

I.C. Гнідко, В.І. Гуцул, І.П. Козярьський, О.М. Маханець

Спектр екситона в циліндричній напівпровідниковій наноструктурі квантова точка – квантове кільце в електричному полі

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна, lmidko.ihor@chnu.edu.ua

У моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів для електрона і дірки теоретично досліджено вплив однорідного електричного поля на енергетичний спектр та хвильові функції екситона та сили осциляторів міжзонних квантових переходів у напівпровідниковій (GaAs/Al_xGa_{1-x}As) наноструктурі квантова точка – квантове кільце. Стационарні рівняння Шредінгера для невзаємодіючих квазічастинок за наявності електричного поля аналітично не розв'язуються. Для їх наближеного розв'язку невідомі хвильові функції шукаються у вигляді розкладу за повним набором циліндрично - симетричних хвильових функцій, а енергія електрона знаходиться із розв'язування відповідного секулярного рівняння. Енергія зв'язку екситона знаходиться з використанням теорії збурень.

Проаналізовано залежності енергетичних спектрів, хвильових функцій електрона, дірки й екситона та інтенсивностей міжзонних оптичних квантових переходів від величини напруженості електричного поля

Ключові слова: квантова точка, нанокільце, екситон, енергетичний спектр, інтенсивність, електричне поле.

Подано до редакції 14.11.2022; прийнято до друку 30.11.2022.

Вступ

На даний час експериментальні можливості створення різноманітних напівпровідникових наноструктур дозволяють вченим вирощувати цілі впорядковані масиви концентричних простих та подвійних квантових кілець з аксіальною симетрією та досліджувати спектри люмінесценції в них [1-3].

Унікальні властивості квазічастинок (електронів, дірок, екситонів...) у таких наноструктурах, що проявляються при їхній взаємодії між собою та зовнішніми електричним та магнітним полями, дозволяють використовувати їх у приладах сучасної наноелектроніки: напівпровідникові лазери [4], фотодетектори [5], елементарні кубіти квантових комп'ютерів [6].

Теоретичні моделі розрахунку спектрів, хвильових функцій основних квазічастинок та інтенсивностей внутрішньозонних та міжзонних оптичних квантових переходів у таких структурах

також інтенсивно розвиваються і удосконалюються.

У працях [7, 8] автори дослідили залежність енергетичного спектра електрона у простому циліндричному напівпровідниковому квантовому кільці від напруженості однорідного електричного поля, що направлена перпендикулярно до аксіальної осі кільця. Вони показали, що ці залежності для певного діапазону зміни напруженості електричного поля різні і визначаються співвідношенням між внутрішнім та зовнішнім радіусами кільця. Зокрема у відповідних залежностях може спостерігатися антикросинг енергетичних рівнів.

У працях [9-12] автори теоретично досліджували вплив електричного та магнітного полів на енергетичний спектр, хвильові функції та інтенсивності внутрішньозонних квантових переходів електрона у подвійних квантових нанокільцях на основі напівпровідників GaAs/Al_xGa_{1-x}As. Стационарне рівняння Шредінгера для квазічастинки за наявності магнітного поля розв'язується аналітично

точно, а хвильова функція одержується у вигляді суперпозиції конфлюентних гіпергеометричних функцій і узагальнених поліномів Лагерра. У випадку електричного поля це рівняння точно не розв'язується. Тому спектр електрона, що взаємодіє з електричним полем знаходився методом розкладу невідомої хвильової функції електрона за повним ортонормованим набором хвильових функцій квазічастинки у наностемі без поля і розв'язування отриманого секулярного рівняння. Автори показали, що у залежності від значення індукції магнітного (B), напруженості електричного (F) полів та співвідношенням між товщинами нанокільць, електрон у всіх станах може локалізуватись або у внутрішньому, або ж у зовнішньому кільці. При цьому у відповідних залежностях енергетичних рівнів від F чи B спостерігаються антикросінги енергетичних рівнів, а в залежностях сил осциляторів яскраво виражені максимуми та мінімуми інтенсивностей відповідних переходів. Автори встановили, що причиною такої поведінки є зміна локалізації електрона у просторі двох нанокільць у різних квантових станах зі зміною напруженості електричного чи індукції магнітного полів.

Екситонні та поляронні ефекти у нанокільцях вивчалися у працях [13, 14]. Розрахунки, проведені авторами показали, що використовуючи електричне та магнітне поля, можна цілеспрямовано керувати розташуванням електрона у системі подвійних нанокільць. Енергія основного стану полярону нелінійно зменшується зі збільшенням напруженості електричного поля, а в цілому прикладання

електричного та магнітного полів призводить до підсилення електрон-фононої взаємодії.

У даній роботі буде теоретично досліджено вплив однорідного електричного поля на енергетичний спектр і хвильові функції екситона (з урахуванням енергії електрон-діркової взаємодії), а також на інтенсивності міжзонних квантових переходів у напівпровідниковій наноструктурі квантова точка – квантове кільце.

I. Теорія енергетичного спектра та хвильових функцій екситона в циліндричній напівпровідниковій наноструктурі квантова точка – квантове кільце

У роботі досліджується наноструктура, що складається із циліндричної напівпровідникової квантової точки (квантова яма, середовище GaAs), яка через скінченний потенціальний бар'єр (середовище $Al_xGa_{1-x}As$) тунельно-зв'язана із коаксіальним циліндричним нанокільцем (квантова яма, середовище GaAs). Висота наноструктури - L . Поперечний переріз площиною $z = 0$ та схему потенціальних енергій електрона і дірки такої наноструктури за відсутності електричного поля зображено на рис.1. Вектор напруженості електричного поля \vec{F} направлений уздовж осі Ox .

З міркувань симетрії усі подальші розрахунки будемо виконувати у циліндричній системі координат z

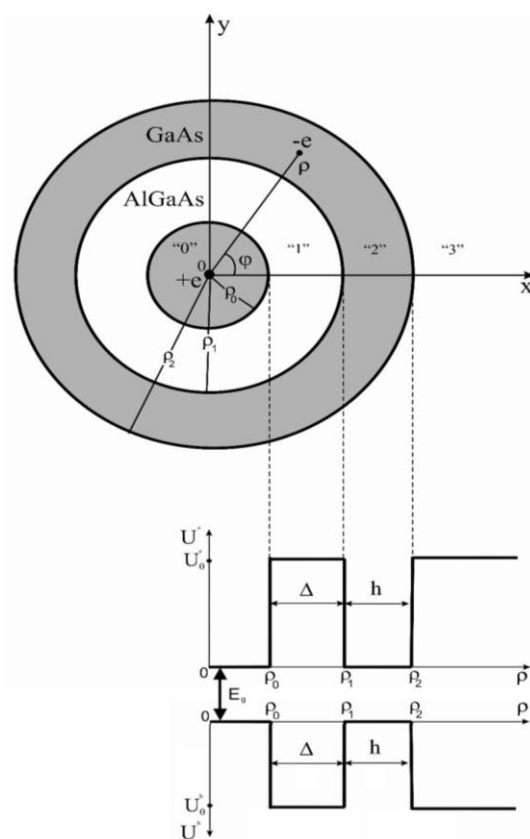


Рис.1. Геометрична та енергетична схеми наноструктури

віссю O_z вздовж аксіальної осі наноструктури.

Оскільки сталі ґраток і діелектричні проникності напівпровідникових елементів наноструктури мало відрізняються між собою, то для розрахунку спектрів і хвильових функцій електрона і дірки будемо

$$\mu^{(e,h)}(\vec{r}) = \begin{cases} \mu_0^{(e,h)}, & |z| \leq L/2 \text{ and } 0 \leq \rho \leq \rho_0, \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2 \\ \mu_1^{(e,h)}, & |z| > L/2 \text{ or } |z| \leq L/2 \text{ and } \rho_0 < \rho \leq \rho_1, \rho > \rho_2 \end{cases}, \quad (1)$$

$$U^{(e,h)}(\rho) = \begin{cases} U_0^{(e,h)}, & \rho_0 \leq \rho \leq \rho_1, \rho > \rho_2, \\ 0, & 0 < \rho < \rho_0, \rho_1 < \rho \leq \rho_2. \end{cases} \quad (2)$$

Оскільки електричне поле не впливає на енергетичний спектр електрона і дірки (а отже і екситона) при русі обох квазічастинок уздовж осі O_z , вважатимемо неможливих вихід квазічастинок в область $|z| \leq L/2$.

$$U^{(e,h)}(z) = \begin{cases} \infty, & |z| > L/2, \\ 0, & |z| \leq L/2. \end{cases} \quad (3)$$

Для того, щоб знайти енергетичний спектр та хвильові функції екситона у такій наноструктурі,

використовувати модель ефективних мас і прямокутних потенціалів. Вважатимемо надалі їх відомими у всіх областях досліджуваної наноструктури:

необхідно розв'язувати стаціонарне рівняння Шредінґера

$$\hat{H}_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = E_{ex} \Psi_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \quad (4)$$

з гамільтоніаном

$$\hat{H}_{ex}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = E_g + \hat{H}_e(\vec{r}_e) + \hat{H}_h(\vec{r}_h) + U(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|). \quad (5)$$

Тут E_g – ширина забороненої зони матеріалу квантових ям наносистеми;

$$\hat{H}_i(\vec{r}_i) = \frac{1}{2\mu^{(i)}(\rho_i)} \left[-\hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho_i^2} + \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial}{\partial \rho_i} + \frac{1}{\rho_i^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi_i^2} \right) \right] - \frac{\hbar^2}{2\mu^{(i)}(\rho_i)} \frac{\partial^2}{\partial z_i^2} + U^{(i)}(\vec{r}_i) \mp |e| F \rho_i \cos \varphi_i, \quad (i = e, h) \quad (6)$$

- гамільтоніани електрона і дірки в електричному полі, що не взаємодіють між собою;

$$U(|\vec{r}_e - \vec{r}_h|) = - \frac{e^2}{\varepsilon(\vec{r}_e, \vec{r}_h) |\vec{r}_e - \vec{r}_h|} \quad (7)$$

- потенціальна енергія взаємодії між електроном і діркою у середовищі з діелектричною проникністю $\varepsilon(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$.

Рівняння Шредінґера (4) з гамільтоніаном (5) точно не розв'язується. Його наближений розв'язок будемо шукати так. Враховуючи те, що енергія взаємодії між електроном і діркою на два порядки менша за енергії їх розмірного квантування, спочатку знайдемо останні. При цьому врахуємо вплив електричного поля, а потім за теорією збурень знайдемо енергію зв'язку обох квазічастинок.

Отже, далі будемо розв'язувати стаціонарні рівняння Шредінґера для незваємодіючих між собою електрона і дірки

$$\hat{H}_i \Psi_i(\rho_i, \varphi_i, z_i) = E_i \Psi_i(\rho_i, \varphi_i, z_i), \quad (i = e, h) \quad (8)$$

Методику розв'язування рівнянь (8) наведемо на прикладі електрона, опускаючи індекс i

Із вигляду гамільтоніану (6) видно, що змінна Z у відповідних рівняннях Шредінґера (8) відділяється, а хвильову функцію електрона доцільно шукати у вигляді [13]

$$\Psi(\vec{r}) = F(\rho, \varphi) f_{n_z}(z) \quad (9)$$

Тут

$$f_{n_z}(z) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi n_z}{L} z\right), & n_z = 1, 3, 5, \dots \\ \sin\left(\frac{\pi n_z}{L} z\right), & n_z = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (10)$$

За відсутності електричного поля рівняння (8) також має точні розв'язки

$$F_{n_{\rho m}}^0(\rho, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} R_{n_{\rho m}}(\rho) e^{im\varphi} \quad (11)$$

з радіальними функціями

$$R_{n_{\rho m}}^i(\rho) = A_{n_{\rho m}}^{(i)} j_m^{(i)}(\chi\rho) + B_{n_{\rho m}}^{(i)} n_m^{(i)}(\chi\rho), \quad (i = 0, 1, 2, 3) \quad (12)$$

$$j_m^{(i)}(\chi\rho) = \begin{cases} I_m(\chi_0\rho), & i = 1, 3 \\ J_m(\chi_1\rho), & i = 0, 2 \end{cases} \quad (13)$$

$$n_m^{(i)}(\chi\rho) = \begin{cases} K_m(\chi_0\rho), & i = 1, 3 \\ N_m(\chi_1\rho), & i = 0, 2 \end{cases} \quad (14)$$

Тут n_ρ та m – радіальне та магнітне квантові числа, J_m, N_m – циліндричні функції Бесселя першого та другого роду, I_m, K_m – циліндричні модифіковані функції Бесселя першого та другого роду,

$$\chi_0 = \sqrt{2\mu_0(U_0 - E_{n_\rho m}^0)/\hbar^2 + \pi^2 n_z^2/L};$$

$$\chi_1 = \sqrt{2\mu_1 E_{n_\rho m}^0/\hbar^2 - \pi^2 n_z^2/L};$$

$$B_{n_\rho m}^{(0)} = 0, A_{n_\rho m}^{(3)} = 0$$

Усі невідомі коефіцієнти $A_{n_\rho m}^{(i)}, B_{n_\rho m}^{(i)}$ у хвильових

функціях та енергії електрона $E_{n_\rho m}^0$ знаходяться з умов неперервності радіальних функцій (12)–(14) та потоків густини ймовірності на гетеромежах наноструктури та умови нормування.

Зауважимо, що хвильові функції (11) разом з (10) утворюють повний ортонормований набір.

Тоді, для того щоб знайти енергетичний спектр та хвильові функції електрона у наноструктурі при $F \neq 0$ зобразимо ці функції у вигляді розкладу за повним набором хвильових функцій (11)

$$F_n(\rho, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n_\rho} \sum_m c_{n_\rho m}^n R_{n_\rho m}(\rho) e^{im\varphi}. \quad (15)$$

Підставляючи розклад (15) у рівняння Шредінгера з гамільтоніаном (6), легко отримати секулярне рівняння

$$\left| H_{n_\rho m, n'_\rho m'} - E_{nn_z} \delta_{n_\rho, n'_\rho} \delta_{m, m'} \right| = 0 \quad (16)$$

з матричними елементами

$$H_{n_\rho m, n'_\rho m'} = E_{n_\rho m} \delta_{n_\rho, n'_\rho} \delta_{m, m'} + (\delta_{m', m+1} + \delta_{m', m-1}) \frac{eF}{2} \int_0^\infty R_{n_\rho m}(\rho) R_{n'_\rho m'}(\rho) \rho^2 d\rho. \quad (17)$$

Тепер для знаходження енергетичного спектра квазічастинки та її хвильових функцій необхідно знайти власні значення та власні вектори отриманої матриці.

Оскільки за індексами n_ρ та m у (15) ведеться підсумовування, то нові квантові стани електрона (дірки), що взаємодіє з електричним полем, тепер характеризуються лише одним квантовим числом n .

Отже, тепер нам відомі як повні хвильові функції електрона $\Psi_{n^e n_z^e}^e(\vec{r})$ (9), так і його енергія $E_{n^e n_z^e}^e$. Цілком аналогічно отримуються хвильові функції ($\Psi_{n^h n_z^h}^h(\vec{r})$) та енергія ($E_{n^h n_z^h}^h$) дірки.

Тоді енергія екситона у досліджуваній наноструктурі одержується у вигляді

$$E_{n^h n_z^h}^{n^e n_z^e} = E_g + E_{n^e n_z^e}^e + E_{n^h n_z^h}^h + \Delta E_{n^h n_z^h}^{n^e n_z^e} \quad (18)$$

Тут $\Delta E_{n^h n_z^h}^{n^e n_z^e}$ – енергія зв'язку екситона, яка внаслідок своєї малості, може бути знайдена згідно теорії збурень

$$\Delta E_{n^h n_z^h}^{n^e n_z^e} = -\frac{e^2}{\epsilon} \int d^3\vec{r}_e \int d^3\vec{r}_h \frac{|\Psi_{n^e n_z^e}^e(\vec{r}) \Psi_{n^h n_z^h}^h(\vec{r})|^2}{\epsilon(\vec{r}_e, \vec{r}_h) |\vec{r}_e - \vec{r}_h|} \quad (19)$$

Отримані енергії та хвильові функції електрона та дірки дозволяють також знайти інтенсивності міжзонних оптичних квантових переходів за відомою формулою [15]

$$I_{n^h n_z^h}^{n^e n_z^e} \cong \left| \int \Psi_{n^e n_z^e}^e(\rho, \varphi, z) \Psi_{n^h n_z^h}^h(\rho, \varphi, z) \rho d\rho d\varphi dz \right|^2 \quad (20)$$

Розрахунок і аналіз екситонного спектра та

інтенсивностей міжзонних квантових переходів виконувався числовими методами для наноструктури, основою якої є напівпровідники $GaAs/Al_{0.4}Ga_{0.6}As$.

II. Аналіз та обговорення результатів.

Залежність електронного, діркового та екситонного спектра й інтенсивностей міжзонних оптичних квантових переходів від величини напруженості електричного поля (F) вивчалась на прикладі наноструктури $GaAs/Al_{0.4}Ga_{0.6}As$ з такими фізичними параметрами: $E_g=1424$ меВ, $E_g=1424$ меВ, $\epsilon_0 \approx \epsilon_1 = 13$, $\mu_0^e=0,096 m_0$, $\mu_1^e=0,063 m_0$, $U_0^e=297$ меВ, $\mu_0^h=0,61 m_0$, $\mu_1^h=0,51 m_0$, $U_0^h=224$ меВ (m_0 -маса електрона у вакуумі); стала ґратки середовища $GaAs \cdot \alpha_{GaAs} = 5.65 A^0$.

На рис.2 а, б, с, d наведено залежності енергій електрона $E_{n^e}^e$ (рис.2а,б) і дірки $E_{n^h}^h$ (рис.2с,д) від величини напруженості електричного поля (F) при $L = 5$ nm, $h = 17\alpha_{GaAs}$, $\rho_0 = 0$, $\Delta = 21\alpha_{GaAs}$ (рис.2а, 2с) та $\rho_0 = 18\alpha_{GaAs}$, $\Delta = 3\alpha_{GaAs}$ (рис.2б, 2д). Тобто рисунки 2а,с відповідають простішій наноструктурі, яка містить лише одне нанокільце (квантова точка відсутня) товщиною $h = 17\alpha_{GaAs}$ і внутрішнім радіусом $\rho_1 = 21\alpha_{GaAs}$, а рисунки 2б,д – наноструктурі з квантовою точкою і нанокільцем тих самих геометричних розмірів. Зліва на всіх рисунках проставлені квантові числа n_ρ, m , що характеризують відповідні енергетичні рівні за відсутності поля.

З рисунків 2а,с видно, що для обох квазічастинок за відсутності квантової точки в наноструктурі у

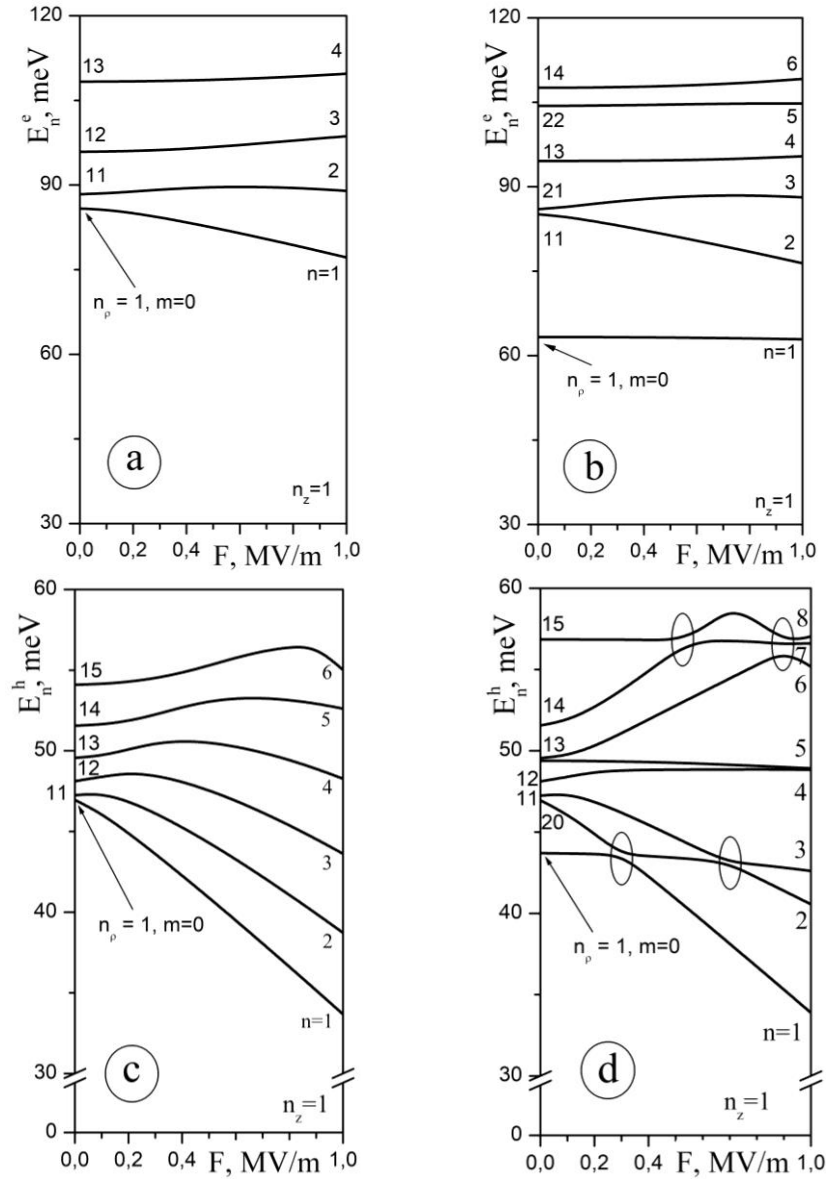


Рис.2. Залежності енергій електрона $E_{n^e}^e$ (рис.2а,б) і дірки $E_{n^h}^h$ (рис.2с,д) від величини напруженості електричного поля (F) при $L=5$ нм, $h = 17\alpha_{GaAs}$, $\rho_0 = 0$, $\Delta = 21\alpha_{GaS}$ (рис.2а, 2с) та $\rho_0 = 18\alpha_{GaAs}$, $\Delta = 3\alpha_{GaS}$ (рис.2б, 2д).

шкалі енергій квантової ями формуються рівні, що породжуються квантовим числом $n_p = 1$, та різними значеннями магнітного квантового числа m . За наявності квантової точки в енергетичних спектрах обох квазічастинок з'являються "нові" рівні з різними значеннями квантових чисел n_p при $F = 0$ (рис.2б,д). Енергія основного стану і електрона, і дірки зі збільшенням напруженості електричного поля F лише зменшується. Однак енергія збуджених станів зі збільшенням F може зростати, а лише потім зменшуватись. У загальному випадку збільшення чи зменшення енергій електрона чи дірки зі зростанням F обумовлене тим, у якій області наноструктури локалізується квазічастинка у відповідних станах та характером кутового розподілу густини ймовірності щодо напрямку напруженості електричного поля.

Як видно з рисунків 2 а,б енергія електрона слабо залежить від величини напруженості електричного поля. Оскільки ефективна маса дірки майже на порядок

більша за масу електрона, то щільність її енергетичних рівнів у шкалі енергій квантової ями значна, їхня залежність від F різко немонотонна з яскраво вираженими антикросінгами рівнів (рис.2д). Причиною антикросінгів є зміна локалізації квазічастинок між квантовою точкою та зовнішнім кільцем у відповідних квантових станах зі збільшенням напруженості електричного поля [12]. Антикросінги виникають там, де рівні різної симетрії при $F = 0$ повинні би були перетинатися. За такого значення напруженості у точці антикросінгу ймовірності перебування обох квазічастинок в області квантової точки і нанокільця однакові і дорівнюють 0,5.

На рис.3 а, б зображено залежності декількох найнижчих екситонних рівнів (рис.3а) та відповідних їм інтенсивностей міжзонних оптичних квантових переходів I_{nh}^{ne} (рис.3б) від величини напруженості електричного поля (F) при $L = 5$ нм, $h = 17\alpha_{GaAs}$, $\rho_0 = 18\alpha_{GaAs}$, $\Delta = 3\alpha_{GaS}$.

З рисунка 3 а видно, що залежність екситонних рівнів від F немонотонно спадає з проявами екситонного антикросінгу. Енергія зв'язку екситона, розрахована за формулою (19) виявляється на два порядки меншою, ніж сума розмірно-квантованих енергій електрона і дірки. Тому поведінка екситонних рівнів зі зміною від напруженості F цілком

зумовлюється особливостями поведінки енергій електрона і дірки та їхнім спільним внеском у (18).

З рис.3б видно, що в діапазоні зміни напруженості електричного поля від 0 до 1 MV/m лише два переходи мають значну інтенсивність: I_1^1 від $F = 0$ до $F \approx 0.4$ MV/m та I_2^1 від $F \approx 0.2$ до $F \approx 0.7$ MV/m. Інтенсивність решти переходів мала.

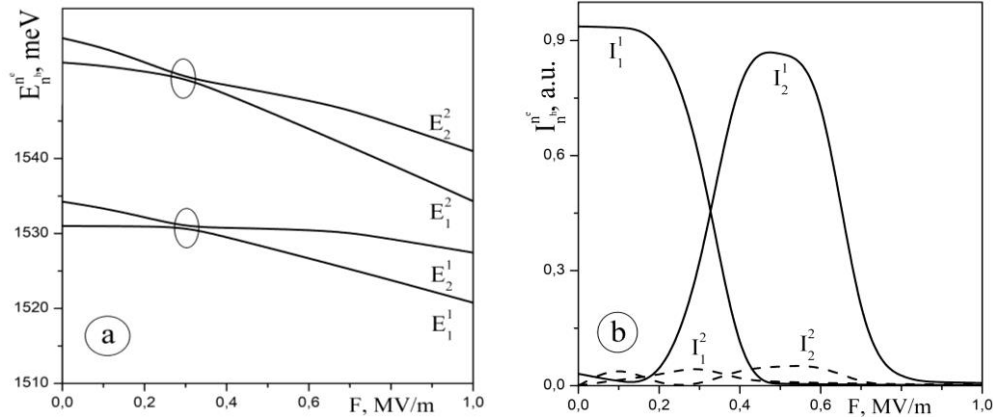


Рис.3. Залежності енергій екситона (рис.3а) та інтенсивностей міжзонних оптичних квантових переходів $I_{nh}^{n,e}$ (рис.3б) від величини напруженості електричного поля (F) при $L = 5$ nm, $h = 17\alpha_{GaS}$, $\rho_0 = 18\alpha_{GaAs}$, $\Delta = 3\alpha_{GaS}$.

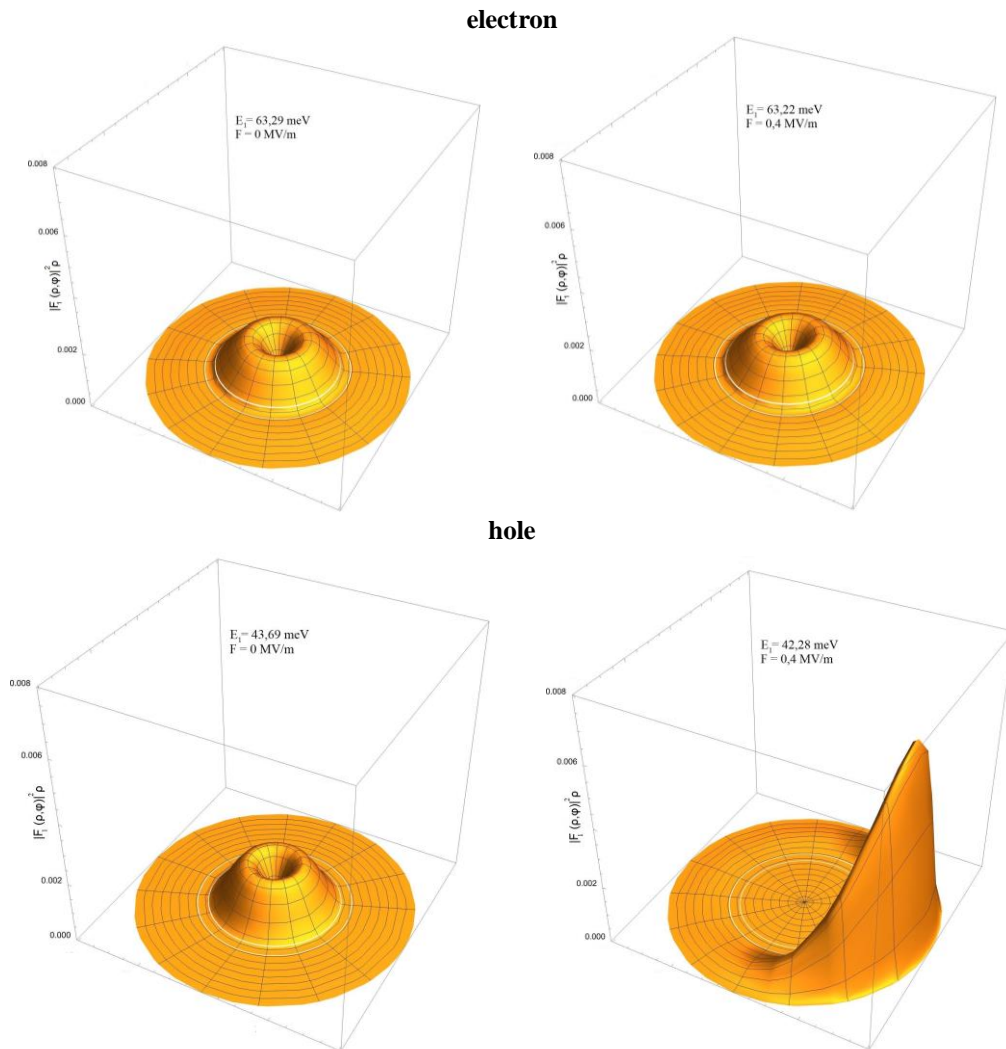


Рис.4. Еволюція густини ймовірності знаходження електрона і дірки в основних станах у наноструктурі зі зміною напруженості електричного поля при $L = 5$ nm, $h = 17\alpha_{GaS}$, $\rho_0 = 18\alpha_{GaAs}$, $\Delta = 3\alpha_{GaS}$.

Інтенсивність переходу I_1^1 максимальна при $F = 0$, а зі збільшенням F лише зменшується і практично дорівнює нулеві при $F \approx 0.4$ MV/m. Таку поведінку інтенсивності можна пояснити наступними міркуваннями.

Розглянемо еволюцію густини ймовірності знаходження електрона і дірки в основних станах у наноструктурі зі збільшенням величини напруженості електричного поля (рис.4). Як видно з рис.4 при $F = 0$ електрон і дірка в основному стані локалізуються у квантовій точці. При цьому перекриття відповідних хвильових функцій у (20), а отже і інтенсивність переходу значні. Зі збільшенням величини напруженості електричного поля дірка починає тунелювати у зовнішнє нанокільце. При цьому перекриття хвильових функцій обох квазічастинок, а отже і інтенсивність відповідного переходу зменшується. При $F \approx 0.4$ MV/m дірка виявляється повністю локалізованою у зовнішньому кільці, а електрон - у квантовій точці. Хвильові функції у відповідних станах перекриваються слабо і малою виявляється інтенсивність такого переходу.

Цілком аналогічно можна пояснити еволюцію інтенсивностей зі зміною напруженості електричного поля для інших квантових станів електрона і дірки.

Основні результати та висновки

У наближенні ефективних мас та прямокутних потенціалів досліджено залежність енергетичного спектра електрона, дірки, екситона та інтенсивностей

міжзонних квантових переходів від величини напруженості електричного поля (F) у наноструктурі квантова точка – квантове кільце. Основою наноструктури є напівпровідники $GaAs$ та $Al_{0.4}Ga_{0.6}As$.

Встановлено, що зміною величини напруженості електричного поля F можна цілеспрямовано керувати розташуванням квазічастинок у наноструктурі. Показано, що при зміні F в діапазоні від 0 до 0,4 MV/m електрон ще не змінює своєї локалізації, однак дірка вже тунелює крізь скінченний потенціальний бар'єр у зовнішнє нанокільце.

Енергії дірки, екситона та інтенсивності міжзонних квантових переходів при зміні F від 0 до 1 MV/m немоноотонно залежать від величини напруженості електричного поля. Зокрема в залежностях енергій дірки та екситона від F спостерігаються антикросінги енергетичних рівнів, а в залежностях інтенсивностей міжзонних квантових переходів яскраво виражені максимуми. Причиною такої поведінки є зміна локалізації дірки у просторі наноструктури у різних квантових станах зі зміною напруженості електричного поля..

Гнідко І.С. – аспірант кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної фізики;

Гуцул В.І. – к. ф.-м. н., асистент кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної фізики

Козярьський І.П. – к. ф.-м. н., доцент кафедри електроніки і енергетики;

Маханець О.М. – д. ф.-м. н., професор кафедри термоелектрики та медичної фізики.

- [1] T. Kuroda, T. Mano, T. Ochiai, S.Sanguinetti, K.Sakoda, G.Kido and N.Koguchi, *Optical transitions in quantum ring complexes*, Physical Review B, 72(20), 205301 (2005); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.205301>.
- [2] Yu. D. Sibirmovskii, I.S. Vasil'evskii, A.N. Vinichenko, I.S. Eremin, D.M. Znigunov, N.I. Kargin, O.S. Kolentsova, P.A. Martyuk, and M.N. Strikhanov, *Photoluminescence of GaAs/AlGaAs quantum ring arrays*, Semiconductors, 49(5), 638 (2015); <https://doi.org/10.1134/S106378261505022X>.
- [3] V.D. Pham, K. Kanisawa and S. Folsch, *Quantum Rings Engineered by Atom Manipulation*, Phys. Rev. Lett., 123, 066801 (2019); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.066801>.
- [4] F. Suarez, D. Granados, M.L. Dotor, J.M. Garcia, *Laser devices with stacked layers of InGaAs/GaAs quantum rings*, Nanotechnology, 15, S126 (2004); <https://doi.org/10.1088/0957-4484/15/4/003>.
- [5] J.H. Dai, Y. Lin, S.Ch. Lee, *Voltage Tunable Dual Band In(Ga)As Quantum Ring Infrared Photodetector*, IEEE Photonics Technology Letters, 19(19), 1511 (2007); <https://doi.org/10.1109/LPT.2007.903344>.
- [6] M.J. Szopa, E. Zipper, *Flux qubits on semiconducting quantum ring*, Journal of Physics: Conference Series, 213, 012006 (2010); <http://doi.org/10.1088/1742-6596/213/1/012006>.
- [7] J.M. Llorens, C. Trallero-Giner, A. Garcia-Cristobal, A. Cantarero, *Electronic structure of a quantum ring in a lateral electric field*, Physical Review B, 64, 035309 (2001); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.64.035309>.
- [8] J.M. Llorens, C. Trallero-Giner, A. Garcia-Cristobal, A. Cantarero A., *Energy levels of a quantum ring in a lateral electric field*, Microelectronics Journal, 33, 355 (2002); [http://doi.org/10.1016/S0026-2692\(01\)00131-8](http://doi.org/10.1016/S0026-2692(01)00131-8).
- [9] F.J. Culchac, N. Porrás-Montenegro, J.C. Granada and A. Latge, *Energy spectrum in a concentric double quantum ring of GaAs-(Ga,Al)As under applied magnetic fields*, Microelectronics Journal, 39, 402 (2008); <https://doi.org/10.1016/j.mejo.2007.07.063>.
- [10] F.J. Culchac, N. Porrás-Montenegro, A. Latge, *GaAs-(Ga, Al)As double quantum rings: confinement and magnetic field effects*, J. Phys.: Condens. Matter, 20(28), 285215 (2008); <http://doi.org/10.1088/0953-8984/20/28/285215>.
- [11] O.M. Makhanets, V.I. Gutsul, A.I. Kuchak, *Electron Energy Spectrum and Oscillator Strengths of Intra-band Quantum Transitions in Double Semiconductor Nanorings in Magnetic Field*, Journal of Nano- and Electronic Physics, 9, 06015 (2017); [http://doi.org/10.21272/jnep.9\(6\).06015](http://doi.org/10.21272/jnep.9(6).06015).

- [12] O.M. Makhanets, V.I. Gutsul., A.I. Kuchak, *Electron energy spectrum and oscillator strengths of quantum transitions in double quantum ring nanostructure driven by electric field*, Condensed Matter Physics, 21(4), 43704 (2018); <https://doi.org/10.48550/arXiv.1812.08551>.
- [13] O.M. Makhanets, V.I. Gutsul, I.P. Koziarskyi, and A.I. Kuchak, *Spectral Parameters of an Exciton in Double Semiconductor Quantum Rings in an Electric Field*, Journal of Nano- and Electronic Physics, 13(2), 02024 (2021); [https://doi.org/10.21272/jnep.13\(2\).02024](https://doi.org/10.21272/jnep.13(2).02024).
- [14] A. Shahbandari, M.A. Yeranosyan, A.L. Vartanian, *Polaron states in a double quantum ring structure in the presence of electric and magnetic fields*, Superlattices and Microstructures, 57, 85 (2013); <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2013.01.011>
- [15] A.S. Davydov, Quantum Mechanics (Pergamon Press, Oxford & New York, 1976).
- [16] M. Masale, *Oscillator strengths for optical transitions in a hollow cylinder*, Physica B, 292, 241 (2000); [https://doi.org/10.1016/S0921-4526\(00\)00471-3](https://doi.org/10.1016/S0921-4526(00)00471-3).

I.S. Hnidko, V.I. Gutsul, I.P. Koziarskyi, O.M. Makhanets

The exciton spectrum of the cylindrical quantum dot - quantum ring semiconductor nanostructure in an electric field

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine, hmidko.ihor@chnu.edu.ua

In the model of effective masses and rectangular potentials for an electron and a hole, the influence of a uniform electric field on the energy spectrum and wave functions of the exciton and the oscillator strengths of interband quantum transitions in the semiconductor (GaAs/Al_xGa_{1-x}As) quantum dot-quantum ring nanostructure is theoretically investigated. The stationary Schrödinger equations for noninteracting quasiparticles in the presence of an electric field cannot be solved analytically. For their approximate solution, the unknown wave functions are sought in the form of an expansion over the complete set of cylindrically symmetric wave functions, and the electron energy is found by solving the corresponding secular equation. The exciton binding energy is found using perturbation theory.

The dependences of the energy spectra, the wave functions of an electron, hole, and exciton, and the intensity of interband optical quantum transitions on the magnitude of the electric field strength are analyzed.

Keywords: Quantum Dot, Nanoring, Exciton, Energy spectrum, Intensity, Electric field