

Буртняк Іван Володимирович,
Доктор економічних наук, професор кафедри економічної кібернетики
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет ім. В Стефаника»

Малицька Ганна Петрівна,
Кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичного та
функціонального аналізу
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет ім. В Стефаника»

МОДЕЛЮВАННЯ ВОЛАТИЛЬНОСТІ ДЕРИВАТИВІВ НА ФОНДОВИХ РИНКАХ

Розвинуто загальний метод отримання наближеної ціни для широкого класу похідних активів. Виграш похідних може бути шляхо-залежним і процесом, що лежить в основі деривативу може проявляти стрибок, також комбіновані нелокальні стохастичні волатильності. Інтенсивність стрибка може бути залежною. Нелокальна компонента волатильності може бути багатовимірною. Її спонукають один швидко мінливий і один повільно чинники. Однією з ключових переваг нашої методології ціноутворення є те, що, комбінуючи методи з спектральної теорії, теорії сингулярних збурень і регулярної теорії збурень, зводимо обчислення ціни активу до розв'язання одного рівняння для знаходження власних значень

Оцінка похідного активу, з виплатою в час $t > 0$, яка залежить від траєкторії X має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} dX_t = (b(X_t) - a(X_t)f(Y_t, Z_t)\Omega(Y_t, Z_t))dt + a(X_t)f(Y_t, Z_t)d\tilde{W}_t^x, \\ dY_t = \left(\frac{1}{\epsilon} \alpha(Y_t) - \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \beta(Y_t)\Lambda(Y_t, Z_t) \right) dt + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \beta(Y_t)d\tilde{W}_t^y, \\ dZ_t = (\delta c(Z_t) - \sqrt{\delta} g(Z_t)\Gamma(Y_t, Z_t)) dt + \sqrt{\delta} g(Z_t)d\tilde{W}_t^z, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^y \rangle_t = \rho_{xy} dt, \\ d\langle \tilde{W}^x, \tilde{W}^z \rangle_t = \rho_{xz} dt, \\ d\langle \tilde{W}^y, \tilde{W}^z \rangle_t = \rho_{yz} dt, \\ (X_0, Y_0, Z_0) = (x, y, z) \in E, \end{array} \right. \quad (1)$$

де $d\tilde{W}_t^x := dW_t^x + \left(\frac{v(X_t) - b(X_t)}{a(X_t)f(Y_t, Z_t)} + \Omega(Y_t, Z_t) \right) dt$, $d\tilde{W}_t^y := dW_t^y + \Lambda(Y_t, Z_t) dt$,

$d\tilde{W}_t^z := dW_t^z + \Gamma(Y_t, Z_t) dt$.

Результати обчислень цін європейських опціонів наведено на рис. 1.

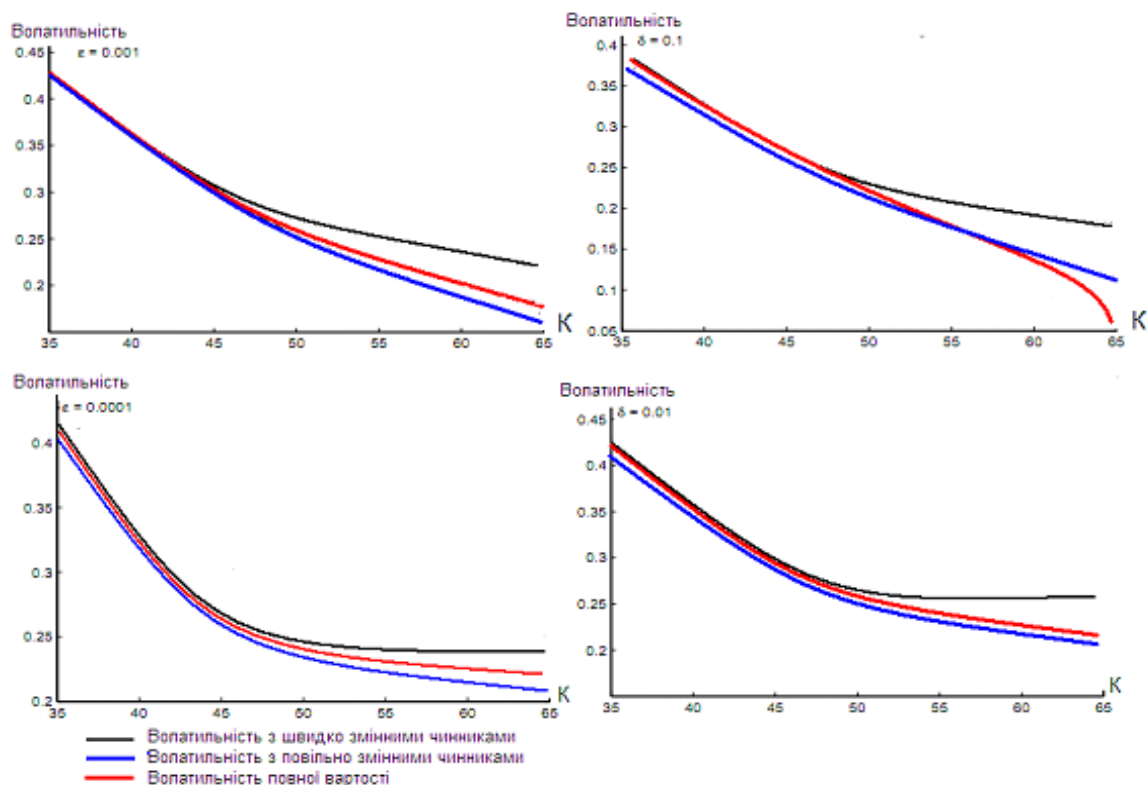


Рис.1. Динаміка волатильності цін європейських опціонів

На лівій стороні рисунка 1 побудовано волатильність яка залежить від ціни опціону для моделі, яка має тільки швидко змінні чинники волатильності. Для порівняння, побудовано волатильність, повної вартості/

Однією з основних переваг розглянутої методології ціноутворення є те, що, комбінуючи методи з спектральної теорії сингулярних і регулярних збурень, обчислення ціни активу зводиться до розв'язання рівняння методом знаходження власних значень, власних функцій та розв'язання рівнянь Пуассона.

Література

1. Burtnyak, I.V. Malyska A. Application of the spectral theory and perturbation theory to the study of Ornstein-Uhlenbesck processes. Carpathian Math. Publ. 2018, 10 (2), 273–287
2. Burtnyak, I.V. Malyska A. P. CEV Model with Stochastic Volatility. Journal of Vasyl Stefanyk Precarpathian National University 2019, 24-31.
3. Burtnyak I., Malyska A. (2019). Finding the derivative price using the Vasicek model with multidimensional stochastic volatility. Development Management, 17(4), 19-30.