УДК 620.17:519.24

Г.О. Сіренко, Л.Я. Мідак

Статистична оцінка знань студентів за модульною та ректорською контролями

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76025, Україна

Статистична порівняльна аналіза модульної та ректорської контролі для двох ґруп (двох спеціальностей) студентів за 10-бальним оцінюванням показала, що розподіли оцінок підпорядковані нормальному закону Ґаусса. Розсіяння оцінок відносно величини середньої складає для ґрупи ЛГ-21: 23,21% (ректорська контроля) та 14,76% (модульна контроля); для ґрупи АХ-11: 25,27% (ректорська контроля) та 20,91% (модульна контроля), що не дає підстав стверджувати про значні статистичні відмінности за відносним розсіянням оцінок.

Ключові слова: оцінювання знань, розподіл, статистична відмінність, модульна контроля, ректорська контроля.

H.O. Sirenko, L.Ya. Midak

The Statistical Estimation of Students' Knowledges after Module and Rectorial Controls

Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University,
57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76025, Ukraine

The statistical comparative analysis of module and rectorial controls for two groups (two specialities) of students after a 10-ball evaluation showed, that distributing of estimations is inferior to the normal law of Gauss. Dispersion of estimations in relation to a size middle for a group ЛГ-21 are 23,21% (rectorial control) and 14,76% (module control) and for a group AX-11 are 25,27% (rectorial control) and 20,91% (module control), that does not ground to assert about considerable statistical differences after relative dispersion of estimations.

Key words: evaluation of knowledges, distributing, statistical difference, module control, rectorial control.

Стаття поступила до редакції 15.03.2010; прийнята до друку 8.04.2010.

Вступ

Аналіза та обґрунтування висновків за результатами перевірки знань студентів з хемії за текучим семестровим модулем та через два місяця перевірки залишкових знань студентів під час проведення ректорської контролі вимагають використання апарату теорії ймовірности та математичної статистики.

І. Експериментальна частина

Для аналізи та висновків використали такі результати оцінок знань студентів за 10-бальною системою модульної (м) та ректорської (к) контролі:

- ґрупа ЛГ-21 (спеціальність «Лісове господарство»; курс «хемія» (викладач – професор, д.х.н. Б.М. Гуцуляк); кількість студентів, що взяли участь в модульній та ректорській контролі становила N=26 (к) та N=27 (м) (для розрахунку коефіцієнта кореляції та його оцінок N=26 (для «к» і «м»));

- група АХ-11 (спеціальність «Агрохемія та ґрунтознавство»; курс «неорганічна хемія» (викладач – доцент, к.х.н. О.М. Верста); **кількість студентів N=22 (для «к» і «м»)).**

За [1 – 26] розраховували такі статистичні характеристики:

1) середнє арифметичне ($\bar{x}$):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}; \qquad (1)$$

2) дисперсію (S^2):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}; \qquad (2)$$

3) середнє квадратичне відхилення (**S**):

$$S = \sqrt{S^2}; \qquad (3)$$

4) коефіцієнт варіяції (γ):

$$\gamma = \frac{S}{\bar{x}}; \qquad (4)$$

5) показник ступеня агрегації оцінок в розподілі (**E**):

$$E = \frac{S^2}{\bar{x}}; \qquad (5)$$

6) начальні моменти (**h**) 1, 2, 3, 4 – порядків:

$$h_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^k; \qquad (6)$$

7) центральні моменти (**m**) 1. 2, 3, 4 – порядків:

$$m_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^k, \qquad (7)$$

де k – порядок моменту;

8) коефіцієнт асиметрії розподілу оцінок (**as**), середнє квадратичне відхилення (S_{as}) та його потрійне значення ($3S_{as}$):

$$as = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}; \; S_{as} = \sqrt{\frac{6(N-1)}{(N+1)(N+3)}}; \qquad (8)$$

9) коефіцієнт ексцесу розподілу оцінок (**ex**), середнє квадратичне відхилення (S_{ex}) та його п'ятірне значення ($5S_{ex}$):

$$ex = \frac{m_4}{m_2^2} - 3; \; S_{ex} = \sqrt{\frac{24(N-2)(N-3)N}{(N-1)^2(N+3)(N+5)}}; \qquad (9)$$

10) розрахункове значення $(N\omega^2)_p$ критерію ω^2 і максимальний рівень значущости (α_{max}), що відповідає $(N\omega^2)_p$ та ступеня відповідности оцінок нормальному закону Ґаусса $\xi_i(\omega^2)_\alpha$ для рівнів значущости α:

$$\left(N\omega^2\right)_p = \frac{1}{12N} - \sum_{i=1}^{N}\left[P(x_i) - w(x_i)\right]^2, \qquad (10)$$

де $p(x_i) = 0{,}5 - \Phi(z_i)$ – теоретична ймовірність попадання випадкової величини X (Z) на i-місце варіаційного ряду;

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}; \quad w(x_i) = \frac{i - 0{,}5}{N}$$ – емпірична функція розподілу (накопичена частота – частота попадання x_i на i-місце у варіаційному ряді).

$$\Phi(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{z}\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz - \qquad (11)$$

функція Лапласа [25].

За нерівністю $(N\omega^2)_p \le Z_\alpha(\alpha)$ [25] визначали рівень значущости прийняття гіпотези про підпорядкування емпіричних даних нормальному закону розподілу Ґаусса.

- порівнювали дві дисперсії оцінок за ректорською контрольною (к) та модулем (м) за критерієм Фішера **F**:

$$F_p = \frac{S^2_{i\,max}}{S^2_{i\,min}}, \qquad (12)$$

установлюючи статистичну відмінність цих дисперсій при порівнянні розрахованого F_p та табличного ($F_т = F_\alpha$) значень цього критерію для двох рівнів значущости α=0,05 та α=0,01, при цьому давали оцінку ступенів статистичної рівности $[\xi_1(F)]$ та нерівности $[\xi_2(F)]$;

- порівнювали дві середні оцінок за ректорською контрольною (к) та модулем (м) за критерієм Стьюдента **t**:

$$t_p = \left|\frac{\bar{x}_к - \bar{x}_м}{\sqrt{\frac{S_к^2}{N_к} + \frac{S_м^2}{N_м}}}\right|, \qquad (13)$$

установлюючи статистичну відмінність цих дисперсій при порівнянні розрахованого t_p та табличного ($t_т = t_\alpha$) значень цього критерію для двох рівнів значущости α=0,05 та α=0,01, при цьому даючи оцінку ступенів статистичної рівности $[\xi_1(t)]$ та нерівности $[\xi_2(t)]$;

- розраховували коефіцієнт кореляції (**r**) між результатами (к) і (м):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_{кi} y_{мi}) - N\bar{x}_к\bar{y}_м}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{N}(x_{кi}^2) - N\bar{x}_к^{\,2}\right]\left[\sum_{i=1}^{N}(y_{мi}^2) - N\bar{y}_м^{\,2}\right]}} \qquad (14)$$

та доводили його значущість за критичним значенням ($r_{кр}$), критерієм Стьюдента (**t**) та z-перетворенням Фішера, порівнюючи його розраховане значення $|r_p|$ з $r_{кр}=r_\alpha=r_т$, розраховане значення критерія Стьюдента $|t_p|$ з табличним $t_т=t_\alpha$, розраховане значення z-перетворення Фішера $|z_p|$ з добутком квантиля нормального нормованого розподілу $z_т\{1-\alpha/2\}$ на середнє квадратичне відхилення z-розподілу σ_z відповідно для двох рівнів значущості α=0,05 та α=0,01, при цьому давали оцінку ступенів лінійности $\xi_2(r)$, $\xi_2(t)$, $\xi_2(z)$ та нелінійности $\xi_1(r)$, $\xi_1(t)$, $\xi_1(z)$ кореляційного зв'язку.

II. Результати та обговорення

1. Результати статистичної обробки результатів переірки знань студентів за модульною (м) та ректорською контролями зведені в табл. 1 і 2.

Таблиця 1

Порівняльна математична аналіза результатів ректорської та модульної контролі з курсу «Хемія» для групи ЛГ-21 (викладач – професор Гуцуляк Б.М.)

Функція	α	Ректорська контроля (к)	Модульна контроля (м)
N		26	27
$\bar{\bar{x}}$		8,076923	7,703704
S^2		3,513846	1,293447
S		1,874526	1,137298
γ,%		23,20841	14,76301
E		0,435048	0,167899
h_1		8,076923	7,703704
h_2		68,61538	60,59259
h_3		606,9231	486,1481
h_4		5536,4615	3973,9259
m_1		0	0
m_2		3,378698	1,245542
m_3		-1,85708	0,170198
m_4		18,1437275	3,0934760
as		-0,29902	0,122438
Sas		0,437688	0,430946
3Sas		1,313064	1,292837
ex		-1,41062	-1,00598
Sex		0,782964	0,774024
5Sex		3,914822	3,870118
ξ_1 (as)		1,463722	3,519708
ξ_2 (3as)		4,391167	10,55912
ξ_3 (ex)		0,55505	-0,76942
ξ_4 (5ex)		2,775249	-3,84712
$(N\omega^2)_p$		**0,2553**	**0,1865**
α_{max}		**0,193063**	**0,291343**
$\xi_1(\omega^2)_\alpha$	0,01	2,912	3,987
$\xi_1(\omega^2)_\alpha$	0,05	1,807	2,474
$\xi_1(\omega^2)_\alpha$	0,10	1,360	1,862
$\xi_1(\omega^2)_\alpha$	0,20	0,945	1,293
$\xi_1(\omega^2)_\alpha$	0,30	0,722	0,988
$\xi_1(\omega^2)_\alpha$	0,40	0,575	0,787
$\xi_1(\omega^2)_\alpha$	0,50	0,464	0,635
Коефіцієнт кореляції		**r_p=0,576028**	

Таблиця 2

Порівняльна математична аналіза результатів ректорської та модульної контролі з курсу «Неорганічна хемія» для групи АХ-11 (викладач – доцент Верста О.М.)

Функція	α	Ректорська контроля (к)	Модульна контроля (м)
N		22	22
$\bar{\bar{x}}$		6,545455	6,909091
S^2		2,735931	2,08658
S		1,654065	1,4445
γ,%		25,27044	20,90724
E		0,417989	0,302005
h_1		6,545455	6,909091
h_2		45,45455	49,72727
h_3		330,5455	371,5455
h_4		2494,5455	2869,1818
m_1		0	0
m_2		2,61157	1,991736
m_3		-1,16304	0,453043
m_4		18,1506728	7,5204563
as		-0,27558	0,161173
Sas		0,468114	0,468114
3Sas		1,404341	1,404341
ex		-0,33873	-1,10425
Sex		0,820989	0,820989
5Sex		4,104947	4,104947
ξ_1 (as)		1,698678	2,904421
ξ_2 (3as)		5,096033	8,713264
ξ_3 (ex)		2,423744	0,743481
ξ_4 (5ex)		12,11872	3,717404
$(N\omega^2)_p$		**0,1656**	**0,1534**
α_{max}		**0,330135**	**0,355124**
$\xi_1 (\omega^2)_\alpha$	0,01	4,490	4,847
$\xi_1 (\omega^2)_\alpha$	0,05	2,786	3,008
$\xi_1 (\omega^2)_\alpha$	0,10	2,097	2,264
$\xi_1 (\omega^2)_\alpha$	0,20	1,457	1,572
$\xi_1 (\omega^2)_\alpha$	0,30	1,113	1,201
$\xi_1 (\omega^2)_\alpha$	0,40	0,886	0,956
$\xi_1 (\omega^2)_\alpha$	0,50	0,715	0,772
Коефіцієнт кореляції		**r_p=0,75096**	

2. Як видно з табл. 1, дослідження підпорядкування результатів оцінок знань студентів групи ЛГ-21 нормальному закону розподілу (н.з.р.): $|as| < S_{as}$ (к), $\xi_1(as)=1,464$ (к); $|as| < S_{as}$ (м), $\xi_1(as)=3,520$ (м), але $|ex| > S_{ex}$ (к), $\xi_3(ex)=0,555$ (к); $|ex| > S_{ex}$ (м), $\xi_3(ex)=0,769$ (м), що не виключає можливого підпорядкування цих результатів н.з.р., так як $|ex| < 5S_{ex}$ (к), $\xi_4(5ex)=2,775$ (к); $|ex| < 5S_{ex}$ (м), $\xi_4(5ex)=3,847$ (м).

Дійсно, перевірка гіпотези про відповідність результатів оцінок знань студентів н.з.р. за критерієм ω^2 показала, що $(N\omega^2)_p=0,2553$ (к), $(N\omega^2)_p=0,1865$ (м). Це відповідає рівню значущости $\alpha>0,19$ (к) та $\alpha>0,29$ (м), відповідно, і дозволяє зробити висновок про те, що н.з.р. оцінок знань студентів не суперечить результатам модульної та ректорської контролі.

3. Як видно з табл. 2, дослідження підпорядкування результатів оцінок знань студентів групи АХ-11 н.з.р.: $|as| < S_{as}$ (к), $\xi_1(as)=1{,}699$ (к); $|as| < S_{as}$ (м), $\xi_1(as)=2{,}904$ (м), при цьому $|ex| < S_{ex}$ (к), $\xi_3(ex)=2{,}424$ (к), але $|ex| > S_{ex}$ (м), $\xi_3(ex)=0{,}743$ (м). Так як в останньому випадку $|ex| < 5S_{ex}$ (м), $\xi_4(5ex)=3{,}717$ (м), то перевірка гіпотези про відповідність результатів оцінок знань студентів н.з.р. за критерієм ω^2 показала, що $(N\omega^2)_p=0{,}1656$ (к), $(N\omega^2)_p=0{,}1534$ (м). Це відповідає рівню значущості $\alpha>0{,}33$ (к) та $\alpha>0{,}35$ (м), відповідно, і дозволяє зробити висновок про те, що н.з.р. оцінок знань студентів не суперечить результатам модульної та ректорської контролі.

4. Висновки п.2 та п.3 дозволяють побудувати довірчі інтервали для математичного сподівання a_x, генеральної дисперсії σ^2, генерального коефіцієнта варіації υ, генерального коефіцієнта агрегації та використати критерії Фішера, Стьюдента, z-перетворення Фішера і критичного значення коефіцієнта кореляції для перевірки гіпотез про статистичну рівність генеральних дисперсій та математичних сподівань, значущості коефіцієнтів кореляцій.

5. Надійність (довірча ймовірність) $p=1-\alpha$ та точність (довірчий інтервал) результатів.

5.1. Математичне сподівання a_i за $\overline{x}_i$.

5.1.1. Ґрупа ЛГ-21:

- **ректорська контроля:**

$$\left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,(7{,}3196 < a_к < 8{,}8342) = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,(7{,}0524 < a_к < 9{,}1015) = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

- **модульна контроля:**

$$\left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,(7{,}2537 < a_м < 8{,}1537) = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,(7{,}0955 < a_м < 8{,}31120) = 0{,}99.\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

5.1.2. Ґрупа АХ-11:

- **ректорська контроля:**

$$\left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,(5{,}8119 < a_к < 7{,}2790) = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,(5{,}5471 < a_к < 7{,}5438) = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

- **модульна контроля:**

$$\left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,(6{,}2685 < a_м < 7{,}5497) = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,(6{,}0372 < a_м < 7{,}7810) = 0{,}99.\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

5.2. Ґенеральна дисперсія σ_i^2 за оцінкою S_i^2.

5.2.1. Ґрупа ЛГ-21:

- **ректорська контроля:**

$$\text{за } z:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[2{,}0293 < \sigma_к^2 < 6{,}7860] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[1{,}7505 < \sigma_к^2 < 8{,}6603] = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (19)$$

$$\text{за } \chi^2:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[2{,}1610 < \sigma_к^2 < 6{,}6956] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[1{,}8719 < \sigma_к^2 < 8{,}3504] = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

- **модульна контроля:**

$$\text{за } z:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[0{,}7529 < \sigma_м^2 < 2{,}4763] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[0{,}6507 < \sigma_м^2 < 3{,}1496] = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

$$\text{за } \chi^2:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[0{,}8082 < \sigma_м^2 < 2{,}4299] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[0{,}6964 < \sigma_м^2 < 3{,}0134] = 0{,}99.\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

5.2.2. Ґрупа АХ-11:

- **ректорська контроля:**

$$\text{за } z:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[1{,}5284 < \sigma_к^2 < 5{,}4583] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[1{,}3087 < \sigma_к^2 < 7{,}0610] = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

$$\text{за } \chi^2:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[1{,}6194 < \sigma_к^2 < 5{,}5890] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[1{,}3878 < \sigma_к^2 < 7{,}1550] = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (24)$$

- **модульна контроля:**

$$\text{за } z:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[1{,}1656 < \sigma_м^2 < 4{,}1628] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[0{,}9981 < \sigma_м^2 < 5{,}3851] = 0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (25)$$

$$\text{за } \chi^2:\ \left.\begin{aligned}&\alpha=0{,}05\ p\,[1{,}2350 < \sigma_м^2 < 4{,}2625] = 0{,}95;\\&\alpha=0{,}01\ p\,[1{,}0584 < \sigma_м^2 < 5{,}4568] = 0{,}99\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

5.3. Розсіяння результатів відносно величини середньої оцінок знань студентів (коефіцієнт варіації) становило:

5.3.1. Ґрупа ЛГ-21:

- **для ректорської контролі:** $\gamma_к=23{,}21\%$ з надійністю $p=1-\alpha$ та точністю для генерального коефіцієнта варіації $\upsilon_к$:

$$\left.\begin{aligned}&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}05\ p[0{,}1776<\upsilon_к<0{,}3347]=0{,}95;\\&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}01\ p[0{,}1640<\upsilon_к<0{,}3966]=0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

- **для модульної контролі:** $\gamma_м=14{,}76\%$ з надійністю $p=1-\alpha$ та точністю для генерального коефіцієнта варіації $\upsilon_м$:

$$\left.\begin{aligned}&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}05\ p[0{,}1143<\upsilon_м<0{,}2083]=0{,}95;\\&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}01\ p[0{,}1059<\upsilon_м<0{,}2435]=0{,}99.\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

5.3.2. Ґрупа АХ-11:

- **для ректорської контролі:** $\gamma_к=25{,}27\%$ з надійністю $p=1-\alpha$ та точністю для генерального коефіцієнта варіації $\upsilon_к$:

$$\left.\begin{aligned}&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}05\ p[0{,}1885<\upsilon_к<0{,}3834]=0{,}95;\\&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}01\ p[0{,}1726<\upsilon_к<0{,}4714]=0{,}99;\end{aligned}\right\} \quad (29)$$

- **для модульної контролі:** $\gamma_м=20{,}91\%$ з надійністю $p=1-\alpha$ та точністю для генерального коефіцієнта варіації $\upsilon_м$:

$$\left.\begin{aligned}&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}05\ p[0{,}1566<\upsilon_м<0{,}3142]=0{,}95;\\&\bullet\ \text{для } \alpha=0{,}01\ p[0{,}1436<\upsilon_м<0{,}3840]=0{,}99.\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

5.4. Показник ступеня агрегації (Е) оцінок знань студентів в розподілі становив:

5.4.1. Для групи ЛГ-21:

- **ректорська контроля:**

$$E_к = \frac{S_к^2}{\sigma_к} = 0{,}4350 < 1; \quad (31)$$

- **модульна контроля:**

$$E_м = \frac{S_м^2}{\sigma_м} = 0{,}1679 < 1, \quad (32)$$

тобто в обох випадках розподіл оцінок за агрегативними статистичними властивостями є регулярним (рівномірним), при цьому оцінки модульної контролі мають більший ступінь регулярності $\xi_м(E) = \frac{1}{E_м} = 5{,}956$, ніж ректорської $\xi_к(E) = \frac{1}{E_к} = 2{,}299$. Аналогічний висновок випливає за оцінками: $\Delta_{1м}=1-E_м=0,8320<1$; $\Delta_{1к}=1-E_к=0,5650<1$;

$$\Delta_{2м}=\frac{1-E_м}{E_м}=4,955>1;\ \Delta_{2к}=\frac{1-E_к}{E_к}=1,299>1. \tag{33}$$

5.4.2. Для групи АХ-11:

- **ректорська контроля:**

$$E_к=\frac{S_к^2}{\sigma_к}=0,4180<1; \tag{34}$$

- **модульна контроля:**

$$E_м=\frac{S_м^2}{\sigma_м}=0,3020<1, \tag{35}$$

тобто в обох випадках розподіл оцінок за агреґативними статистичними властивостями є реґулярним (рівномірним), при цьому оцінки модульної контролі мають більший ступінь реґулярности

$\xi_м(E)=\frac{1}{E_м}=3,311$, ніж ректорської

$$\xi_к(E)=\frac{1}{E_к}=2,392. \tag{36}$$

Аналогічний висновок випливає за оцінками:

$$\Delta_{1м}=1-E_м=0,698<1;\ \Delta_{1к}=1-E_к=0,582<1; \tag{37}$$

$$\Delta_{2м}=\frac{1-E_м}{E_м}=2,311>1;\ \Delta_{2к}=\frac{1-E_к}{E_к}=1,392>1. \tag{38}$$

6. Статистичні оцінки знань студентів групи ЛГ-21.

6.1. Перевірка нульової гіпотези H_0 про рівність ґенеральних дисперсій оцінок знань студентів **групи ЛГ-21:**

$$H_0:\ \underset{S_к^2\ \neq\ S_м^2}{\sigma_к^2 \uparrow = \uparrow \sigma_м^2} \tag{39}$$

за критерієм Фішера **F** показало, що розраховане значення $\mathbf{F_p}$ дорівнює:

$$F_p=\frac{SS_к/f_к}{SS_м/f_м}=\frac{S_к^2}{S_м^2}=2,7167; \tag{40}$$

що підтверджує:

- з $\alpha=0,05$ $F_p=2,7167>F_{0,05}=F_т$ $\{q=1-\alpha/2=0,975;\ f_к=25;\ f_м=26\}=2,220$, що H_0 відкидається (ґенеральні дисперсії $\sigma_к^2$ і $\sigma_м^2$ нерівні; вибіркові дисперсії $\mathbf{S_к^2}$ і $\mathbf{S_м^2}$ неоднорідні), тобто між розсіяннями оцінок знань біля середньої за ректорською та модульною контролями з ймовірністю 95% **є суттєва статистична різниця** зі ступенем нерівности $\xi_2(F)=\frac{F_p}{F_{0,05}}=1,224$ та ступенем рівности $\xi_1(F)=\frac{F_{0,05}}{F_p}=0,817$;

- з $\alpha=0,01$ $F_p=2,7167<F_{0,01}=F_т$ $\{q=1-\alpha/2=0,995;\ f_к=25;\ f_м=26\}=2,880$, що $\mathbf{H_0}$ відкидається (ґенеральні дисперсії $\sigma_к^2$ і $\sigma_м^2$ рівні; вибіркові дисперсії $\mathbf{S_к^2}$ і $\mathbf{S_м^2}$ однорідні), тобто між розсіяннями оцінок знань біля середньої за ректорською та модульною контролями з ймовірністю 99% **немає суттєвої статистичної різниці** зі ступенем рівности $\xi_1(F)=1,060$ та ступенем нерівности $\xi_2(F)=0,943$.

6.2. Перевірка нульової гіпотези H_0 про рівність ґенеральних середніх оцінок знань за ректорською ($a_к$) та модульною ($a_м$) контролями:

$$H_0:\ \underset{\bar{X}_к\neq\bar{X}_м}{a_к \uparrow = \uparrow a_м} \tag{41}$$

за критерієм Стьюдента **t** показало, що розрахункове значення $\mathbf{t_p}$ дорівнює:

$$t_p=\left|\frac{\bar{X}_к-\bar{X}_м}{\sqrt{\frac{S_к^2}{N_к}+\frac{S_м^2}{N_м}}}\right|=0,8723, \tag{42}$$

що підтверджує:

- з $\alpha=0,05$ $|t_p|=0,8723<t_{0,05}=t_т$ $\{q=0,975;\ f=44\}=2,0154$, тобто нульова гіпотеза $\mathbf{H_0}$ про статистичну рівність ґенеральних середніх приймається зі ступенем рівности $\xi_1(t)=2,310$ та ступенем нерівности $\xi_2(t)=0,433$, тобто з ймовірністю 95% стверджуємо, що між середніми оцінками знань за ректорською та модульною контролями **немає суттєвої статистичної різниці;**

- з $\alpha=0,01$ $|t_p|=0,8723<t_{0,01}=t_т$ $\{q=0,995;\ f=51\}=2,676$, тобто нульова гіпотеза $\mathbf{H_0}$ про статистичну рівність ґенеральних середніх приймається зі ступенем рівности $\xi_1(t)=3,068$ та ступенем нерівности $\xi_2(t)=0,326$, тобто з ймовірністю 99% стверджуємо, що між середніми оцінками знань за ректорською та модульною контролями **немає суттєвої статистичної різниці.**

7. Статистичні оцінки знань студентів ґрупи АХ-11.

7.1. Перевірка нульової гіпотези H_0 про рівність ґенеральних дисперсій $\sigma_к^2$ і $\sigma_м^2$ оцінок знань студентів ґрупи **АХ-11:**

$$H_0:\ \underset{S_к^2\ \neq\ S_м^2}{\sigma_к^2 \uparrow = \uparrow \sigma_м^2} \tag{43}$$

за критерієм Фішера **F** показало, що розраховане значення $\mathbf{F_p}$ дорівнює:

$$F_p=\frac{SS_к/f_к}{SS_м/f_м}=\frac{S_к^2}{S_м^2}=1,3112, \tag{44}$$

що підтверджує:

- з α=0,05 F_p=1,3112 < $F_{0,05}$=$F_т$ {q=1-α/2=0,975; $f_к$=21; $f_м$=21}=2,405, що H_0 приймається (генеральні дисперсії $\sigma_к^2$ і $\sigma_м^2$ рівні; вибіркові дисперсії $S_к^2$ і $S_м^2$ однорідні), тобто між розсіяннями оцінок знань біля середньої за ректорською та модульною контролями з ймовірністю 95% **немає суттєвої статистичної різниці** зі ступенем рівності $\xi_1(F)=\frac{F_{0,05}}{F_p}=1{,}834$

та ступенем нерівності $\xi_2(F)=\frac{F_p}{F_{0,05}}=0{,}545$;

- з α=0,01 F_p=1,3112 < $F_{0,01}$=$F_т$ {q=1-α/2=0,995; $f_к$=21; $f_м$=21}=3,215, що H_0 відкидається (генеральні дисперсії $\sigma_к^2$ і $\sigma_м^2$ рівні; вибіркові дисперсії $S_к^2$ і $S_м^2$ однорідні), тобто між розсіяннями оцінок знань біля середньої за ректорською та модульною контролями з ймовірністю 99% **немає суттєвої статистичної різниці** зі ступенем рівності $\xi_1(F)=\frac{F_{0,05}}{F_p}=2{,}452$

та ступенем нерівності $\xi_2(F)=\frac{F_p}{F_{0,05}}=0{,}408$.

7.2. Перевірка нульової гіпотези H_0 про рівність генеральних середніх оцінок знань за ректорською ($a_к$) та модульною ($a_м$) контролями:

$$H_0\colon \underset{\overline{X}_к}{\overset{\uparrow}{a_к}} = \underset{\neq\ \overline{X}_м}{\overset{\uparrow}{a_м}} \qquad (45)$$

за критерієм Стьюдента **t** показало, що розрахункове значення t_p дорівнює:

$$t_p=\left|\frac{\overline{X}_к-\overline{X}_м}{\sqrt{\frac{S_к^2}{N_к}+\frac{S_м^2}{N_м}}}\right|=0{,}7767, \qquad (46)$$

що підтверджує :

- з α=0,05 $|t_p|$=0,7767 < $t_{0,05}$= $t_т$ {q=1-α/2 =0,975; f=42}=2,0182, тобто нульова гіпотеза H_0 про статистичну рівність генеральних середніх приймається зі ступенем рівності $\xi_1(t)=\frac{t_{0,05}}{|t_p|}=2{,}598$ та ступенем нерівності $\xi_2(t)=\frac{|t_p|}{t_{0,05}}=0{,}385$, тобто з ймовірністю 95% стверджуємо, що між середніми оцінками знань за ректорською та модульною контролями **немає суттєвої статистичної різниці;**
- з α=0,01 $|t_p|$=0,7767 < $t_{0,01}$= $t_т$ {q=1-α/2 =0,995; f=42}=2,6984, тобто H_0 про статистичну рівність генеральних середніх приймається зі ступенем рівності $\xi_1(t)=\frac{t_{0,05}}{|t_p|}=3{,}474$ та ступенем нерівности $\xi_2(t)=\frac{t_p}{t_{0,05}}=0{,}288$, тобто з ймовірністю 99% стверджуємо, що між середніми оцінками знань за ректорською та модульною контролями **немає суттєвої статистичної різниці.**

8. Кореляційна та регресійна аналіза.

Виявляли лінійний зв'язок за коефіцієнтом кореляції, висуваючи нульову гіпотезу H_0 про рівність нулю ґенерального коефіцієнта кореляції для двох рядів оцінок знань за ректорською та модульною контролями:

$$H_0\colon \underset{r_i}{\overset{}{\underset{\uparrow}{\rho_i}}} = 0$$

при відповідній оцінці $\rho_к$ і $\rho_м$ за вибірковими значеннями коефіцієнта кореляції $r_к$ і $r_м$. Значущість коефіцієнта кореляції визначали за його критичним значенням $r_{кр}$, критерієм Стьюдента t_α та z-функцією перетворення Фішера.

8.1. Ґрупа ЛГ-21

8.1.1. За критичним значенням коефіцієнта кореляції:

- α=0,05. Так як $|r_p|$=0,576028 > $r_{0,05}$ = $r_{кр}$ {q=1-α/2=0,975; f=N-2 = 24} = 0,3882, то H_0 відкидаємо з ймовірністю 95% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(r)=\frac{|r_p|}{r_{0,05}}=1{,}484$ та ступенем нелінійности $\xi_1(r)=\frac{r_{0,05}}{|r_p|}=0{,}674$;

- α=0,01. Так як $|r_p|$=0,576028 > $r_{0,01}$ = $r_{кр}$ {q=1-α/2=0,995; f=N-2 = 24} = 0,4958, то H_0 відкидаємо з ймовірністю 99% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(r)=\frac{|r_p|}{r_{0,01}}=1{,}162$ та ступенем нелінійности $\xi_1(r)=\frac{r_{0,01}}{|r_p|}=0{,}861$.

8.1.2. За критерієм Стьюдента:

$$t_p=\frac{r_p}{\sqrt{1-r_p^2}}\sqrt{N-2}=3{,}4522. \qquad (47)$$

- α=0,05. Так як $|t_p|$=3,4522 > $t_{0,05}$ = $t_т$ {q=1-α/2=0,975; f=N-2 = 24} = 2,064, то H_0 відкидаємо з ймовірністю 95% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(t) = \frac{|t_p|}{t_{0,05}} = 1{,}673$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(t) = \frac{t_{0,05}}{|t_p|} = 0{,}598$;

- α=0,01. Так як $|t_p|=3{,}4522 > t_{0,01} = t_т$ {q=1-α/2=0,995; f=N-2 = 24} = 2,797, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 99% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(t) = \frac{|t_p|}{t_{0,01}} = 1{,}234$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(t) = \frac{t_{0,01}}{|t_p|} = 0{,}810$.

8.1.3. За z-функцією перетворення Фішера:

$$z_z = z_p = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r_p}{1-r_p} = 0{,}6565;\ \sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}} = 0{,}208514 \quad (48)$$

- α=0,05. Так як $|z_p|=0{,}6565 > (z_{0,05}\,\sigma_z)$ = 1,96 0,208514 = 0,4087, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 95% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(z) = \frac{|z_p|}{(z_{0,05}\cdot\sigma_z)} = 1{,}606$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(z) = \frac{(z_{0,05}\cdot\sigma_z)}{|z_p|} = 0{,}623$.

- α=0,01. Так як $|z_p|=0{,}6565 > (z_{0,01}\,\sigma_z)$ = 2,58 0,208514 = 0,5380, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 99% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(z) = \frac{|z_p|}{(z_{0,01}\cdot\sigma_z)} = 1{,}220$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(z) = \frac{(z_{0,01}\cdot\sigma_z)}{|z_p|} = 0{,}820$.

8.1.4. Довірча ймовірність та довірчі інтервали для коефіцієнта кореляції:

$$p\left[\left(\frac{\exp(2z_1)-1}{\exp(2z_1)+1}\right) < \rho < \left(\frac{\exp(2z_2)-1}{\exp(2z_2)+1}\right)\right] = 1-\alpha \quad (49)$$

- α=0,05: $z_1=z_p-(z_{0,05}\,\sigma_z) = 0{,}2478$;
  $z_2=z_p+(z_{0,05}\,\sigma_z) = 1{,}0652$;
  $p(0{,}2429 < \rho < 0{,}8938) = 0{,}95$;
- α=0,01: $z_1=z_p-(z_{0,01}\,\sigma_z) = 0{,}1185$;
  $z_2=z_p+(z_{0,01}\,\sigma_z) = 1{,}1945$;
  $p(0{,}1179 < \rho < 0{,}8320) = 0{,}99$;

8.1.5. Рівняння лінійної моделі:

$$x_к = \bar{x}_к + r_p\frac{S_к}{S_м}(x_м - \bar{x}_м);$$

$x_к = 0{,}7628 - 0{,}9494x_м$.

8.2. Група АХ-11

8.2.1. За критичним значення коефіцієнта кореляції:

- α=0,05. Так як $|r_p|=0{,}75096 > r_{0,05} = r_{кр}$ {q=1-α/2=0,975; f=N-2 = 20} = 0,4227, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 95% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(r) = \frac{|r_p|}{r_{0,05}} = 1{,}777$ та ступенем нелінійности $\xi_1(r) = \frac{r_{0,05}}{|r_p|} = 0{,}563$;

- α=0,01. Так як $|r_p|=0{,}75096 > r_{0,01} = r_{кр}$ {q=1-α/2=0,995; f=N-2 = 20} = 0,5368, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 99% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(r) = \frac{|r_p|}{r_{0,01}} = 1{,}399$ та ступенем нелінійности $\xi_1(r) = \frac{r_{0,01}}{|r_p|} = 0{,}715$.

8.2.2. За критерієм Стьюдента:

$$t_p = \frac{r_p}{\sqrt{1-r_p^2}}\sqrt{N-2} = 5{,}0858. \quad (50)$$

- α=0,05. Так як $|t_p|=5{,}0858 > t_{0,05} = t_т$ {q=1-α/2=0,975; f=N-2 = 20} = 2,086, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 95% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є **надійний лінійний зв'язок** зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(t) = \frac{|t_p|}{t_{0,05}} = 2{,}438$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(t) = \frac{t_{0,05}}{|t_p|} = 0{,}410$;

- α=0,01. Так як $|t_p|=5{,}0858 > t_{0,01} = t_т$ {q=1-α/2=0,995; f=N-2 = 20} = 2,845, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 99% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є надійний лінійний зв'язок зі ступенем лінійности зв'язку:

$\xi_2(t) = \frac{|t_p|}{t_{0,01}} = 1{,}788$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(t) = \frac{t_{0,01}}{|t_p|} = 0{,}559$.

8.2.3. За z-функцією перетворення Фішера:

$$z_в = z_p = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r_p}{1-r_p} = 0{,}9752;\ \sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}} = 0{,}229457 \quad \textbf{(51)}$$

- α=0,05. Так як $|z_p|$=0,9752 > $(z_{0,05}\cdot\sigma_z)$ {q=1-α/2=0,975}= 1,96 · 0,229457 = 0,44974, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 95% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є надійний лінійний зв'язок зі ступенем лінійности зв'язку:

$$\xi_2(z) = \frac{|z_p|}{(z_{0,05}\cdot\sigma_z)} = 2{,}169$$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(z) = \frac{(z_{0,05}\cdot\sigma_z)}{|z_p|} = 0{,}461$.

- α=0,01. Так як $|z_p|$=0,9752 > $(z_{0,01}\cdot\sigma_z)$ {q=1-α/2=0,995}= 2,58 · 0,229457 = 0,5920, то $\mathbf{H_0}$ відкидаємо з ймовірністю 99% стверджуємо, що між оцінками знань ректорської та модульної контролі є надійний лінійний зв'язок зі ступенем лінійности зв'язку:

$$\xi_2(z) = \frac{|z_p|}{(z_{0,01}\cdot\sigma_z)} = 1{,}647$$ та ступенем нелінійности зв'язку $\xi_1(z) = \frac{(z_{0,01}\cdot\sigma_z)}{|z_p|} = 0{,}607$.

8.2.4. Довірча ймовірність та довірчі інтервали для коефіцієнта кореляції:

$$p\left[\left(\frac{\exp(2z_1)-1}{\exp(2z_1)+1}\right) < \rho < \left(\frac{\exp(2z_2)-1}{\exp(2z_2)+1}\right)\right] = 1-\alpha. \quad \textbf{(52)}$$

- α=0,05: $z_1=z_p-(z_{0,05}\cdot\sigma_z)$ = 0,5255;
  $z_2=z_p+(z_{0,05}\cdot\sigma_z)$ = 1,4249;
  p (0,4819 < ρ < 0,8906) = 0,95;
- α=0,01: $z_1=z_p-(z_{0,01}\cdot\sigma_z)$ = 0,3832;
  $z_2=z_p+(z_{0,01}\cdot\sigma_z)$ = 1,5672;
  p (0,3655 < ρ < 0,9166) = 0,99;

8.2.5. Рівняння лінійної моделі:

$$x_к = \bar{x}_к + r_p\frac{S_к}{S_м}(x_м - \bar{x}_м);$$

$x_к = 0{,}6043 + 0{,}8599x_м$.

8.3. Порівняння двох ґенеральних коефіцієнтів кореляції [між (к) і (м)] двох ґруп ЛГ-21 та АХ-11.

Висуваємо нульову гіпотезу (між коефіцієнтами кореляції немає статистичної різниці)

$$H_0:\ \rho_г = \rho_в$$
$$\uparrow\quad\uparrow$$
$$r_г \neq r_в$$

Перевірка $\mathbf{H_0}$.

Розраховуємо

$$z_2 = \left|\frac{z_г - z_в}{\sqrt{\frac{1}{N_г-3}+\frac{1}{N_в-3}}}\right| = \left|\frac{0{,}6565-0{,}9752}{\sqrt{\frac{1}{26-3}+\frac{1}{22-3}}}\right| = 1{,}0280. \quad \textbf{(53)}$$

- для α=0,05:
  $|z_2|$=1,028 < $z_{0,05}$\{q=1-α/2\}=$z_{0,05}$\{q=0,975\}=1,96;
- для α=0,01:
  $|z_2|$=1,028 < $z_{0,01}$\{q=1-α/2\}=$z_{0,01}$\{q=0,995\}=2,58,

то $\mathbf{H_0}$ приймається: з рівнем значущости α=0,05 (ймовірність p=0,95) та α=0,01 (ймовірність p=0,99) між коефіцієнтами кореляції (за ректорською та модульною контролями) для ґруп ЛГ-21 (викладач – професор Гуцуляк Б.М.) та АХ-11 (викладач – доцент Верста О.М.) немає суттєвої статистичної різниці зі ступенем рівности:

$$\alpha=0{,}05:\ \xi_1(z) = \frac{z_{0,05}}{|z_2|} = 1{,}907; \quad \textbf{(54)}$$

$$\alpha=0{,}01:\ \xi_1(z) = \frac{z_{0,01}}{|z_2|} = 2{,}510, \quad \textbf{(55)}$$

та ступенем нерівности:

$$\alpha=0{,}05:\ \xi_2(z) = \frac{|z_2|}{z_{0,05}} = 0{,}524; \quad \textbf{(56)}$$

$$\alpha=0{,}01:\ \xi_2(z) = \frac{|z_2|}{z_{0,01}} = 0{,}398. \quad \textbf{(57)}$$

Висновки

1. Статистична порівняльна аналіза модульної та ректорської контролі для двох ґруп (двох спеціальностей) студентів за 10-бальним оцінюванням показала, що розподіли оцінок підпорядковані нормальному закону Ґаусса з максимальним рівнем значущости: для ґрупи ЛГ-21 19,3% (ректорська контроля), 29,1% (модульна контроля); для ґрупи АХ-11 33,0% (ректорська контроля), 35,5% (модульна контроля).

2. Розсіяння оцінок відносно величини середньої складає для ґрупи ЛГ-21: 23,21% (ректорська контроля) та 14,76% (модульна контроля); для ґрупи АХ-11: 25,27% (ректорська контроля) та 20,91% (модульна контроля), що не дає підставин стверджувати про значні статистичні відмінности за відносним розсіянням оцінок.

3. Розподіл оцінок за агрегативними властивостями є реґулярним, при цьому розподіл оцінок за модульною контролею має більший ступінь реґулярности, ніж для ректорської контролі: у 2,59 рази для ґрупи ЛГ-21 та у 1,38 рази для ґрупи АХ-11.

4. **Для групи ЛГ-21:**

- між розсіяннями оцінок ректорської та модульної контролі є суттєва статистична різниця з рівнем значущости 5%, при цьому ступінь нерівности дисперсій складає 1,224, і такої статистичної різниці немає з рівнем значущости 1%, при цьому ступінь рівности середніх складає 1,060;
- для середніх оцінок ректорської та модульної контролей з рівнями значущости 5% та 1% суттєвої статистичної різниці немає, при цьому ступінь рівности середніх складає 2,310 та 3,068 відповідно.

5. **Для групи АХ-11:**

- між розсіяннями оцінок ректорської та модульної контролі немає суттєвої статистичної різниці з рівнями значущости 5% та 1%, при цьому ступінь рівности дисперсій складає 1,834 та 2,452 відповідно;
- для середніх оцінок ректорської та модульної контролей з рівнями значущости 5% та 1% немає суттєвої статистичної різниці, при цьому ступінь рівности середніх складає 2,598 та 3,474 відповідно.

6. Виявлено, що між рядами оцінок ректорської та модульної контролей існує тісний лінійний зв'язок зі значущим коефіцієнтом кореляції:

- **для групи ЛГ-21** – 57,6% зі ступенем лінійности 1,484 (для рівня значущости α=5%) та 1,162 (для α=1%); 1,673 (для α=5%) та 1,234 (для α=1%); 1,606 (для α=5%) та 1,220 (для α=1%) за критичним значенням коефіцієнта кореляції, критерієм Стьюдента та z-функцією перетворення Фішера відповідно;
- **для групи АХ-11** – 75,1% зі ступенем лінійности 1,777 (для рівня значущости α=5%) та 1,399 (для α=1%); 2,438 (для α=5%) та 1,788 (для α=1%); 2,169 (для α=5%) та 1,647 (для α=1%) за критичним значенням коефіцієнта кореляції, критерієм Стьюдента та z-функцією перетворення Фішера відповідно.

7. Отримані рівняння лінійного зв'язку між оцінками ректорської та модульної контролей.

8. Вказані надійність (довірча ймовірність) та точність (довірчий інтервал) для генеральних середніх, дисперсій, коефіцієнтів варіації та коефіцієнтів кореляції для рівнів значущости 5% та 1%.

9. Знайдено, що між коефіцієнтами кореляції (ректорської та модульної контролей) двох груп ЛГ-21 та АХ-11 немає суттєвої статистичної різниці зі ступенями рівности 1,907 та 2,510 для рівня значущости 5% та 1% відповідно.

10. Вперше у науковий обіг математичних методів методології навчального процесу введено означення ступеня регулярности розподілу оцінок за трьома показниками агрегації, ступеня рівности (нерівности) розсіяння та середньої двох видів контролі за критеріями Фішера і Стьюдента, ступеня лінійности (нелінійности) кореляційного зв'язку двох рядів оцінок за критичним значенням коефіцієнта кореляції, критерієм Стьюдента та z-функцією перетворення Фішера та ступеня статистичної різниці двох коефіцієнтів кореляції.

Література

1. **Ахназарова С.Л.** Оптимизация эксперимента в химии и химической технологи / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – М.: Высш. шк., 1978. – 320 с.: ил., табл. – Библиогр.: с. 302 – 303 (53 наимен.). – Приложения: с. 304 – 317 (14 табл.).
2. **Бендат Дж.С.** Измерение и анализ случайных процессов / Дж.С. Бендат, А.Г. Пирсол; пер. с англ. Г.В.Матушевского, В.Е.Привальского; под ред. И.Н.Коваленко. – М.: Мир, 1971. – 408 с. – Перевод за изд.: Measurement and analysis of random data / Julius S. Bendat, Allan G. Piersol. – John Wiley and Sons, Inc. – New York-London-Sydney, 1967.: ил., табл. – Предмет. указатель: с. 403-408. – Библиогр.: с. 400-402 (59 наименов.).
3. **Волощенко А.Б.** Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.-метод. посібник для самост. вивчення дисц. [для студ. економ. спеціал. вищ. навч. заклад.] / А.Б. Волощенко, І.А. Джалладова; [Мін-во освіти інауки України; гриф: лист № 14 / 18.2-613 від 22.03.2002 р.]. – К.: Київ. Нац. економ. ун-т, 2003. – 256 с.: іл., табл. – Приклади розв. завдань і вправи для самост. розв'язання в кінці розд. – Блочно-модул. контроль: с. 183 – 203 (9 варіантів). – Відповіді: с. 204 – 216. - – Бібліогр.: с. 217 (18 назв). – Додатки: с. 218 – 254 (8 табл.). – ISBN 966 – 574 – 459– 3.
4. **Жлуктечко В.І.** Теорія ймовірностей і математична статистика: навч.-метод. посібник [для студ. економ. вищ. навч. заклад.]: У 2-х ч. – Ч. ІІ. Математична статистика / В.І. Жлуктенко, С.І Наконечний, С.С. Савіна; [Мін-во освіти і науки України; гриф: лист № 14 / 18.2-183 від 27.02.2001 р.]. – К.: Київ. нац. економ. ун-т, 2001. – 336 с.: іл., табл. – Теор. запит. та завдання до теми в кінці теми. – Лаб. роб. після тем 14, 15. – Додатки: с. 242 – 246, 292 – 331. – Бібліогр.: с. 246 (4 назви).– ISBN 966–574–265 – 5.
5. **Зажигаев Л.С.** Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента / Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. – М.: Атомиздат, 1978. – 232 с.: ил., табл. – Приложение: с. 144-229 (16 табл.). – Библиогр.: с. 230-231.

6. **Іванюта І.Д.** Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посібник [для студ. економ. спеціал. вищ. навч. заклад.] / І.Д. Іванюта, В.І. Рибалка, І.А. Рудоміно-Дусятська; [Мін-во освіти інауки України; гриф: лист № 14 / 18.2-271 від 11.02.2003 р.]. – К.: Слово, 2003. – 271 с:. іл., табл. – Завдання до самостійн. роботи: с. 235 – 261 (15 завд.). – Додатки: с. 262 – 267 (6 табл.). – Бібліогр.: с. 268 (6 назв). – ISBN 966 – 8407 – 01 – 6.
7. **Корн Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – 4-е изд.; пер. с англ. И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Вайнштейна и др.; под общ. ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1978. – 832 с. – Перевод за изд.: Mathematical Handbook for Scientists and Engineers Definitions, Theorems and Formulas for Reference and Review. – Second, Enlargend and Revised Edition / Granino A. Korn, Ph. D., Theresa M. Korn, M.S. – NcGraw-Hill Book Company: New York-San Francisco-Toronto-London-Sydney, 1968. – ил., табл. – Библиогр.: с. 796 – 800 (183 наим.). – Указ. важн. обозн.: с. 801 – 803. – Предмет. указ.: с. 804 – 831. – Перечень табл. по гл.: с. 20 – 22.
8. **Неділько С.А.** Математичні методи в хімії: підручник [для студ. хім. спеціал. вищ. навч. закладів] / Сергій Неділько; [Мін-во освіти інауки України; гриф: лист № 1 / 11-1536 від 13.04.2004 р.]. – К.: Либідь, 2005. – 256 с.: іл. – Завдання для самостійн. роботи та бібліогр. в кінці розд. – ISBN 966 – 06 – 03843.
9. **Адлер Ю.П.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – 2-е изд., перераб. и допол. – М.: Наука, 1976. – 280 с.: ил., табл.– Библиогр. в конце гл.
10. **Березина Л.Ю.** Графы и их применение: Пособие для учителей / Л.Ю. Березина. – М.: Просвещение, 1979. – 144 с.: ил. – Упраж. после гл. – Ответы и указ.: с. 135 – 141. – Библиогр.: с. 132-134 (73 назв.). – Упраж. после гл.
11. **Венецкий И.Г.** Теория вероятностей и математическая статистика / И.Г. Венецкий, Г.С. Кильдишев. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Статистика, 1975. – 264 с.: ил., табл. – Приложения: с. 255-264 (9 табл.).
12. **Кузишин О.В.** Критерії оцінки розподілу мікровиступів на поверхні твердого тіла / О.В. Кузишин, О.Г. Сіренко, Л.Я. Мідак, Г.О. Сіренко // Фізика і хімія твердого тіла. – 2008. – Т. 9. – № 2. – С. 407-414: іл. 1, табл. 2. – Бібліогр.: с. 412 (52 назви).
13. **Мюллер П., Нойман П., Шторм Р.** Таблицы по математической статистике / Пер. с нем. и предисловие В.М. Ивановой.– М.: Финансы и статистика, 1982. – 272 с.: ил.
14. **Налимов В.В.** Логические основания планирования эксперимента / В.В. Налимов, Т.И. Голикова. – М.: Металлургия, 1976. – 128 с.: ил., табл. – Библиогр.: с. 126 – 128 (81 наим.).
15. **Планирование эксперимента** в исследовании технологических процессов / К. Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер и др. / пер. с нем. Г.А. Фоминой, Н.С. Лецкого; под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1977. – 552 с. Перевод за изд.: Statistische Versuchsplanung und–auswertung in der Stoffwirt–shaft / von einem Autorenkollektiv Herausgeber: Klaus Hartmann, Eduard Lezki, Wolgang Schäfer. – VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1974.: ил., табл. – Библиогр. в конце гл. – Мат. приложения: с. 516 – 540. – Предмет. указатель: с. 541 – 547.
16. **Сигорский В.П.** Математический аппарат инженера / Виталий Петрович Сигорский. – 2-е изд., стереотип. – К.: Техніка, 1977. – 768 с.: – ил., табл. – Библиогр. в конце гл. – Предмет. указ.: с. 752 – 764.
17. **Сіренко Г.О.** Методи оцінок впливу факторів на функції відгуку та процедури відсіювання параметрів оптимізації при вирішенні багатопараметричних завдань у матеріалознавстві / Г.О. Сіренко, О.В. Кузишин, О.Г. Сіренко, Л.Я. Мідак, Л.М. Солтис // Фізика і хімія твердого тіла. – 2009. – Т. 10. – № 3. – С.678-684: іл. 2, табл. 10. – Бібліогр.: с. 684 (7 назв).
18. **Сіренко О.Г.** Моделі розподілу особин на пробних площах: 1. Постановка завдання / О.Г. Сіренко, О.В.Кузишин // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. X. – С. 88-95: іл. 4. – Бібліогр.: с. 94 (16 назв).
19. **Сіренко О.Г.** Моделі розподілу особин на пробних площах: 2. Статистичні характеристики. Дисперсійний аналіз (статистична рівність ряду ґенеральних дисперсій) / О.Г.Сіренко, О.В. Кузишин // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. X. – С. 95-113: іл. 1, табл. 6. – Бібліогр.: с. 112 (34 назви).
20. **Сіренко О.Г.** Моделі розподілу особин на пробних площах: 3. Статистичні характеристики. Кореляційний та реґресійний аналізи / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 76-88: іл. 4, табл. 7. – Бібліогр.: с. 89 (15 назв).
21. **Сіренко О.Г.** Моделі розподілу особин на пробних площах: 4. Розподіл особин сосни кедрової європейської (Pinus cembra L.) та ялини звичайної (Picea abies) за нормальним законом Ґаусса / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер.

Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 90-98: іл. 1, табл. 1. – Бібліогр.: с. 97 (16 назв).
22. **Сіренко О.Г.** Моделі розподілу особин на пробних площах: 5. Статистичні характеристики. Дисперсійний аналіз: статистична рівність ряду математичних сподівань особин сосни кедрової європейської (Pinus cembra L.) та ялини звичайної (Picea abies) / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XI. – С. 98-118: іл. 8, табл. 13. – Бібліогр.: с. 117 (12 назв).
23. **Сіренко О.Г.** Моделі розподілу особин на пробних площах: 6. Статистичні характеристики стадій розвитку сосни кедрової європейської (Pinus cembra L.) / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XII. – С. 176-188: іл. 3, табл. 7. – Бібліогр.: с. 187 (12 назв).
24. **Сіренко О.Г.** Стан популяцій сосни кедрової європейської (Pinus cembra L.) в українських Карпатах: екологічна приуроченість деревостанів (загальний та кореляційний аналіз) / О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак // Вісник Прикарп. ун-ту ім. Василя Стефаника. Сер. Біологія. – Івано-Франківськ: Гостинець; Видавець Третяк І.Я., 2008. – Вип. XII. – С. 188-208: іл. 6, табл. 9. – Бібліогр.: с. 207 (32 назви).
25. **Степнов М.Н.** Статистическая обработка результатов механических испытаний / Михаил Никитович Степнов. – М.: Машиностроение, 1972. – 232 с. : ил., табл. – Библиогр.: с. 229-230 (36 назв.).
26. **Уилсон Р.** Введение в теорию графов / Р.Дж. Уилсон; пер. с англ. И.Г. Никитиной; под ред. Г.П. Гаврилова. – М.: Мир, 1977. – 208 с. – Перевод за изд.: Introduction to Graph Theory / Robin J. Wilson. – Oliver and Boyd Edinburg, 1972.: ил. – Упр. после параграф. – Предмет. указатель: с. 202 – 205. – Приложение (табл.): с. 200. – Библиогр.: с. 201 (16 назв.).

Сіренко Г.О. – доктор технічних наук, професор, завідувач катедри теоретичної та прикладної хемії.

Мідак Л.Я. – кандидат хімічних наук, доцент катедри теоретичної та прикладної хемії.

Рецензент

Мазепа І.В. – професор, доктор медичних наук, професор катедри біохемії та біотехнології Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.