав, що у людини в центральній частині сітківки розташовані кольорочутливі рецептори — нервові клітини, які називаються колби, і кожен з трьох видів колб має свій тип кольорочутливого пігменту білкового походження, який чутливий до синього, або зеленого, або червоного кольорів. На основі малюнку і свідчення водія було висунуте звинувачення у порушенні Правил

дорожнього руху або наданні завідомо невірних свідчень. Назвіть це порушення. Підтвердіть відповідь розрахунками.

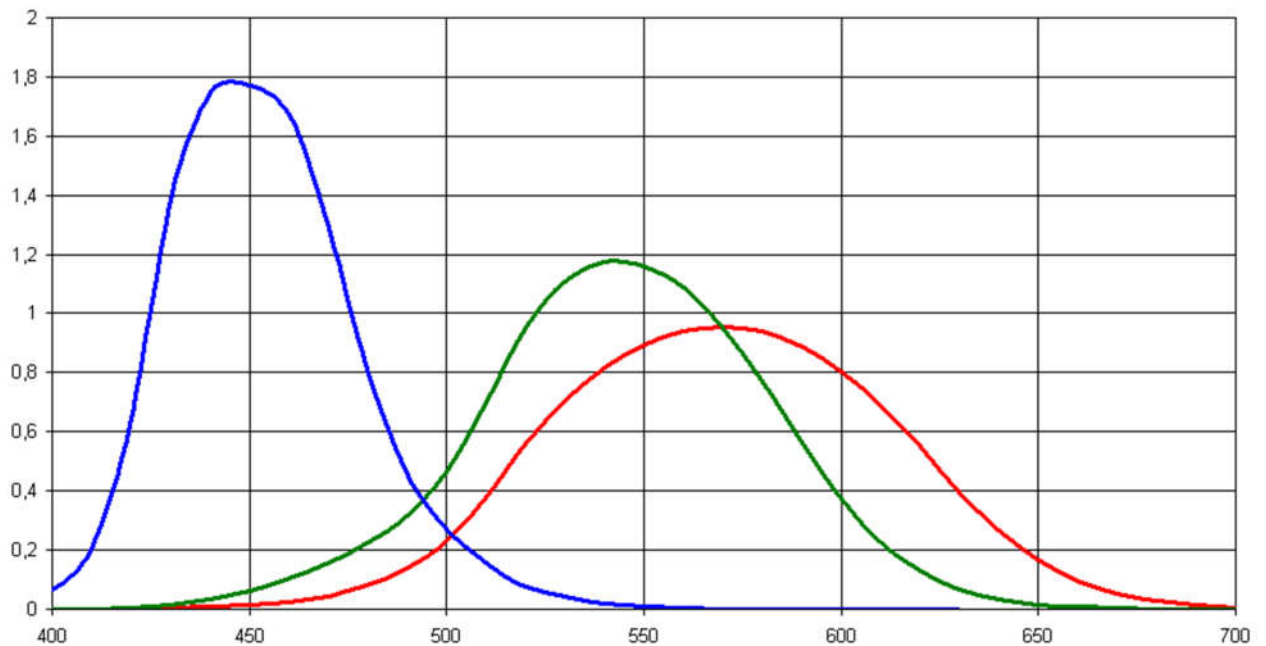


Рисунок 4.4 – Спектральні характеристики приймачів ока середньостатистичного спостерігача

Розв'язок задачі 4.10. Було висунено звинувачення в перевищенні швидкості.

Цей висновок було зроблено на основі припущення, що ефект описаний водієм відбувся внаслідок ефекту Доплера.

Довжина хвилі синього кольору менша, ніж довжина хвилі зеленого кольору, а довжина хвилі зеленого кольору менша, ніж довжина хвилі червоного кольору. Таким чином, очевидно, що перша крива представляє спектральну характеристику колб, чутливих до синього кольору, друга крива – до зеленого кольору, третя – до червоного кольору.

Також логічним є припущення, що піки спектральних характеристик відповідають синьому, зеленому і червоному кольорам.

Провівши вимірювання можна припустити, що зелене світло має довжини хвиль близько 540нм (допустимі значення 530-550нм), червоне ж близько 575нм (допустимі значення 560-585нм).

Згідно ефекту Доплера

$$V = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \quad (4.49)$$

Отримаємо результат $V \approx 18\,260$ км. що значно більший за максимально допустиме, навіть на трасі, значення швидкості.

Дана задача використовує декілька методів, зокрема прийом наближення, прийом використання нових законів та прийом аналогій. Ідеї задачі про використання ефекту Доплера для уникнення штрафу за проїзд на червоне світло була почерпнута з однієї з задач [16]. Використання вищеназваного ефекту у настільки незвичному контексті означає використання при складанні даної задачі методу аналогій. Також автор припустив, що учні не володіють інформацією про довжини хвиль, притаманні різних кольорам, а також механізм сприйняття кольору очима, тому вирішив додати інформацію про це в умову задачі згідно методу нових законів. При цьому з метою деякого ускладнення задачі автор вирішив надати учасникам графіки чутливості колбочок до різних довжин електромагнітного випромінювання, таким чином значення довжин хвиль для червоного і зеленого світла учасники повинні були провести оцінку з допомогою вимірювання на рисунку, що означає використання методу наближення.

4.8. Приклади комплексних задач

В деяких випадках при складанні задачі може використовуватися більшість або навіть усі методи складання нестандартних задач, причому можливим є використання методів декілька разів для різних підзадач.

Як приклад комплексної задачі, при створенні якої було використано майже всі методи складання астрономічних задач, розглянемо авторську задачу, запропоновану на IV тур відборів до I GeCAA.

Задача 3.1. Main dish або постапокаліптичний світ очима олімпіадника
Війна... Війна ніколи не зміниться...

Торгові війни між Китаєм та США досягли піку. Велика Британія конфліктує з Німеччиною та Францією через мита. Північна Корея промислово штампує ядерну зброю та продає іншим комуністичним країнам. Росію охопила громадянська війна. Світ, наче заповнена паливна камера в двигуні машини – і лише маленької іскри треба щоб вичавити з нього усі соки.

Та хто б міг подумати, що ще один день різниці між двома календарями, юліанським і григоріанським, стане причиною Третьої Світової...

Після війни світ став зовсім іншим... Всюди лише пустеля, пустеля, і далі пустеля, посеред якої поодинокі кактуси і повільно проповзаючи ящірки гігантських розмірів...

Людство деградувало та застигло у розвитку на тисячі років... Воно поділилося на два табори – тих, хто у цьому вічному пеклі, без натяків на зиму чи осінь, притримувався юліанського календаря, і тих, хто жив за григоріанським. І було пророцтво, про Священну війну між народами, яка дасть початок новій цивілізації, коли різниця днів стане 66...

Йшов перший рік Священної війни.. СінЕсера, молодий юнак з племені Ману, який в свої 24 уже став вождем, поглядає на Сонце... Вже скоро, думає він, скоро його зірка, зірка 65б''ям якої він названий, яка принесе йому удачу, а його плем'ю перемогу і славу буде в зеніті... Вони готувались до бою цілу ніч, лежали і чекали під палючим сонцем... Вони знали - сьогодні їхній час... Вночі їхній покровитель Ману, Місяць, через півтори доби після повної фази, піднявся так високо, як тільки можливо для нього, щоб дати їм своє благословення на цей бій... І ось воно, мить настала, благословення від СінЕсери Провідниці було дано, і крикнув юнак «Вперед! Хай береже нас Ману, а СінЕсера хай веде нас своїми шляхами!», і здійнявся крик, і тисячі ніг зашуміли по піску, і здійнялася буря...

Визначте рік від різдва Христового, коли почнеться Священна війна?

Визначте зоряний час «миті благословення» Сінесери.

Визначте місцевий час «миті благословення» Сінесери.

Визначте широту місцевості.

Визначте азимут і висоту Сонця в описаний момент.

Синодичний місяць складає 29,53 доби.

СінЕсера – це грецька назва Полярної зорі.

Інформація про цю зорю:

Пряме піднесення	$02^{\text{h}} 31^{\text{m}} 48^{\text{s}}$
Схилення	$+89^{\circ} 15' 51''$
Променева швидкість	-17 км/с
Власний рух	
• пряме піднесення	$44,22 \cdot 10^{-3} \text{ "/рік}$
• схилення	$-11,74 \cdot 10^{-3} \text{ "/рік}$
Паралакс (π)	$7,292 \cdot 10^{-3} \text{ "}$

Розв'язок задачі 3.1. а) Для початку визначимо коли різниця часу складатиме 66 днів.

За 400 років різниця збільшується на 3 дні. В 2100 р. різниця складатиме 14 днів. Тоді:

$$\Delta t = 66 - 14 = 52 \text{ (дні)} \quad (4.50)$$

Неважко побачити що $52 = 17 \cdot 3 + 1$, тобто час T , коли різниця складе 66 днів

$$T = 2100 + 400 \cdot 17 + 100 = 9000 \text{ (рік)} \quad (4.51)$$

Отже Священна війна почнеться 9000 року.

Даний підпункт використовує метод незвичних акцентів, оскільки різниця між григоріанських та юліанським календарем майже не вивчається.

б) Відстань до зірки:

$$L = 1/p(\text{''}) = 137.2 \text{ пк} = 4.2 \cdot 10^{15} \text{ км} \quad (4.52)$$

За 7000 років (з J200) зоря пройде у радіальному напрямі:

$$s = v \cdot t = 17 \text{ км/с} \cdot 2.2 \cdot 10^{11} \text{ с} = 3.7 \cdot 10^{12} \quad (4.53)$$

Неважко побачити, що це складає порядку 0,1% від відстані між Сонцем і СірЕсерою. Тому можна оцінити збурення координат завдяки власному руху наступним чином:

$$-11,74 \cdot 10^{-3} \text{''/рік} \cdot 7000 \text{ років} = 82 \text{''} - \text{оцінка збурення по схиленню}$$

По прямому піднесенню кінцеве збурення буде ще менше, адже в даний момент зоря знаходиться майже в зеніті, а через ~ 7000 років буде мати значно менше схилення.

Таким чином збурення внаслідок власного руху зірки нехтовно мале по відношенню до збурення внаслідок прецесії, і в кінцевому результаті ним можна знехтувати. Це визначає використання методу нехтування при складанні даного завдання.

Використання збурення координ внаслідок прецесії як головної ідеї задачі визначає використання методу незвичних аксетів, адже цій темі приділяється надзвичайно мало уваги. Також необхідність перетворення координат при незвичних умовах вказує на використання методу аналогій.

Для обчислення II екваторіальних координат зірки через ~ 7000 років з врахуванням прецесії ми перейдемо з II екваторіальних координат у екліптичні, потім порахуємо зміну екліптичних координат, і тоді повернемося назад до II екваторіальних координат.

$$\beta = \arcsin(\sin\delta \cdot \cos\varepsilon - \cos\delta \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin\alpha) = 66.11^\circ \quad (4.54)$$

$$\arcsin(x) \in [-90; 90]$$

$$\cos\lambda = \frac{\cos\delta \cdot \cos\alpha}{\cos\beta} = 0.025 \quad (4.56)$$

$$\sin\lambda = \frac{\sin\delta \cdot \sin\varepsilon + \cos\delta \cdot \cos\varepsilon \cdot \sin\alpha}{\cos\beta} = 0.9997 \quad (4.57)$$

$$\lambda \in [0; 90]$$

Тому $\lambda = 88.57^\circ = 88^\circ 34'$.

Координати обчислені на J2000.

Знайдемо екліптичну довготу в 9000 році:

$$\lambda_{9000} = \frac{7000p \cdot 360^\circ}{25800p} + 88.57^\circ = 186.24^\circ = 186^\circ 15' \quad (4.58)$$

Тепер екліптичні координати СірЕсери ($\lambda_{9000} = 186^{\circ}15'$; $\beta_{9000} = 66.11^{\circ}$) перетворюємо в екваторіальні:

$$\delta = \arcsin(\sin\beta \cdot \cos\varepsilon + \cos\beta \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin\lambda) = 55.23^{\circ} \quad (4.59)$$

$$\arcsin(x) \in [-90; 90]$$

$$\cos a = \frac{\cos\lambda \cdot \cos\beta}{\cos\delta} = -0.706 \quad (4.60)$$

$$\sin a = \frac{-\sin\beta \cdot \sin\varepsilon + \cos\beta \cdot \cos\varepsilon \cdot \sin\lambda}{\cos\delta} = -0.71 \quad (4.61)$$

$$a \in [180; 270]$$

Звідки $a = 225.1^{\circ} = 15^h$.

Оскільки в «мить благословення» зоря кульмінувала, то зоряний час $t_3 = 15$ годин. Формулювання останнього висновку базується на наслідку взаємозв'язку зоряного часу, прямого піднесення та годинного кута небесного тіла, що означає використання методу наслідків.

d)

$$\varphi = \delta = 55.23^{\circ} \quad (4.62)$$

Даний підпункт представляє собою ще одне використання методу наслідків; дане рівність впливає з формули для обчислення висоти верхньої кульмінації.

с) Найвищу висоту Місяць буде мати в момент коли він буде кульмінувати, так що коло схилень, на якому він лежить, буде містити точку літнього сонцестояння, а висхідний вузол орбіти буде збігатися з точкою весняного рівнодення.

З рис. 4.5 неважко побачити, що до моменту верхньої кульмінації (тобто ночі перед «миттю благословення») Земля пройшла 71.7° від осіннього рівнодення, тобто пройшло

$$\Delta t = \frac{71.7^{\circ} \cdot 365.2422 \text{ днів}}{360^{\circ}} = 72.7 \text{ днів} \quad (4.63)$$

Тобто до «миті благословення» з моменту осіннього рівнодення пройшло ~ 73 доби.

Таким чином, місцевий час буде рівний:

$$t_m = \frac{t_3 \cdot 24^h}{23^h 56^m 4^s} - 73 \text{ доби} * 3^m 56^s \frac{1}{\text{добу}} \approx 10.26^h \approx 10^h 15^m \quad (4.64)$$

В першу чергу даний підпункт розроблений на основі методі деталей, оскільки передбачає необхідність детального аналізу умов, за яких висота місяця у верхній кульмінації буде найбільшою.

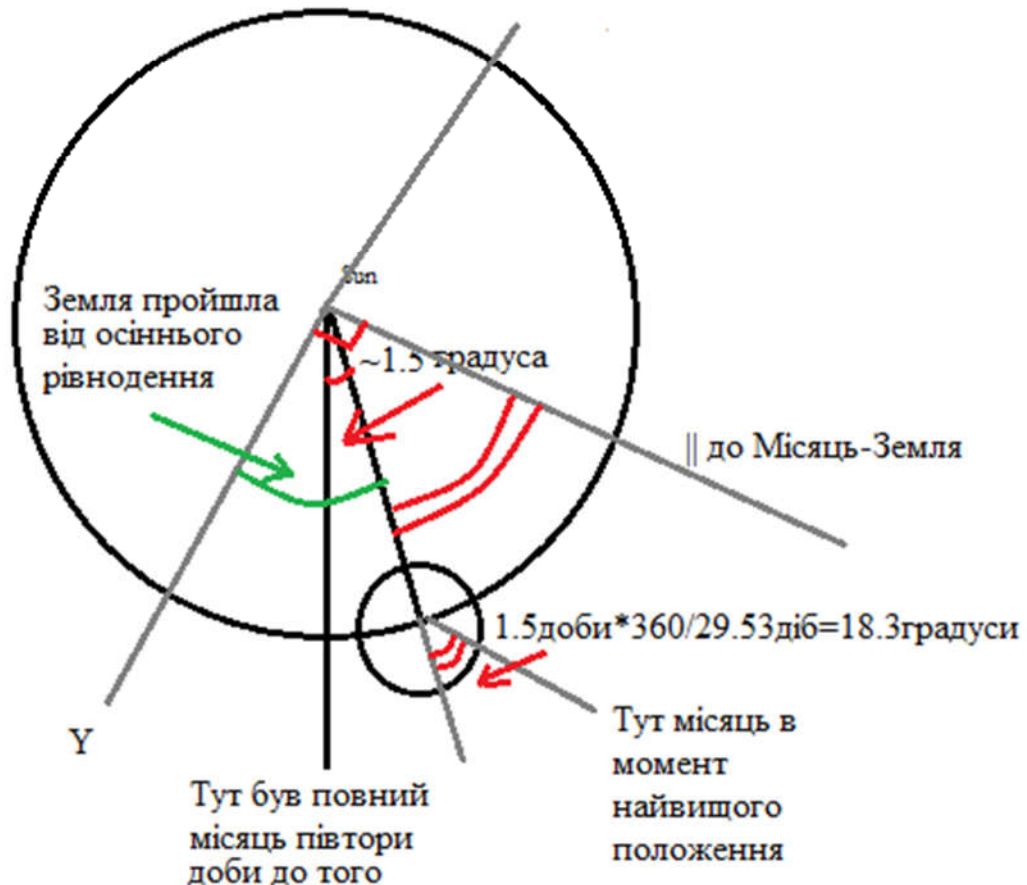


Рисунок 4.5 – Ілюстрація конфігурації Місяця, Землі та Сонця

е) Щоб знайти азимут і висоту Сонця в описаний момент, знову здійснимо перетворення систем координат: з екліптичної в II екваторіальну, з II екваторіальної у I екваторіальну, і з I екваторіальної у горизонтальну.

Очевидно що екліптичні координати сонця будуть рівні:

$$\beta = 0;$$

$$\lambda = 180^\circ + 71.7^\circ + \frac{(10^h 15^m - \frac{18.3^\circ}{360^\circ} 24^h) \cdot 360^\circ}{365.242 \text{ діб}} = 252.1^\circ \quad (4.65)$$

(з урахуванням часу що пройшло від верхньої кульмінації Місяця)

II екваторіальна:

$$\delta = \arcsin(\sin\beta \cdot \cos\varepsilon + \cos\beta \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin\lambda) = -22.24^\circ \quad (4.66)$$

$$\arcsin(x) \in [-90; 90]$$

$$\cos a = \frac{\cos\lambda \cdot \cos\beta}{\cos\delta} = -0.332 \quad (4.67)$$

$$\sin a = \frac{-\sin\beta \cdot \sin\varepsilon + \cos\beta \cdot \cos\varepsilon \cdot \sin\lambda}{\cos\delta} = -0.94 \quad (4.68)$$

$$a \in [180; 270]$$

$$a = 250.6^\circ = 16^h 40^m \quad (4.69)$$

I екваторіальна:

$$\delta = -22.24^\circ$$

$$H = t_3 - a = 225.1^\circ - 250.6^\circ = 334.5^\circ \quad (4.70)$$

Горизонтальна:

$$z = \arccos(\sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos H) = 80.5^\circ \quad (4.71)$$

$$\arccos(x) \in [0; 180]$$

$$h=9.5^\circ$$

$$\sin A = \frac{\cos\delta \cdot \sin H}{\sin z} = -0.4 \quad (4.72)$$

$$\cos A = \frac{-\sin\delta \cdot \cos\varphi + \cos\delta \cdot \cos H \cdot \sin\varphi}{\sin z} = 0.915 \quad (4.73)$$

$$a \in [270; 360]$$

Отримуємо $A = 336.2^\circ$.

Останній підпункт був розроблений на основі методів деталей та аналогій як способу знаходження азимуту з допомогою рівнянь сферичної тригонометрії.

Загалом задача 4.10 є надзвичайно складною і громіздкою; такі задачі варто подавати лише на заключні етапи національних олімпіад, а також відбіркові тури до міжнародних олімпіад.

Розглянемо ще один приклад комплексної задачі, що була організована з використанням багатьох методів створення олімпіадних астрономічних

завдань та представлена на III етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії у Івано-Франківській обласній в 2018 році.

Задача 4.11. Прикрасивши ялинку, Світлік вирішила оцінити, як новорічне дерево виглядає з двору будинку. Для цього дівчинка вирішила використати телескоп-рефрактор. На рисунку 4.6 представлена фотографія ялинки з телескопу. Світлік навела астрономічний інструмент таки чином, що нижня межа рисунку знаходиться на одній вертикальній лінії з нижнім краєм ялинки. Характеристики використаного телескопу наступні: $F=600\text{мм}$, $D=50\text{мм}$. Використано окуляр з $f=20\text{мм}$ і кутовим полем зору 67° .

а) На основі фотографії оцініть кількість іграшок на ялинці Світліка.

б) Кутове поле зору телескопу — реальний кутовий розмір ділянки, видимої в окуляр телескопу. Воно визначається за формулою:

$$\omega = \frac{\Omega}{\Gamma}, \quad (4.74)$$

де Ω — кутове поле зору окуляра, а Γ — збільшення телескопу.

Оцініть висоту ялинки, якщо спостереження велося з відстані в 30м. Вважати, що спостерігач і ялинка знаходились на одній висоті.

в) У скільки разів збільшується блиск при спостереженні в цей телескоп у порівнянні зі спостереженням незброєним оком?

г) Скільком зоряним величинам відповідає таке збільшення блиску?

д) Об'єкт з якою мінімальною зоряною величиною можна побачити в цей телескоп оком?



Рисунок 4.6 – Фотографія ялинки в телескоп

Розв'язок задачі 4.11.

а) Методика оцінки кількості іграшок може бути наступною: на фотографії вибирається довільна досить велика область, на якій ведеться підрахунок кількості іграшок. Тоді асимптотично проводяться межі ялинки, і оцінюється відношення площі всього поперечного перерізу ялинки до площі вибраної області площ. Отримане значення домножується на підраховану кількість іграшок і на певний коефіцієнт (від 2 до 4) для врахування видимості лише однієї сторони ялинки.

Реальне значення іграшок на ялинці Свєтіка складає близько 400 іграшок.

Зазначимо, що даний підпункт повністю складений з допомогою методу наближення. Вхідною інформацією при його розробці слугувало повідомлення з фотографією ялинки та проханням вгадати яка кількість іграшок була використана при її прикрашанні. Використання методу оцінки, описаного вище, дав досить точне значення, при цьому аналіз задач, вже обраних до

пакету, за тематикою згідно методики, представленої у другому розділі даної роботи, показав необхідність включення задач з теми «методи та засоби астрономічних досліджень», що дуже гарно поєднувалося методом комплексності зі згаданою вище оцінкою у практичну задачу.

б) Побудувавши асимптотичні межі ялинки, визначаємо, що її повна висота складає близько $3/2$ видимої у окуляр. Іншими словами, кутова висота всієї ялинки з відстані в 30м складає 1.5 кутового поля зору телескопа з даним окуляром.

$$\Gamma = \frac{F}{f}, \quad (4.75)$$

де F – фокусна відстань основної лінзи телескопу-рефрактора,
 f – фокусна відстань окуляру.

Далі задача розв'язується згідно рисунку 4.7

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{h}{l}, \quad (4.76)$$

де α – кутова висота ялинки,

h – лінійне значення висоти ялинки,

l – відстань між спостерігачем та ялинкою.

Очевидно кут α малий, тому

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \approx \frac{\alpha(\text{рад})}{2} \quad (4.77)$$

$$\alpha(\text{рад}) = \frac{h}{l} \quad (4.78)$$

$$h = l \cdot \alpha(\text{рад}) \quad (4.79)$$

$$h = l \cdot \frac{1.5}{57.3 \left(\frac{\circ}{\text{рад}}\right)} \cdot \frac{\Omega f}{F} \quad (4.80)$$

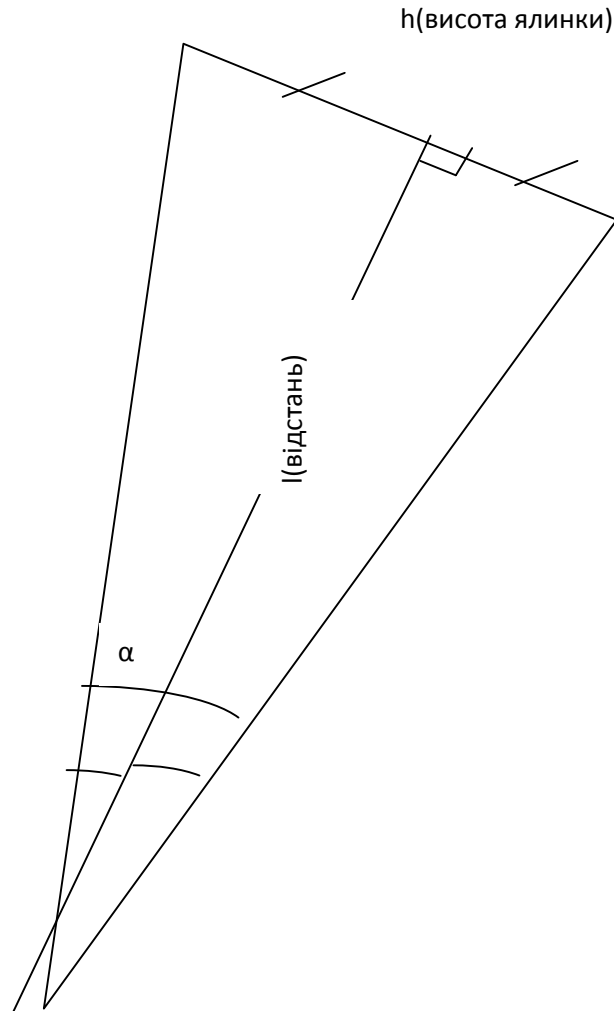


Рисунок 4.7 – Геометрична побудова для знаходження видимої кутової висоти ялинки

Отримуємо відповідь $h=2.1$ м. Оцінена висота ялинки без врахування висоти опори.

Очевидно, що оскільки в умові даного підпункту учням представлена формула розрахунку кутового поля зору, то при її складанні використовувався метод нових законів. З іншого боку, геометрична побудова для розрахунку

кутових розмірів та їх асимптотичне визначення характеризують даний підпункт як такий, що зазнав впливу методу наближення.

в) Діаметр зіниці людського ока вночі складає в середньому $d=6\text{мм}$.

Оскільки отримана освітленість пропорційна площі, отримуємо

$$\frac{E_D}{E_d} = \frac{D^2}{d^2}, \quad (4.81)$$

де E_D та D – освітленість, видима у телескоп та діаметр телескопу відповідно,

де E_d та d – освітленість, видима неозброєним оком та діаметр зрачка відповідно.

Тобто збільшення блиску складає $\frac{E_D}{E_d} = 69,4$ рази.

г) За формулою Погсона:

$$\frac{E_D}{E_d} = 10^{0.4(m_d - m_D)}, \quad (4.82)$$

де m_d і m_D – видимі зоряні величини неозброєним оком та у телескоп відповідно.

Позначимо $\Delta m = m_D - m_d$ та отримаємо:

$$\Delta m = 2.5 \log \left(\frac{E_d}{E_D} \right) \quad (4.83)$$

Тобто збільшення блиску відповідає $\Delta m = -4,6$ зоряним величинам.

Обидва останні підпункти використовує метод аналогій – для їх розв'язування необхідно порівняння людського ока з телескопом розуміння спільних принципів їх функціонування.

д) Якщо мінімальна зоряна величина, яку може побачити людське око складає 6^m , а телескоп зменшує видиму зоряну величину об'єкта для спостерігача на 4.6^m , то щоб об'єкт можна було побачити у телескоп, його видима зоряна величина неозброєним оком повинна складати $6^m + 4.6^m = 10.6^m$.

Важливою характеристикою обох задач, наведених в цьому підпункті є їхня комплексність, поділ на велику кількість під задач, зазвичай слабо зв'язаних між собою за тематикою, проте об'єднаних сюжетом завдання. Це вказує на використання методу комплексності при складанні обох завдань.

При цьому завдання 4.10 характеризується великою складністю, в той час як завдання 4.11 є більш простим та доступним, і було націлене в першу чергу на максимальне покриття тем при складанні пакету завдань.

4.9. Висновки

В даному розділі було розглянуто методики укладання завдань підвищеної складності на основі аналізу понад однієї тисячі завдань астрономічних олімпіад: метод незвичних акцентів, метод деталей, метод нехтування, метод комплексності, метод наслідків, метод аналогій та метод нових законів. Кожний прийом був проілюстрований детально розібраними прикладами як авторських, так і завдань з різноманітних збірників, олімпіад різних рівнів та країн, у кількості, необхідній для демонстрації усіх особливостей та варіацій описаних методик. Для частини завдань було наведено хід думок автора при складанні конкретного завдання з метою більш детального опису та пояснення особливостей використання методів на практиці. В кінці було наведено та детально проаналізовано два приклади комплексних завдань, кожна з яких була організована з використанням майже всіх методи, а частина з них навіть була використана декілька раз для створення різних підпунктів.

Головною методичною рекомендацією є використання різних методів при складанні завдань одного пакету з метою перевірки максимальної кількості різних навиків учасника олімпіади, адже кожен метод має свою мету та спрямований на розробку певного типу завдань для перевірки конкретних вмінь. Особливої уваги заслуговує метод аналогій, як такий що рідко використовується при складанні завдань, проте має одну з найбільших цінностей стосовно мотивації та закріплення учнів.

ВИСНОВКИ

Дана магістерська робота є результатом аналізу та систематизації понад однієї тисячі олімпіадних задач з астрономії з декількох збірників, різних етапів Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії, Всеукраїнської Олімпіади з астрономії та астрофізики, Всеросійської олімпіади школярів з астрономії, Індійської, Румунської та Іранської національних олімпіад з астрономії, Міжнародної Астрономічної Олімпіади та Міжнародної Олімпіади з Астрономії та Астрофізики на основі власного досвіду як учасника олімпіади, так і члена журі. В роботі представлено результати узагальнення поточних наукових досягнень з методики та педагогіки олімпіадного руху, а також власні наукові напрацювання, зокрема декілька нових класифікацій, що мають прикладне застосування, методичні рекомендації щодо складання пакетів завдань, розібрано особливості та варіації оціночних задач у астрономії, описано систему методів складання астрономічних олімпіадних задач, наведено декілька десятків прикладів задач, в тому числі авторських, з детальним аналізом, що ілюструють кожен аспект описаного методу чи віхи класифікації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Наказ Міністерства освіти і науки України від 22.09.2011 року N 1099 «Про затвердження Положення про Всеукраїнські учнівські олімпіади, турніри, конкурси з навчальних предметів, конкурси-захисти науково-дослідницьких робіт, олімпіади зі спеціальних дисциплін та конкурси фахової майстерності»
2. IOAA Statutes [Електронний ресурс]: (IOAA). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу : <http://www.ioaastrophysics.org/statutes/>
3. Acting Statutes/Regulations on the International Astronomy Olympiad [Електронний ресурс]: (IAO). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу : http://www.issp.ac.ru/iao/statutes/iaoar_e.html
4. Наказ Міністерства освіти і науки України від 21.09.2010 року № 891 «Про проведення Всеукраїнських учнівських олімпіад і турнірів у 2010-2011 навчальному році»
5. Stachowski, Greg & Sule, Aniket. (2019). The impact on education of Astronomical Olympiads and the International Olympiad on Astronomy and Astrophysics. EPJ Web of Conferences.200.01011. 10.1051/epjconf/201920001011.
6. Ersteniuk Y., Gasyuk I., Boryschak A., Yakubovskyi P. Methodology of Problems Creation and Selection for Astronomy Olympiads on Example of Tasks on the Topic of Kepler's Laws . jpmu 2020, 7 (1), 156-165.
7. Наказ Міністерства освіти і науки України від 16.04.2020 року № 525 «Про скасування IV етапу Всеукраїнських учнівських олімпіад з навчальних предметів»
8. Global e-Competition on Astronomy and Astrophysics (GeCAA) [Електронний ресурс]: (GeCAA). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: <https://www.ioaastrophysics.org/gecaa/>
9. До уваги юних дослідників галактик і Всесвіту в цілому[Електронний ресурс]: (Інститут модернізації змісту освіти). – [Цит. 2020, 1 листопада]. –

Режим доступу: <https://imzo.gov.ua/2020/08/06/do-uvahy-iunykh-doslidnykiv-halaktyk-i-vsesvitu-v-tsilomu/>

10. Бугаев А.И. Методика преподавания физики в средней школе: кн. для учителя. – 3-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 1987. – 336 с.

11. Мальченко С. Л. Олімпіадні задачі з шкільного курсу астрономії. Педагогічні науки: збірник наукових праць. Херсон, 2018. Вип. 141. С. 131-136.

12. Лист ІМЗО від 13.12.2019 № 22.1/10-4492 "Про проведення III етапу та підготовки до IV етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії у 2019/2020 навчальному році"

13. Syllabus paradigm [Електронний ресурс]: (ІОА). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: http://www.issp.ac.ru/iao/statutes/iaoar_e.html

14. Бугаев А.И. Методика преподавания физики в средней школе. Теоретические основы. М.: Просвещение, 1981. 288 с.

15. IOAA Syllabus [Електронний ресурс]: (ІОАА). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: <https://www.ioaastrophysics.org/syllabus/>

16. Сурдин В.Г. Астрономические олимпиады. Задачи с решениями. М.: МГУ, Учебно-научный центр довузовского образования, 1995. — 320 с.

17. Архів задач [Електронний ресурс]: (АстроПісочниця). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: <https://www.astrosandbox.com/tasks>

18. Астрономия [Електронний ресурс]: (Всероссийская Олимпиада). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: <http://www.astroolymp.ru/>

19. Astronomy & Astrophysics. Themes & problems for olympiads and competitions / Mihail Sandu. – Bucuresti: Editura Didactica si Pedagogica, 2019.

20. Aniket Sule; A Problems Book in Astronomy and Astrophysics; Sygnus Publishing House; Suceava, Romania, 2014.

21. Задания олимпиад школьников Московской области по астрономии – М: 2006. - 49с. [Електронний ресурс]: (Всероссийская Олимпиада). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: <http://www.astroolymp.ru/books/obl01.pdf>

22. Дробін А. А. Оцінювальні задачі як ефективний засіб формування предметної компетентності з фізики // [Електронний ресурс] Наукові записки [Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка]. Сер. : Педагогічні науки. - 2018. - Вип. 168. - С. 90-93. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nz_p_2018_168_23

23. Дробін А. А. (2018). Використання оцінювальних задач у олімпіадах з фізики. [Електронний ресурс] Наукові записки. Серія: Педагогічні науки, 2(173), 84-88. Режим доступу: <https://pednauk.cuspu.edu.ua/index.php/pednauk/article/view/321>

24. Рубанова Т. А. Оценочные и практические задачи на уроках физики. [Електронний ресурс] Новые образовательные программы МГУ и школьное образование Материалы второй научно-методической конференции Москва, МГУ имени М.В.Ломоносова, 2012, Режим доступу: <http://lib.teacher.msu.ru/pub/2351>

25. Сиденко М.В. Задачі-оцінки з фізики - Черкаси, 2004.

26. Коржуев А.В. Использование оценочных задач для развития теоретического мышления при обучении физике: автореф. дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Коржуев А.В. – М., 1993. – 18 с

27. Движения спутников к их возмущения // Квант. - 1932. - С.52-56.

28. Гаврилов М.Г. Олимпиады по астрономии и космической физике (Додаток до журналу «Квант» №4/98) – М.: Бюро Квантум, 1998. – 128с.

29. Past papers/Sample questions – Astronomy. [Електронний ресурс]: (НОМІ ВНАВНА CENTRE FOR SCIENCE EDUCATION). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: <https://olympiads.hbcse.tifr.res.in/how-to-prepare/past-papers/>

30. Климишин І. А., Крячко І. П. Астрономія: Підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів.— К.: Знання України, 2002.— 192 с

31. Кононович Э.В., Мороз В.И. Общий курс астрономии. Учебное пособие. Изд 2-е, испр. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 544 с.

32. Курс общей астрофизики К.А. Постнов, А.В. Засов. М.: Физический факультет МГУ, 2005, 192 с.

33. Всеукраїнська олімпіада з астрономії та астрофізики – Попередні олімпіади. [Електронний ресурс]: (Кафедра астрономії та фізики космосу Київського національного університету імені Тараса Шевченка). – [Цит. 2020, 1 листопада]. – Режим доступу: <https://space.univ.kiev.ua/ua/olimpiadi/vseukrajinska-olimpiada-z-astronomiji-ta-astrofiziki/poperedni-olimpiady.html>

34. САВЕЛЬЕВ, И. В. Курс общей физики, том I. Механика, колебания и волны, молекулярная физика. М.: Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1970.

35. Андрієвський С.М. Климишин І.А. Курс загальної астрономії. Навчальний посібник - Одеса: "Астропринт", 2007. - 480 с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Пелюсткові діаграми залежності «відсоток отриманих балів від максимуму – кількість учнів»

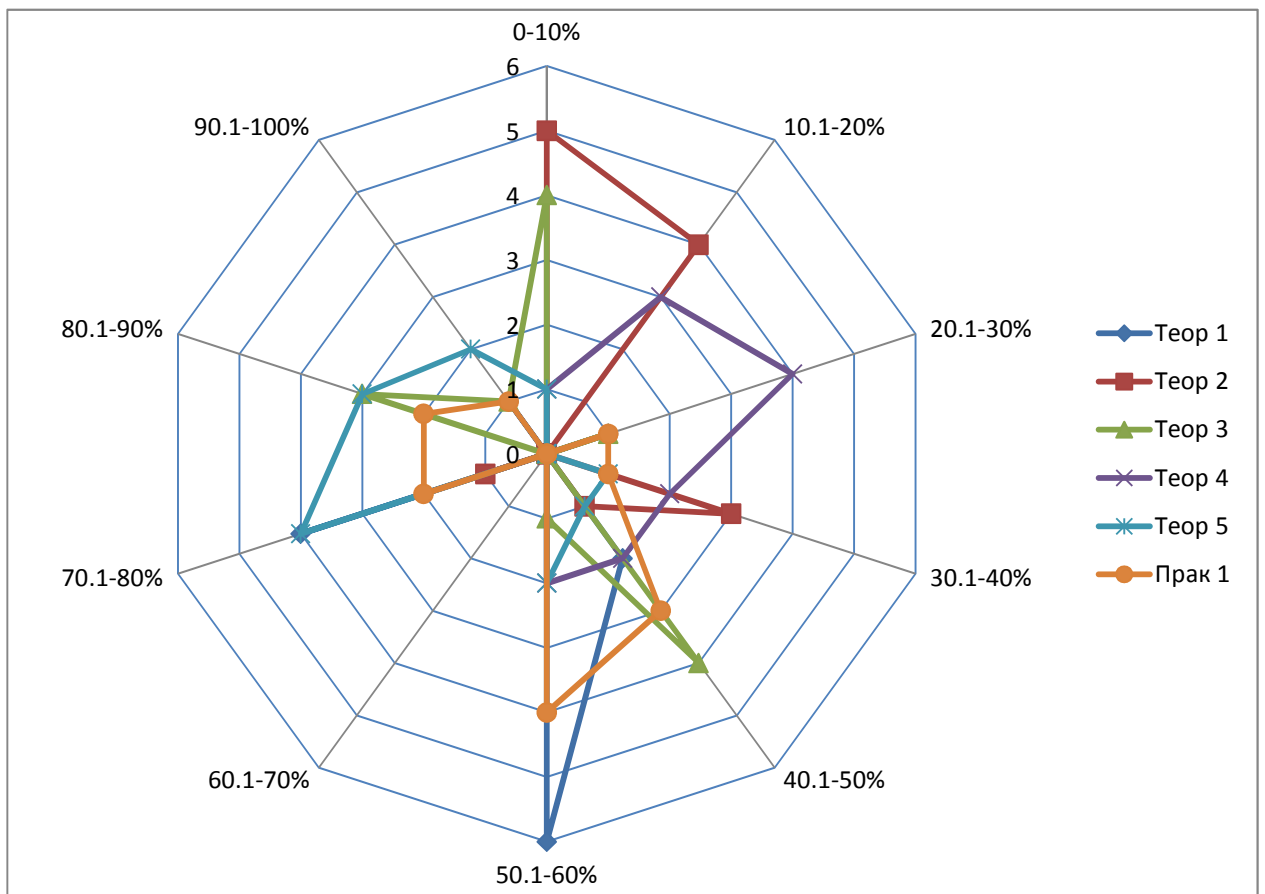


Рисунок 1– III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії (2020 рік), 11 клас,
50% кращих учасників

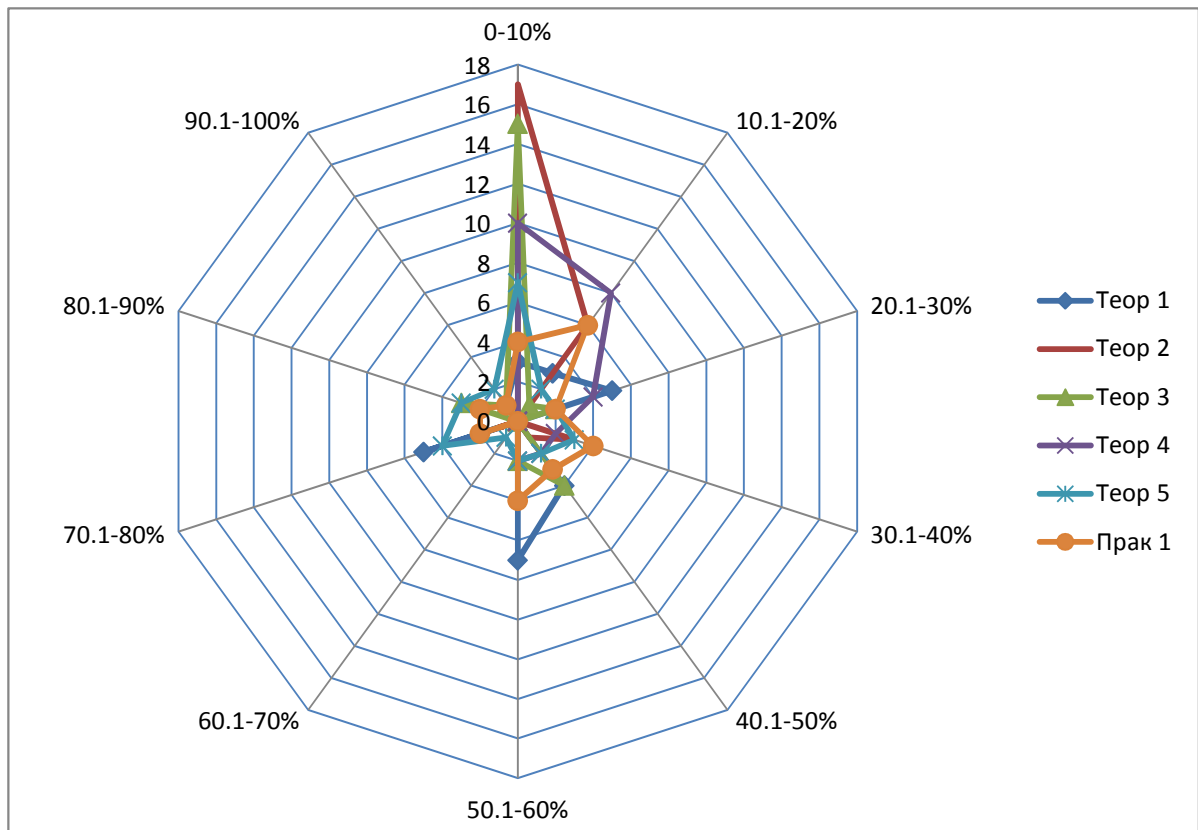


Рисунок 2– III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії (2020 рік), 11 клас,
усі учасники

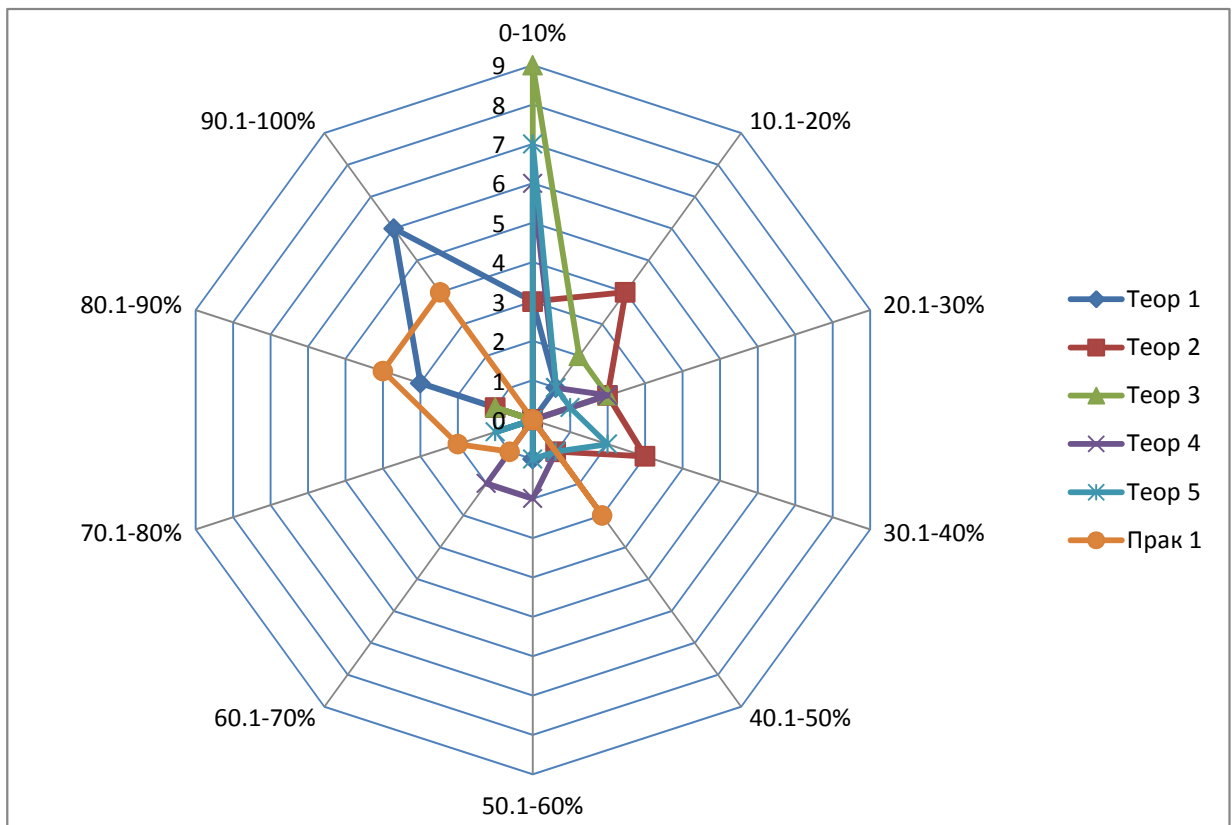


Рисунок 3– III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії (2019 рік), 11 клас,
50% кращих учасників

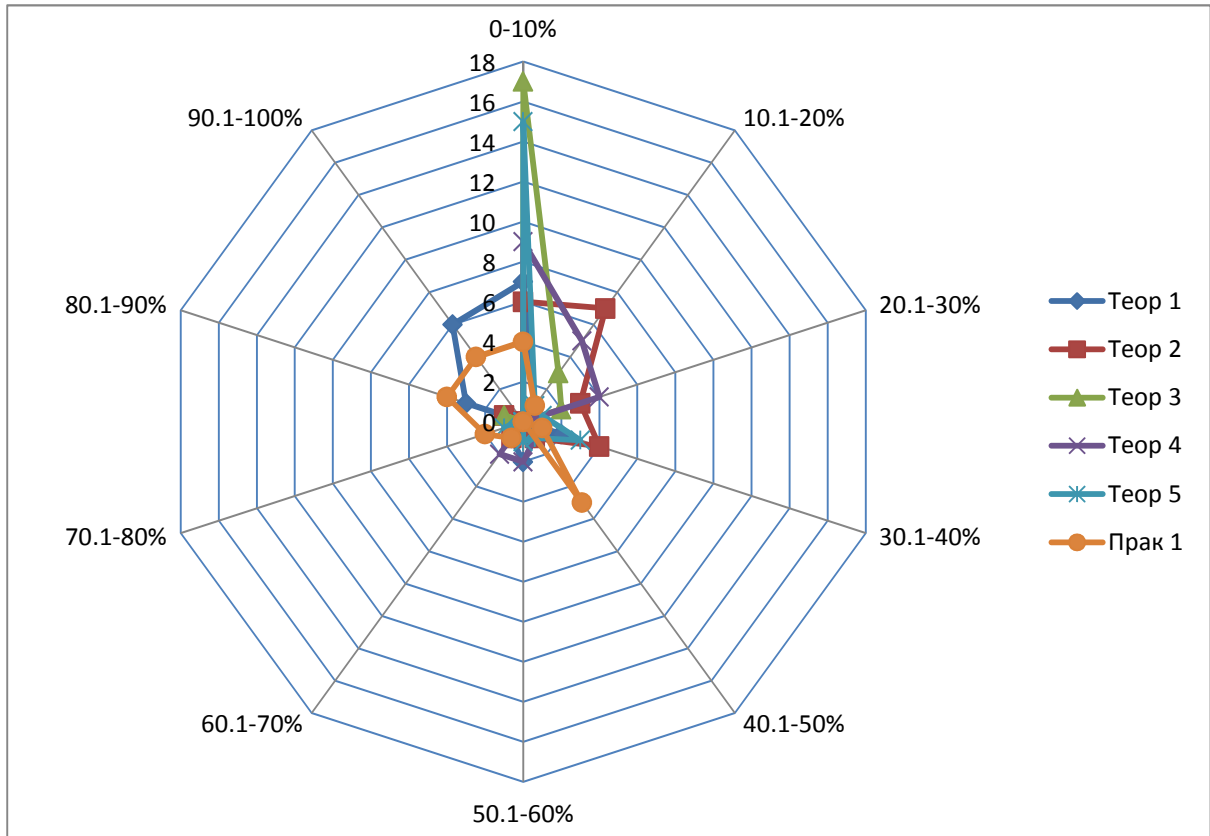


Рисунок 4– III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії (2019 рік), 11 клас,
усі учасники

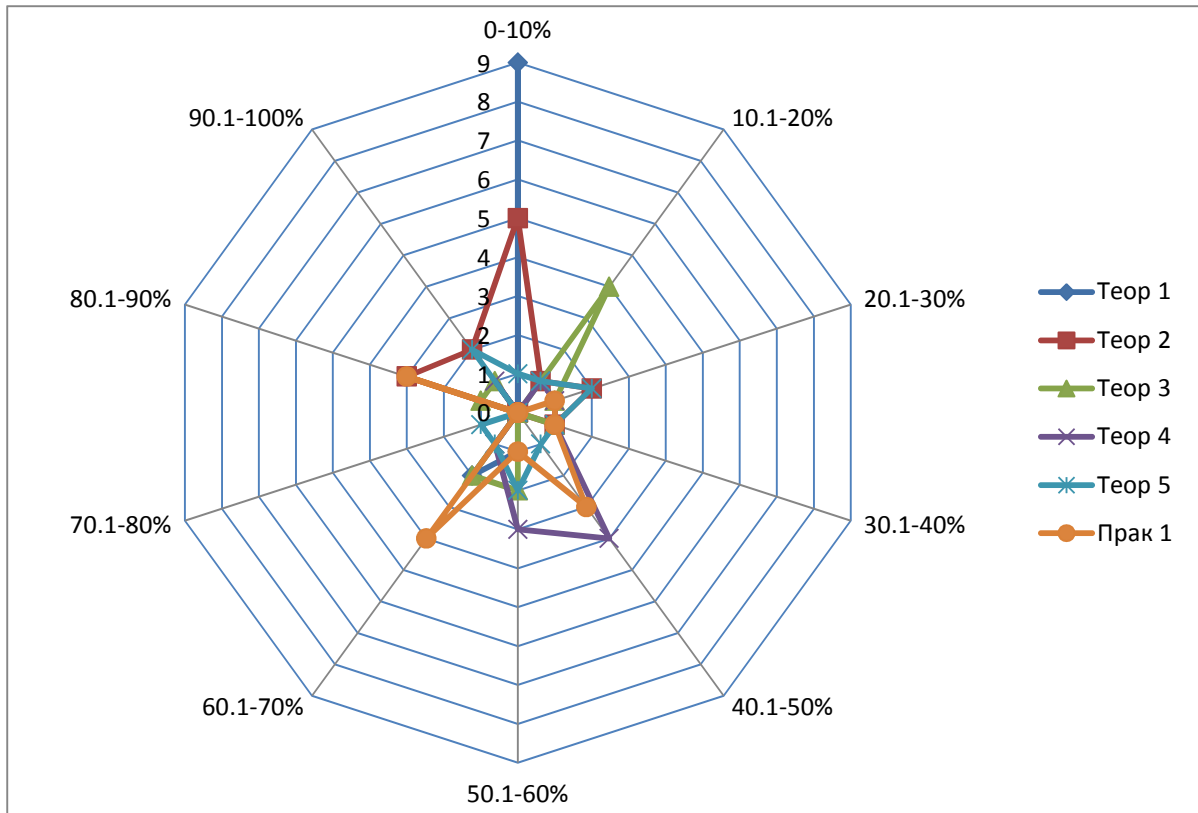


Рисунок 5– III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії (2018 рік), 11 клас,
50% кращих учасників

Рисунок 7– III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії (2017 рік), 11 клас,
50% кращих учасників

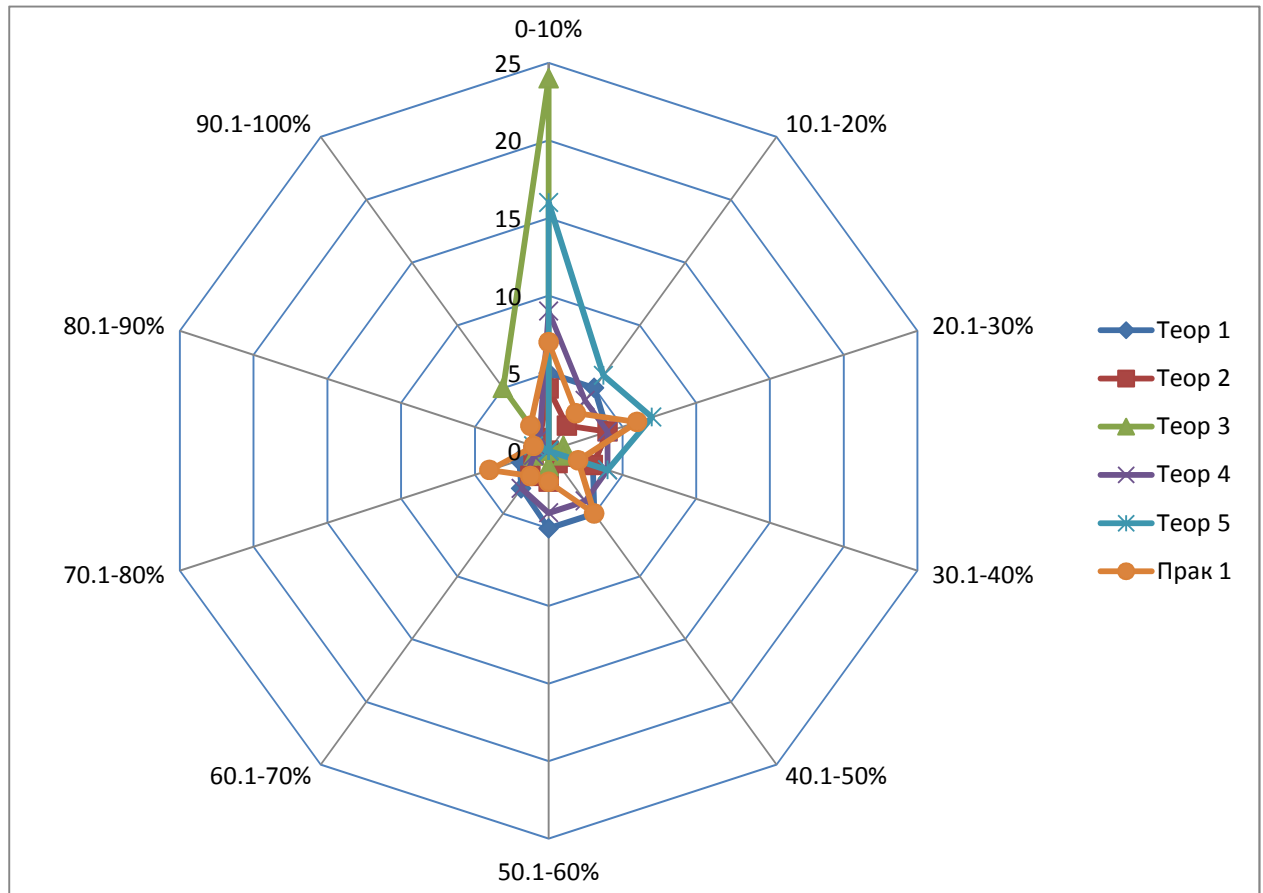


Рисунок 8– III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії (2017 рік), 11 клас,
усі учасники