The modern situation and directions of nanometer optical and matrix array emitter lithography development is considered. The input data and calculation of structure and basic elements of architecture system is described. The integrated SOI CMOS structures are offered on the basis of base matrix crystals for realization of logic, memory and management for matrix emitters.

Key words: *nanometer lithography of architecture element, SOI CMOS structure, microelectronic devices.*

УДК 621.382, 546.28
ББК 31.233, 32.97
Б.В. Атаманюк

ДЕКОМПОЗИЦІЯ ТА ВЕРИФІКАЦІЯ ТОПОЛОГІЇ ІНТЕГРАЛЬНИХ СХЕМ

За допомогою нерва канонічного покриття графа, що відповідає інтегральній схемі або алгоритмічному процесу проектування топології інтегральної схеми, проводиться декомпозиція графа за хвильовим алгоритмом, через континуумзначну ретракцію та стереографічну проекцію проводиться планаризація графа. за допомогою фундаментальної групи та відповідних гомотопних теорем здійснюється верифікація графа на лінійну зв'язність.

Ключові слова: *інтегральна схема, розбиття, верифікація.*

Природно подавати окремі елементи інтегральної схеми вершинами, а з'єднання – дугами графа.

Граф називається регулярним, якщо кожне ребро з'єднує тільки два вузли, і нерегулярним, якщо існують ребра, які з'єднують не два, а кілька вузлів графа, тобто ребро одним краєм приєднується не до вузлів, а до ребер. Якщо коефіцієнт розгалуження більший за одиницю, то таку мережу називають багатоелементною або багатовіконною.

Нехай r – кратність розгалуження графа $G=\{V, E\}$ в даній вершині $a \in V$. Позначимо $E = E_1 \cup E_2 \cup E_3$, тобто множина всіх ребер графа E складається з множини E_1 усіх ребер, що належать зафіксованому фрагменту Ф графа G, E_2 – множина тих ребер, що одним кінцем містяться у Ф, іншим – у доповненні $G \backslash Ф$ і E_3 – множина ребер, що розміщені за межами фрагмента Ф, тобто $E_3 = \{\gamma \in E / \gamma \in E / Ф\}$. Тоді ясно, що сумарна кратність розгалужень $r(Ф) = r(E_1) + r(E_2)$.

Потрібно знайти таке розбиття $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2 ... \Omega_n\}$ графа $G = \{N, E\}$ на частини, при якому мінімізується кількість підграфів Ω_n, а також мінімізується кількість зв'язків між ними, тобто $\sum r(E_2) \rightarrow \min$.

Мінімізація кількості фрагментів здійснюється методом оптимізації згортання графа з побудовою дерева згортання. Це дерево будуємо так: до найнижчого рівня відносимо всі вершини $a \in (V, E)$, тобто приймаємо $X_1 \equiv V$. Позначимо вибраний критерій через F. Тоді на першому кроці виділяємо з множини X_1 рівноцінні за вибраним критерієм F групи елементів (по два, які утворюють ребра). Сформовані групи належать до множини X_2 – другого рівня згортання. На другому кроці беремо елементи з двох множин X_1 та X_2 і за тим же критерієм F формуємо множину X_3 як об'єднання вибраних елементів з X_1 та X_2 і т. д. На найвищому рівні одержимо вершину X_n, що містить об'єднання всіх вершин із множини X_1. Ця вершина називається коренем дерева згортання. Насправді вершина X_n – це символічне позначення U всіх вершин графа, але вибрана вона специфічним способом через дерево згортання.

Нехай зафіксовано дві вершини x_i та x_j. Позначимо через b_{kj} кількість ребер, що з'єднують ці дві вершини й не виходять за межі фрагмента Ф. Позначимо $a_n + a_j = r(E_2(x_k)) + r(E_2(x_j))$ – сумарна кратність вершин, з яких ребра виходять за межі фрагментів. Позначимо через C_{kj} сумарні кратності обох вершин x_k та x_j. Тоді цільова функція F_{kj} із коефіцієнтами ω_{kj} має вигляд: $F_{kj} = \omega_1 b_{kj} + \omega_2 c_{kj} - \omega_3(a_k + a_j)$. При $\omega_3 = 0$ шукаємо пару фрагментів, що мають максимальну кількість зовнішніх зв'язків $\max(\omega_1 b_{kj} + \omega_2 c_{kj})$. При $\omega_1 = 0$ шукаємо пару фрагментів, що мають мінімальну кількість зовнішніх зв'язків. При $\omega_2 = 0$ шукаємо максимальні різниці між числами внутрішніх та зовнішніх зв'язків.

Згідно з [1] недоліком методу оптимального згортання є випадкове призначення перших максимальних підграфів, що призводить до вимушеного об'єднання в одному підграфі слабко зв'язаних частин. Але цього можна уникнути, якщо користуватися хвильовим алгоритмом, тобто починати побудову множини першого рівня X_1 із тих вершин, які мають максимальну кратність розгалуження $r(a)$, а далі користуватися вибором вершин на одиницю меншої кратності розгалуження і т. д.

На кожному графі можна ввести покриття зірками його вершин, позначимо його ω. Воно називається канонічним покриттям. Зіставляємо з цим покриттям його нерв $N(\omega)$ – абстрактний комплекс, що складається з одновимірних симплексів – коли дві вершини з'єднуються ребром, з двовимірних симплексів – коли в даній вершині маємо потрійне розгалуження, з тривимірних симплексів – коли з даної вершини виходить чотири ребра і т. д. Тоді розмірність Лебега даного нерва $\dim N(\omega)$ дорівнює максимальній розмірності симплексів даного нерва й дорівнює максимальній кратності розгалужень. Об'єднання T^0 усіх 0-вимірних симплексів, які є підмножинами нерва $N(\omega)$ даного графа, називаються 0-вимірним скелетоїдом. Насправді це сукупність вершин графа. Об'єднання T_1 усіх ребер графа називаємо одновимірним скелетоїдом, об'єднання всіх трикутників, що відповідають трикратним розгалуженням графа, називаємо двовимірним скелетоїдом і т. д. Тоді нерв $N(\omega)$ записується як об'єднання скелетоїдів менших розмірностей:

$$N(\omega) = T^0 \cup T^1 \cup T^2 \cup \ldots \cup T^N, \text{ де } N = \dim N(\omega).$$

Назвемо два графи тотожними, якщо в них збігаються не лише нерви, а й усі скелетоїди. Скелетоїду найбільшої розмірності N поставимо у відповідність прадерево згортки I рівня згідно з методом оптимального згортання схем [1]. Скелетоїд розмірності $N-1$ відповідає прадереву II рівня. Суть хвильового алгоритму – "нарошування" скелетоїдів спочатку від скелетоїда T^N, далі – приєднання скелетоїда T^{N-1}, і аж до приєднання скелетоїда T^1. За допомогою такого алгоритму одержимо нерв $N(\omega)$.

Використовуючи "променевий" алгоритм із [2], можна виявити ділянки, які не зайняті топологією всередині кристала. Вибираючи всередині цієї ділянки довільну точку O так, щоб вона геометрично містилася в центрі кристала (або в околі центра), застосовуємо неперервну деформацію (гомотопію H). Можна вважати, що кристал має форму кулі, а точка O – її центр. Перетворення H будується так: якщо вершина A є вершиною куба, то радіус $OA = R$ не змінюється; якщо точка E міститься на грані куба, або на ребрі й не збігається з жодною вершиною, то розтягуємо відрізок OE по радіусу на довжину R за формулою: $H(x) = (R/r)x$, де $R = OA$ – половина великої діагоналі куба, а $r = OE$ – відстань від центра O до вибраної точки E. Зауважимо, що об'ємна топологія інтегральної схеми також розтягнеться, але без утворення нових самоперетинів чи розривів. За вибором точка O не збігається з жодною вершиною графа, який реалізує топологію інтегральної схеми. Це означає, що будь-який вузол топології інтегральної схеми буде на деякій ненульовій відстані від точки O всередині кулі, утвореної гомотопією з кристала. Далі застосовуємо нове перетворення (так звану континуумзначну ретракцію) до одержаної кулі. Це буде така ретракція кулі на обмежуючу її сферу S, що образами точок B (вузлів топології) будуть опуклі круги на сфері S з центрами в точках $T = OB \cap S$ і радіусами, що дорівнюють $\pi r = \pi|BT|$. Таким чином, кожний вузол B (відповідно й вершина B даного графа) відображається на круг (T, r), який при відповідному гомеоморфізмі можна вважати плоским. Побудоване відображення буде неперервним. Зауважимо, що всі точки сфери S при такому відображенні залишаються нерухомими (тому воно й називається континуумзначною ретракцією). Точки, які містяться на одному радіусі кулі, відображаються в концентричні круги із спільним центром, але різними радіусами r, тому такі круги на площині можна розрізнити, а значить – топологічно розвести. Ураховуючи те, що кількість вузлів скінченна, то можна розвести й відповідні вузли інтегральної схеми. Залишається відновити ребра графа, з'єднавши відповідні вузли на площині. Щоб одержати з опуклих сферичних кругів плоскі, можна використати стереографічну проекцію, вибравши полюс за межами топології інтегральної схеми, але на сфері S. Зауважимо, що стереографічна проекція – це топологічне відображення сфери з вирізаним полюсом на екваторіальну площину, при якому не буде ні розривів, ні самоперетинів.

Таким чином, ми одержали планаризацію об'ємної топології інтегральної схеми, розміщеної на кристалі, який має форму куба.

Далі введемо поняття фундаментальної групи, або групи Пуанкаре, яка визначається трьома теоремами, що доводяться в курсах диференціальної геометрії й топології; для кращого розуміння геометричної сутності фундаментальної групи наводимо детальні доведення цих теорем, хоча вони не є результатами автора, але будуть інтенсивно використані в даній статті.

Теорема 1. (Коректність означення композиції гомотопічних класів петель).

Якщо маємо дві петлі $\gamma : [0, 1] \to G$ та $\delta : [0, 1] \to G$, *що* $\gamma(0) = \gamma(1) = \delta(0) = \delta(1) = x_0$, *то композицією двох петель називається петля з тією ж відміченою точкою* x_0, *яка задається формулою*:

$$\Phi(t) = \begin{cases} \gamma(2\tau), \tau \equiv [0,1/2], \\ \delta(2\tau-1), \tau \equiv [1/2,1]. \end{cases}$$

Далі гомотопічним класом $[\varphi]$ *називаються множини всіх петель, тобто* $[\varphi] = \{\gamma : [0,1] \to G,\ \gamma(0) = \gamma(1) = x_0,\ \text{що } \gamma \text{ гомотопне } \varphi\}$. *Гомотопія петель означає, що існує неперервне відображення* $H : [0, 1]\times[0, 1] \to G$, *таке, що* $H(t,0) = \gamma(t)$, $H(t,1) = \varphi(t)$, $H(0,\xi) = H(1,\xi) = x_0$.

Теорема стверджує, що означення композиції гомотопічних класів $[\varphi]$ *та* $[\psi]$ *за формулою* $[\varphi]\circ[\psi] = [\varphi\circ\psi]$ *коректне для будь-яких петель, тобто для будь-яких петель* γ *гомотопне* φ *та* δ *гомотопне* ψ *маємо* $[\varphi]\circ[\psi] = [\gamma]\circ[\delta]$.

Доведення. Оскільки φ гомотопне γ, то існує гомотопія $H(t, \xi)$ така, що виконуються певні умови:

$$H(t,0) = \gamma(t), \quad H(t,1) = \varphi(t), \quad H(0,\xi) = H(1,\xi) = x_0.$$

Так само з умови, що δ гомотопне ψ, випливає, що існує гомотопія $K(t,\xi)$ така, що: 1) $K(t,0) = \delta(t)$, 2) $K(t,1) = \psi(t)$, 3) $K(0,\xi) = K(1,\xi) = x_0$. Для того, щоб довести $[\varphi]\circ[\psi] = [\gamma]\circ[\delta]$, досить побудувати гомотопію, яка з'єднує $\varphi\circ\psi$ та $\gamma\circ\delta$. Оскільки:

$$\gamma\circ\delta = \begin{cases} \gamma(2t), & t \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ \delta(2t-1), & t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \end{cases}, \quad \text{а також} \quad \varphi\circ\psi = \begin{cases} \varphi(2t), & t \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ \psi(2t-1), & t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \end{cases},$$

то гомотопія, яка з'єднує $\varphi\circ\psi$ та $\gamma\circ\delta$, задається формулою:

$$F(t,\xi) = \begin{cases} H(2t,\xi), & t \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ K(2t-1,\xi), & t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \end{cases}.$$

Теорема 2. *Множина гомотопічних класів петель утворює групу, яка називається фундаментальною групою з відміченою точкою* x_0.

Доведення. Досить довести виконання трьох аксіом групи.

Аксіома 1. $([\varphi]\circ[\psi])[\theta] = [\varphi]([\psi]\circ[\theta])$.

Аксіома 2. Існує одиниця $[e]$, де e – постійна дуга, $e(t) \equiv x_0$ для будь-якого $t \in [0,1]$ така, що $[\varphi]\circ[e] = [e]\circ[\varphi] = [\varphi]$.

Аксіома 3. Для будь-якого гомотопного класу $[\varphi]$ існує зворотний елемент $[\varphi(t)]^{-1} = [\varphi(1-t)]$.

Доведення аксіом.

$$[\varphi(t)]\circ[\varphi(t)]^{-1}=[\varphi(t)\circ\varphi(1-t)]=\varphi\circ\psi=\begin{cases}\varphi(2t), & t\in\left[0,\frac{1}{2}\right],\\ \varphi(1-2t), & t\in\left[\frac{1}{2},1\right]\end{cases}=[e],$$

а також $[\varphi(t)]\circ[e]=[\varphi(t)\circ e(t)]=[\varphi(t)]$.

Відповідні формули для гомотопій мають вигляд:

$$G(t,s)=\begin{cases}\varphi\left(\dfrac{2t}{1-s}\right), & 0\le t\le\dfrac{1-s}{2},\\ e\left(\dfrac{2t+s-1}{2s}\right), & \dfrac{1-s}{2}\le t\le\dfrac{s+1}{2},\\ \varphi\left(\dfrac{2t-1}{s-1}\right), & \dfrac{s+1}{2}\le t\le 1,\end{cases}\quad \text{тут}\quad \varphi(t)\circ e(t)=\begin{cases}\varphi(2t), & t\in[0,1/2],\\ e(2t-1), & t\in[1/2,1].\end{cases}$$

Треба побудувати гомотопію $F(t,\xi)$ таку, що $F(t,0)=\varphi(t)\circ e(t)$, $F(t,1)=\varphi(t)$. Така гомотопія має вигляд:

$$F(t,\xi)=\begin{cases}\varphi\left(\dfrac{2t}{1+\xi}\right), & 0\le t\le\dfrac{1+\xi}{2},\\ e\left(\dfrac{2t-\xi-1}{1-\xi}\right), & \dfrac{1+\xi}{2}\le t\le 1.\end{cases}$$

Якщо

$$(\varphi\circ\psi)(t)=\begin{cases}\psi(2t), & 0\le t\le 1/2,\\ \varphi(2t-1), & 1/2\le t\le 1,\end{cases}$$

тоді

$$\theta\circ(\varphi\circ\psi)=\begin{cases}(\varphi\circ\psi)(2t), & 0\le t\le 1/2,\\ \theta(2t-1), & 1/2\le t\le 1,\end{cases}$$

або

$$\theta\circ(\varphi\circ\psi)=\begin{cases}\psi(4t), & 0\le t\le 1/4,\\ \varphi(4t-1), & 1/4\le t\le 1/2,\\ \theta(2t-1), & 1/2\le t\le 1,\end{cases}$$

так само

$$(\theta\circ\varphi)\circ\psi=\begin{cases}\psi(2t), & 0\le t\le 1/2,\\ \varphi(4t-2), & 1/2\le t\le 3/4,\\ \theta(4t-3), & 3/4\le t\le 1.\end{cases}$$

Тоді гомотопія між $\theta\circ(\varphi\circ\psi)$ та $(\theta\circ\varphi)\circ\psi$ задається такою формулою:

$$H(t,s)=\begin{cases}\psi\left(\dfrac{4t}{s+1}\right), & 0\le t\le\dfrac{s+1}{4},\\ \varphi(4t-s-1), & \dfrac{s+1}{4}\le t\le\dfrac{s+2}{4},\\ \theta\left(\dfrac{4t-s-2}{2-s}\right), & \dfrac{s+2}{4}\le t\le 1.\end{cases}$$

Теорема 3. *У лінійно-зв'язному просторі G для будь-яких двох різних точок x_0 та y_0 фундаментальні групи рівні.*

Доведення. Установимо ізоморфізм фундаментальних груп із відміченими точками x_0 та y_0. Нехай $\varphi(t)=\gamma^{-1}(t)\circ\psi(t)\circ\gamma(t)$, де γ – шлях, що лінійно зв'язує дві точки x_0 та y_0, тобто $\gamma(0)=x_0$, $\gamma(1)=y_0$. Це означає, що кожній петлі $\psi(t)$ з відміченою точкою y_0 відповідає петля

$\varphi(t)$ заданою формулою з відміченою точкою x_0. Позначимо таке відображення через π, тобто $\pi[\psi(t)]=[\varphi(t)]$. Це відображення зіставляється з гомотопічним класом $[\psi(t)]$ із відміченою точкою y_0 із гомотопним класом $[\varphi(t)]$ із відміченою точкою x_0. Відображення π задано коректно тому, що з умови $\psi_1 \cong \psi_2$ випливає $\gamma^{-1} \circ \psi_1 \circ \gamma \cong \gamma^{-1} \circ \psi_2 \circ \gamma$, тобто $\varphi_1 \cong \varphi_2$. Ізоморфізм π означає, що: 1) π – гомоморфізм, 2) π – відображення "на". Гомоморфізм означає, що $\pi([f]\circ[g])=\pi[f]\circ\pi[g]$. Але:

$$\pi([f]\circ[g])=\pi[f\circ g]=[\gamma^{-1}\circ f\circ g\circ\gamma]=$$
$$=[\gamma^{-1}\circ f\circ\gamma\circ\gamma^{-1}\circ g\circ\gamma]=[\gamma^{-1}\circ f\circ g]\circ[\gamma^{-1}\circ g\circ\gamma]=\pi[f]\circ\pi[\gamma].$$

Доведемо, що π – відображення "на", тобто що для будь-якої петлі ψ із відміченою точкою y_0 існує така петля φ із відміченою точкою x_0, що $\pi[\varphi]=[\psi]$. Беремо $\varphi=\gamma\circ\psi\circ\gamma^{-1}$. Тобто $\pi[\varphi]=[\psi]$ за побудовою, бо $\pi(\varphi)=\gamma^{-1}\circ\varphi\circ\gamma=\gamma^{-1}\circ\gamma\circ\psi\circ\gamma^{-1}\circ\gamma=\psi$. Теорема доведена.

Виникає запитання про обчислення фундаментальної групи $\pi_1(G,x_0)$ графа з відміченою точкою. Відповідь проста: стягуємо всі ребра, що належать скелетоїду T^1, до вершин, які не є розгалуженими. Якщо на графі маємо дугу – петлю, то вона також стягується у вершину x_0, з якої виходить і в яку вона входить. Така петля відповідає оператору циклу при проектуванні топології інтегральної схеми.

У результаті стягування по дугах залишаються паралельні фрагменти графа, що відповідають альтернативному застосуванню різних операторів, або ті фрагменти, що утворюють замкнений контур. Замкнений контур як фрагмент графа від точки x_0 до точки y_0 означає, що до входу x_0 можуть застосовуватися дві різні послідовності операторів, що призводять до одного й того ж виходу y_0. У таких випадках ясно, що дуги не стягуються в точку і ці фрагменти будуть ділянками нетривіальної фундаментальної групи. Один такий контур означає множення фундаментальної групи на множину цілих чисел. У зв'язку з тим, що кількість вершин графа – скінченна кількість, фундаментальну групу можна обчислити в кожній вершині графа.

Тоді алгоритм верифікації графа на лінійну зв'язність має такий вигляд:

1. Вибираємо початкову точку x_0, що є вершиною графа G і має максимальне розгалуження, покладемо $k = 0$.
2. Обчислюємо фундаментальну групу $\pi(G,x_k)$ графа G у вершині x_k.
3. Обчислюємо фундаментальну групу $\pi(G,x_{k+1})$ в наступній вершині x_{k+1}, вершини вибираємо за вищезгаданим хвильовим алгоритмом.
4. Порівнюємо фундаментальні групи $\pi(G,x_k)$ та $\pi(G,x_{k+1})$. Якщо вони рівні, то збільшуємо лічильник $k = k + 1$ і переходимо до пункту 2.
5. Якщо фундаментальні групи різні, то ми одержуємо протиріччя з теоремою 3 і робимо висновок про відсутність лінійної зв'язності графа G.

Зауважимо, що з нерівності фундаментальних груп графа у відмічених вершинах випливає незв'язність графа, але з незв'язності графа ще не випливає нерівність фундаментальних груп. Тобто якщо фундаментальні групи в різних вершинах графа рівні, то граф може й не бути зв'язним. Отже, ця умова є необхідною, але недостатньою.

Для лінійної зв'язності графа достатньо, щоб він збігався зі своєю МЗС (максимальною зчепленою системою).

Висновки. У даній роботі ставиться у відповідність інтегральній схемі деякий граф. Тоді задачі декомпозиції, планаризації та верифікації топології інтегральних схем постають у вигляді таких самих задач для графа. Так само можна зіставити алгоритмічний процес проектування інтегральної схеми методом кремнієвої компіляції із деяким графом, ребрами якого є оператори. У цьому випадку задача верифікації алгоритмічного процесу також зводиться до верифікації графів. За допомогою топологічних методів із використанням нерва канонічного покриття графа, що відповідає інтегральній схемі або алгоритмічному процесу, проводиться декомпозиція графа за хвильовим алгоритмом, а також через континуумзначну ретракцію та стереографічну проекцію проводиться планаризація графа, за допомогою фундаментальної групи та відповідних гомотопічних теорем проводиться верифікація графа на лінійну зв'язність.

1. Мельник Р.А. Алгоритми ієрархічного моделювання площинної та просторової топології НВІС. – Львів: Вид-во ДУ "Львівська політехніка", 1999. – 140 с.
2. Atamanyuk O. Verification of topology and "radial" algorithms in submicron technology of IC // Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій, комп'ютерної інженерії: Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції TCSET'2006 (Львів – Славське, 28 лютого – 4 березня 2006 р.). – Львів, 2006. – С.438–439.
3. Проектирование СБИС / М. Ватанабэ, К. Асада, К. Кани, Т. Оцуки: Пер. с япон. – М.: Мир, 1988. – 304 с.
4. Эйрис Р. Проектирование СБИС. Метод кремниевой компиляции. – М.: Наука, 1988. – 456 с.

In this paper we make the decomposition, planaryzation and verification of topology of integrated circuit on the linear connectedness with help of continuum image retraction, stereographic projection and fundamental groups.

Key words: *integrated circuit, decomposition, verification.*

УДК 546.28, 621.38

ББК 31.233, 32.844.1

О.Б. Атаманюк

ВЕРИФІКАЦІЯ ПРОЦЕСУ КРЕМНІЄВОЇ КОМПІЛЯЦІЇ ТОПОЛОГІЇ ІНТЕГРАЛЬНИХ СХЕМ

Задача верифікації процесу кремнієвої компіляції, що моделюється ймовірнісним графом, зводиться до скорочення цього графа, а далі – до знаходження всіх графів, що задовольняють часово-ймовірнісний критерій; використовуються стрічкові матриці та метод вилучення проміжних вершин.

Ключові слова: *кремнієва компіляція, стрічкові матриці, метод вилучення проміжних вершин.*

Для забезпечення стовідсоткової придатності топології ВІС необхідно провести такі верифікації:

1) перевірку геометричних параметрів;
2) перевірку трасування міжз'єднань;
3) перевірку електричних характеристик.

При перевірці першого виду застосовуються такі операції з многокутниками: логічні операції; топологічні операції типу накладання та включення; з'єднувальні операції (простежується шлях з'єднання); операції щодо перевірки розмірів (для виявлення суперечностей між правилами проектування та геометрією транзисторів і міжз'єднань); зміна розмірів (стискування та розтягування); поділ на прямокутники або трапеції (так званий метод смуг, який застосовують для розбиття кристала на координатні ділянки).

До алгоритмів, що реалізують логічні операції, належить алгоритм бітової карти. Цей алгоритм ділить ділянку уявною координатною сіткою та формує структуру даних, що містить інформацію про порожні й заповнені клітини. Насправді формується таблиця, у кожній клітині якої розміщені дві цифри: 0 або 1 у першому розряді і 0 або 1 – у другому.

Перший розряд означає наявність або відсутність у даній клітині фігури *A*, а другий – наявність або відсутність у даній клітині фігури *B*.

Тоді виділення комірок виду 1 1 означає взяття перерізу (логічне AND), виділення комірок 0 1 або 1 0 означає взяття об'єднання (логічне OR). Логічні операції можуть також реалізуватися векторними алгоритмами. Якщо сторони фігури записувати векторами так, що обхід зовнішнього контуру здійснюється проти годинникової стрілки (фігура весь час справа), а обхід внутрішнього – за годинниковою стрілкою (фігура весь час справа), то, поділивши ділянку сіткою, розставляємо 0 1 або 1 0, 0 0 або 1 1 у кожній клітині. Далі алгоритм працює так само, як і в бітовій карті.